

# 目录

## 第一部分 创作中

### 第一章 创作中

---

常微分方程 [\[3\]](#)

### 第二章 修改审阅中

---

质心 质心系 [\[5\]](#) 二体系统 [\[7\]](#) 本书编写规范 [\[9\]](#)

# 第一部分

创作中

# 第一章

创作中

## 常微分方程

### 预备知识 简谐振子<sup>[??]</sup>

作为一个引入的例子，我们首先看“简谐振子<sup>[??]</sup>”中的<sup>??</sup>。一般来说，含有函数  $y(x)$  及其高阶导数  $y^{(n)}$ ，和自变量  $x$  的等式叫做常微分方程，即

$$f(y^{(N)}, y^{(N-1)}, \dots, y, x) = 0 \quad (1)$$

上式中的最高阶导数为  $N$  阶，所以可以把上式叫做  $N$  阶微分方程。所有能使微分方程成立的函数  $f(x)$  都是方程的解，如果能找到含有参数的函数  $f(x, C$ ，使所有可能的解都可以通过给  $C_i$  赋值来表示，那么这就是函数的通解。

## 第二章

修改审阅中

## 质心 质心系

### 预备知识 体积分

### 质心的定义

对质点系，令第  $i$  个质点质量为  $m_i$ ，位置为  $\mathbf{r}_i$ ，总质量为  $M = \sum_i m_i$ ，则该质点系的质心定义为

$$\mathbf{r}_c = \frac{1}{M} \sum_i m_i \mathbf{r}_i \quad (1)$$

对连续质量分布，令密度关于位置的函数为  $\rho(\mathbf{r})$ ，总质量为密度的体积分

$$M = \int \rho(\mathbf{r}) dV \quad (2)$$

质心定义为

$$\mathbf{r}_c = \frac{1}{M} \int \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) dV \quad (3)$$

以下的讨论都对质点系进行，连续质量分布可看做由许多体积微元组成，也可看做质点系。

### 质心的唯一性

既然质心的定义取决于参考系（因为  $\mathbf{r}_i$  取决于参考系），那么不同参考系中计算出的质心是否是空间中的同一点呢？我们只需要证明，在  $A$  坐标系中得到的质心  $\mathbf{r}_{Ac}$  与  $B$  坐标系中得到的质心  $\mathbf{r}_{Bc}$  满足关系

$$\mathbf{r}_{Ac} = \mathbf{r}_{AB} + \mathbf{r}_{Bc} \quad (4)$$

首先根据定义

$$\mathbf{r}_{Ac} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \mathbf{r}_{Ai} \quad \mathbf{r}_{Bc} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \mathbf{r}_{Bi} \quad (5)$$

由位矢的坐标系变换， $\mathbf{r}_{Ai} = \mathbf{r}_{AB} + \mathbf{r}_{Bi}$ ，所以

$$\mathbf{r}_{Ac} = \frac{1}{M} \sum_i m_i (\mathbf{r}_{AB} + \mathbf{r}_{Bi}) = \mathbf{r}_{AB} + \frac{1}{M} \sum_i m_i \mathbf{r}_{Bi} = \mathbf{r}_{AB} + \mathbf{r}_{Bc} \quad (6)$$

## 质心系

定义质点系的**质心系**为原点固定在质心上且没有转动的参考系（平动参考系）。根据质心的唯一性（式4），在质心系中计算质心（式1）仍然落在原点，即

$$\sum_i m_i \mathbf{r}_{ci} = \mathbf{0} \quad (7)$$

其中  $\mathbf{r}_{ci}$  是质心系中质点  $i$  的位矢。

注意质心系并不一定是惯性系，只有当合外力为零质心做匀速直线运动，质心系才是惯性系。在非惯性系中，每个质点受惯性力。

## 质心系中总动量

把式7两边对时间求导，得

$$\sum_i m_i \mathbf{v}_{ci} = \mathbf{0} \quad (8)$$

注意到等式左边恰好为质心系中质点系的总动量，所以我们得到质心系的一个重要特点，**质心系中总动量为零**。

## 二体系统

### 预备知识 质心 质心系<sup>[5]</sup>

我们现在考虑两个仅受相互作用的质点  $A$  和  $B$ ，它们的质量分别为  $m_A$  和  $m_B$ 。由于不受系统外力，在任何惯性系中他们的质心都会做匀速直线运动。

现在定义他们的**相对位矢**（也叫**相对坐标**）为点  $A$  指向点  $B$  的矢量

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \quad (1)$$

且定义相对速度和**相对加速度**分别为  $\mathbf{R}$  的导数  $\dot{\mathbf{R}}$  和二阶导数  $\ddot{\mathbf{R}}$ 。在质心系中观察，由于质心始终处于原点，两质点的位矢  $\mathbf{r}_A$  和  $\mathbf{r}_B$  满足

$$m_A \mathbf{r}_A + m_B \mathbf{r}_B = \mathbf{0} \quad (2)$$

联立**式 1** 和 **式 2** 可以发现在质心系中  $\mathbf{R}, \mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B$  间始终存在一一对应的关系，所以不受外力的二体系统只有三个自由度

$$\mathbf{r}_A = \frac{m_B}{m_A + m_B} \mathbf{R} \quad \mathbf{r}_B = \frac{m_A}{m_A + m_B} \mathbf{R} \quad (3)$$

### 运动方程

现在令质点  $A$  对  $B$  的作用力为  $\mathbf{F}$ （与  $\mathbf{R}$  同向），则由牛顿第三定律， $B$  对  $A$  有反作用力  $-\mathbf{F}$ 。两质点加速度分别为（牛顿第二定律） $\mathbf{a}_A = -\mathbf{F}/m_A$ ， $\mathbf{a}_B = \mathbf{F}/m_B$ 。所以相对加速度为

$$\ddot{\mathbf{R}} = \ddot{\mathbf{r}}_B - \ddot{\mathbf{r}}_A = \frac{m_A + m_B}{m_A m_B} \mathbf{F} \quad (4)$$

若定义两质点的**约化质量**为

$$\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \quad (5)$$

且将上式两边同乘约化质量，我们得到相对位矢的牛顿第二定律

$$\mathbf{F} = \mu \ddot{\mathbf{R}} \quad (6)$$

也就是说，在质心系中使用相对位矢，二体系统的运动规律就相当于单个质量为  $\mu$ ，位矢为  $\mathbf{R}$  的质点的运动规律，我们姑且将其称为**等效质点**。而  $A$  对  $B$  的作用力可以看成原点对等效质点的有心力。



## 机械能守恒

再来看系统的动能. 使用式 3 把系统在质心系中的总动能用相对位矢表示得

$$E_k = \frac{1}{2}(m_A \dot{\mathbf{r}}_A^2 + m_B \dot{\mathbf{r}}_B^2) = \frac{1}{2} \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \dot{\mathbf{R}}^2 = \frac{1}{2} \mu \dot{\mathbf{R}}^2 \quad (7)$$

这恰好是等效质点动能.

若两质点间的相互作用力的大小只是二者距离  $R = |\mathbf{R}|$  的函数, 我们可以用一个标量函数  $F(R)$  来表示力与距离的关系, 即

$$\mathbf{F}(\mathbf{R}) = F(R) \hat{\mathbf{R}} \quad (8)$$

注意  $F(R) > 0$  时两质点存在斥力,  $F(R) < 0$  时存在引力.

根据“势能[??”中的??, 我们可以定义势能函数  $V(R)$  为  $F(R)$  的一个负原函数. 现在写出二体系统在质心系中的机械能为

$$E = \frac{1}{2} \mu \dot{\mathbf{R}}^2 + V(R) \quad (9)$$

由于系统不受外力, 机械能守恒.

## 本书编写规范

预备知识 本书格式规范<sup>[9]</sup>

### 蓝色的小标题

本书使用 TeXLive2016 软件中的 XeLaTeX 进行编译. 如果 Windows 中编译卡在 eu1lmr.fd 上的时间较长, 说明 font config 有问题, 在 Windows 的控制行运行 “fc-cache -fv”, 重启 TeXLive, 多试几次即可. TeXWork 编辑器中 Ctrl+T 编译, Ctrl+ 单击跳转到对应的 pdf 或代码, 在 pdf 中 Alt+ 左箭头返回上一个位置. 代码中 \beq+Tab 生成公式环境, \sub+Tab 生成 subsection. Ctrl+F 进行查找, Ctrl+G 查找下一个. 菜单中的 Edit>Preference 设置默认字体为 Microsoft YaHei UI (11pt), 默认编译器为 XeLaTeX, 编码选择 UTF-8.

搜索文件夹内所有文档的内容用 FileSeek 软件, 搜索空格用 “\空格”, 搜索 “\$” 用 “\\$”, 以此类推. 对比两个文档或文件夹用 WinMerge 软件.

画图用 Adobe Illustrator 和 Autodesk Graphics, 用 MathType 在图中添加公式, 希腊字母粗体正体矢量用从 Symbol 字体中插入, 更简单的方法是, 先输入希腊字母, 选中, 然后在 Style 里面选 Vector-Matrix.

### 黑色的小标题

词条标签必须限制在 6 个字符内, 必须记录在 “词条标签对照表” 中, 如果不是超纲词条, 在主文件中用 entry 命令, 否则用 Entry 命令. 词条的文件名和标签名相同. 词条文件的首行必须注释词条的中文名, 非超纲词条放在 contents 文件夹, 超纲词条放在 contents1 文件夹. 引用词条用 upref 命令, “预备知识” 用 pentry 命令, “应用实例” 用 eentry 命令, 拓展阅读用 reentry 命令. 总文件 PhysWiki.tex 编译较慢, 可以先使用 debug.tex 编译, 然后再把 entry 或 Entry 指令复制到 PhysWiki.tex 中. 注意 PhysWiki.tex 中 entry 命令的后面可以用 newpage 命令强制换页, 但为了排版紧凑不推荐这么做.

正文必须使用中文的括号, 逗号, 引号, 冒号, 分号, 问号, 感叹号, 以及全角实心的句号. 所有的标点符号前面不能有空格, 后面要有空格. 行内公

式用单个美元符号，且两边要有空格，例如  $a^2 + b^2 = c^2$ ，后面有标点符号的除外。方便的办法是先全部使用中文标点，最后再把所有空心句号替换成全角实心句号。

公式的 label 必须要按照“词条标签\_eq 编号”的格式，只有需要引用的公式才加标签，编号尽量与显示的编号一致，但原则上不重复即可。图表的标签分别把 eq 改成 fig 和 tab 即可，例题用 ex。但凡是有 caption 命令的，label 需要紧接其后。

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i} \quad (n \text{ 为整数}) \quad (1)$$

引用公式和图表都统一使用 autoref 命令，注意前面不加空格后面要加空格，例如式 1。如果要引用其他词条中的公式，可以引用“其他词条<sup>[9]</sup>”的式 1 也可以用“式 1<sup>[9]</sup>”，为了方便在纸质书上使用，词条页码是不能忽略的。

公式中的空格从小到大如  $a b c d e$ ，微分符号如  $dx$ ，自然对数底如  $e$ ，双重极限如

$$\lim_{\substack{\Delta x_i \rightarrow 0 \\ \Delta y_i \rightarrow 0}} \sum_{i,j} f(x_i, y_i) \Delta x_i \Delta y_j \quad (2)$$

导数和偏导尽量用 Physics 宏包里面的

$$\frac{d}{dx} \quad \frac{df}{dx} \quad \frac{d^2 f}{dx^2} \quad d^2 f / dx^2 \quad \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad \partial^2 f / \partial x^2 \quad (3)$$

复数如  $u+iv$ ，复共轭如  $a^*$ ，行内公式如  $a/b$ ，不允许行内用立体分式。公式中的绝对值如  $|a|$ ，矢量如  $\mathbf{a}$ ，单位矢量如  $\hat{\mathbf{a}}$ ，矢量点乘如  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ （不可省略），矢量叉乘如  $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ 。量子力学算符如  $\hat{a}$ ，狄拉克符号如  $\langle a|, |b\rangle, \langle a|b\rangle$ 。梯度散度旋度拉普拉斯如  $\nabla V, \nabla \cdot \mathbf{A}, \nabla \times \mathbf{A}, \nabla^2 V$ ，但最好用  $\boldsymbol{\nabla} V, \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{A}, \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}, \boldsymbol{\nabla}^2 V$ 。单独一个粗体的  $\nabla$  用  $\boldsymbol{\nabla}$ 。行列式，矩阵  $\mathbf{A}$ ，转置  $\mathbf{A}^T$ ，厄米共轭  $\mathbf{A}^\dagger$  如

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^\dagger \quad (4)$$

行内的列矢量用行矢量的转置表示，如  $(1, 2, 3)^T$ 。

行间公式换行及对齐用 aligned 环境，或用自定义的 ali 命令

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \\ &= a^2 + b^2 + 2ab - 4ab \\ &= (a+b)^2 - 4ab \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} d + e + f &= g \\ a + b &= c \end{aligned} \quad (6)$$

左大括号用自定义的 `leftgroup` 命令，里面相当于 `aligned` 环境

$$\left\{ \begin{aligned} d + e + f &= g \\ a + b &= c \end{aligned} \right. \quad (7)$$

希腊字母如下

$$\alpha(a), \beta(b), \chi(c), \delta(d), \epsilon/\varepsilon(e), \phi(f), \gamma(g), \eta(h), \iota(i), \varphi(j), \kappa(k), \lambda(l), \mu(m), \nu(n), o(o), \pi(p), \theta(q), \rho(r), \sigma(s), \tau(t), \upsilon(u), \varpi(v), \omega(w), \xi(x), \psi(y), \zeta(z) \quad (8)$$

以下是 `script` 字母，只有大写有效。所谓大写  $\epsilon$  其实是花体的  $E$ 。

$$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{I}, \mathcal{J}, \mathcal{K}, \mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{O}, \mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}, \mathcal{S}, \mathcal{T}, \mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{W}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z} \quad (9)$$

另外，电介质常数一律用  $\epsilon$  而不是  $\varepsilon$ 。

现在来引用一张图片，图片必须以 `eps` 以及 `pdf` 两种格式放在 `figures` 文件夹中，代码中使用 `pdf` 图片。图片宽度一律用 `cm` 为单位。在图 1 中，`label` 只

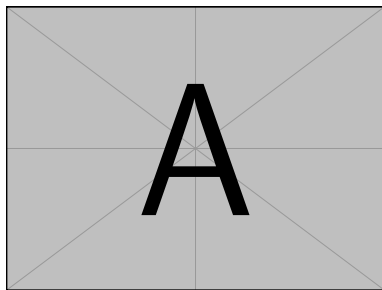


图 1: 例图

能放在 `caption` 的后面，否则编号会出错。由于图片是浮动的，避免使用“上图”，“下图”等词。

再来看一个表格，如表 1。注意标签要放在 `caption` 后面，使用 `tb` 命名。

下面我们举一个例子并引用

### 例 1 名称

在例子中，我们的字体可以自定义，包括公式的字号会保持与内容一致。

$$(a + b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i} (n \text{ 为整数}) \quad (10)$$

表 1: 极限  $e$  数值验证

$x$	$10^{-1}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$
$(1+x)^{1/x}$	2.59374	2.70481	2.71692	2.71815	2.71827	2.71828

引用例子同样使用 `autoref`，如例 1.

以下给出一段 Matlab 代码，代码必须有 “.m” 和 “.tex” 两个版本，放在 codes 文件夹中.

### Matlab 代码

#### 显示 Command Window 中的代码

```
>> 1.2/3.4 + (5.6+7.8)*9 -1
ans = 119.9529
>> 1/exp(1)
ans = 0.3679
>> exp(-1i*pi)+1
ans = 0
```

#### 显示 m 文件中的代码

代码必须以.tex 文件格式放在 code 文件夹中的中，并用 input 命令导入正文。 .tex 代码文件的命名与图片命名相同。禁止在正文中直接写代码。

```
1 % 验证二项式定理(非整数幂)
2 u = -3.5;
3 x = 0.6; % |x|<1 使级数收敛
4 N = 100; % 求和项数
5 Coeff = 1; % x^ii 项前面的系数
6 result = 1; % 求和结果
7 for ii = 1:N
8     Coeff = Coeff*(u-ii+1) / ii;
9     result = result + Coeff * x^(ii);
10 end
```

```
11 disp('直接计算结果为')
12 format long % 显示全部小数位
13 disp((1+x)^u)
14 disp('求和结果为')
15 disp(result)
16 format short % 恢复默认显示
```

应用举例 本书格式规范<sup>[9]</sup>

拓展阅读 本书格式规范<sup>[9]</sup>