

目录

第一部分 创作中

第一章 创作中

刚体 [\[3\]](#)

第二章 修改审阅中

散度 散度定理 [\[5\]](#) 本书编写规范 [\[8\]](#)

第一部分

创作中

第一章

创作中

刚体

空间旋转矩阵

预备知识 预备知识 平面旋转矩阵^[??]

类比平面旋转矩阵^[??]，空间旋转矩阵是三维坐标的旋转变换，所以应该是 3×3 的方阵。不同的是平面旋转变换只有一个自由度 θ ，而空间旋转变换除了转过的角度还需要考虑转轴的方向。如果直接从转轴和转动角度来定义该矩阵，矩阵比较复杂（见绕轴旋转矩阵^[??]）。

若已经知道空间直角坐标系中三个单位正交矢量

$$\hat{\mathbf{x}} = (1, 0, 0)^T \quad \hat{\mathbf{y}} = (0, 1, 0)^T \quad \hat{\mathbf{z}} = (0, 0, 1)^T \quad (1)$$

经过三维旋转矩阵变换以后变为

$$(a_{11}, a_{21}, a_{31})^T \quad (a_{12}, a_{22}, a_{32})^T \quad (a_{13}, a_{23}, a_{33})^T \quad (2)$$

类比平面旋转矩阵^[??]

$$\mathbf{R}_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (3)$$

第二章

修改审阅中

散度 散度定理

预备知识 全微分，矢量场，体积分，面积分，流密度，

我们在矢量场中取一个闭合曲面 \mathcal{S} ，其内部空间记为 \mathcal{V} 。以向外为正方向，矢量场 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ 在闭合曲面的通量 Φ 可以用以下面积分表示，积分范围默认为 \mathcal{S}

$$\Phi = \oint \mathbf{F} \cdot d\mathbf{a} \quad (1)$$

现在我们把该曲面以其内部一点 \mathbf{r} 为中心按比例不断缩小，若通量与体积 V 的比值存在极限，就把该极限叫做该点的**散度（divergence）**，用 $\nabla \cdot$ 算符¹记为（下文将介绍）

$$\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r}) \equiv \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi}{V} \quad (2)$$

若场的分布连续且光滑，则该极限处处存在且与曲面的形状无关²，我们就得到了矢量场的散度场（注意是标量场）。

例 1 匀速水流

假设密度不变的水以匀速流动，质量的流密度场 $\mathbf{j}(\mathbf{r})$ 为恒定场。对于任何一个闭合曲面，流入的流量（负值）和流出的流量（正值）相等，总通量为零。

例 2 变速水流

在例 1 中，流密度场随 x 坐标线性增加， $\mathbf{j} = (j_0 + \alpha x)\hat{\mathbf{x}}$ (α 为常数)，那么取一个边长为 h 的立方体表面作为闭合曲面，从左侧的流量为 $\Phi_L = -(j_0 + \alpha x_0)h^2$ ，右侧的流量为 $\Phi_R = [j_0 + \alpha(x_0 + h)]h^2$ ，其余四个面与 \mathbf{j} 平行，没有流量。闭合曲面的总流量为 $\Phi = \alpha h^3 = \alpha V$ 。根据定义，水流的散度处处为 α 。分析可发现该水流中单位体积单位时间必然会凭空产生质量为 α 的水（虽然实际中不可能）。所以散度也叫**源密度（source density）**。

¹符号 ∇ 的名字为 **nabla**，作为算符时读作 **del**，一些教材也会在上方加矢量箭头，原因见下文。

²本书不作证明

直角坐标系中的散度

若在直角坐标系中给出矢量场

$$\mathbf{F}(x, y, z) = F_x(x, y, z)\hat{\mathbf{x}} + F_y(x, y, z)\hat{\mathbf{y}} + F_z(x, y, z)\hat{\mathbf{z}} \quad (3)$$

令闭合曲面为立方体 $[x, y, z]$ - $[x+h, y+h, z+h]$ 的表面. 先来考虑 x 方向两个正方形的通量 Φ_x , 在点 $\mathbf{r}(x, y, z)$ 附近对 $F_x(\mathbf{r})$ 使用全微分近似^[??] 得 (为简便书写, 以下的函数值和偏导都默认在 \mathbf{r} 处取值)

$$F_x(x+x', y+y', z+z') \approx F_x + \frac{\partial F_x}{\partial x}x' + \frac{\partial F_x}{\partial y}y' + \frac{\partial F_x}{\partial z}z' \quad (4)$$

由于只有 x 方向的场分量对 Φ_x 有贡献,

$$\begin{aligned} \Phi_x &\approx \int_0^h \int_0^h dy' dz' \times \\ &\quad \left[\left(F_x + \frac{\partial F_x}{\partial x}h + \frac{\partial F_x}{\partial y}y' + \frac{\partial F_x}{\partial z}z' \right) - \left(F_x + \frac{\partial F_x}{\partial x}0 + \frac{\partial F_x}{\partial y}y' + \frac{\partial F_x}{\partial z}z' \right) \right] \\ &= \frac{\partial F_x}{\partial x}h \int_0^h \int_0^h dy' dz' = \frac{\partial F_x}{\partial x}h^3 = \frac{\partial F_x}{\partial x}V \end{aligned} \quad (5)$$

同理可以得到另外四个正方形的通量. 六个正方形的总通量为

$$\Phi \approx \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \right) V \quad (6)$$

根据定义式 2, 可得直角坐标中的散度公式

$$\nabla \cdot \mathbf{F} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi}{V} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} \quad (7)$$

从形式上, 我们可以引入一个 ∇ 算符, 在直角坐标系中的形式为

$$\nabla = \hat{\mathbf{x}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{y}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{z}} \frac{\partial}{\partial z} \quad (8)$$

那么 $\nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r})$ 从形式上可以看做矢量算符 ∇ 与某点场矢量 $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ 的“点乘”. 根据式 7, 显然散度是一个线性算符, 即多个矢量场的线性组合的散度等于它们分别求散度再线性组合

$$\nabla \cdot [C_1 \mathbf{F}_1(\mathbf{r}) + C_2 \mathbf{F}_2(\mathbf{r}) + \dots] = C_1 \nabla \cdot \mathbf{F}_1(\mathbf{r}) + C_2 \nabla \cdot \mathbf{F}_2(\mathbf{r}) + \dots \quad (9)$$

散度定理

现在来考虑一个有限大的闭合曲面并计算通量 Φ . 我们先把曲面内的空间划分成许多体积足够小的微元, 第 i 个的体积微元为 V_i , 通量为 $\Phi_i \approx \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r}_i) V_i$. 现在来证明所有小曲面的通量之和等于大曲面的通量.

图中所有微元的曲面可划分为两部分, 一是相邻两个小曲面的边界 (红色), 二是小曲面与大曲面重合的部分 (黑色). 前者产生的通量之和为零, 因为这些边界都是由正方向相反的两块小曲面重合而成, 他们产生的通量等大反向, 互相抵消. 后者产生的通量等于大曲面的通量, 这是因为每块黑色边界都是由正方向相同的小曲面和大曲面重合而成, 产生的通量等大同向. 所以总通量等于

$$\Phi = \sum_i \Phi_i \approx \sum_i \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r}_i) V_i \quad (10)$$

令微元趋近无穷小, 上面的求和变为定积分 (积分范围默认为 \mathcal{V})

$$\Phi = \int \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{r}) dV \quad (11)$$

所以**散度定理**就是, 矢量场在任意闭合曲面的通量等于矢量场的散度在曲面所围空间的体积分.

本书编写规范

预备知识 本书格式规范^[8]

蓝色的小标题

本书使用 TeXLive2016 软件中的 XeLaTeX 进行编译. 如果 Windows 中编译卡在 eu1lmr.fd 上的时间较长, 说明 font config 有问题, 在 Windows 的控制行运行 “fc-cache -fv”, 重启 TeXLive, 多试几次即可. TeXWork 编辑器中 Ctrl+T 编译, Ctrl+ 单击跳转到对应的 pdf 或代码, 在 pdf 中 Alt+ 左箭头返回上一个位置. 代码中 \beq+Tab 生成公式环境, \sub+Tab 生成 subsection. Ctrl+F 进行查找, Ctrl+G 查找下一个. 菜单中的 Edit>Preference 设置默认字体为 Microsoft YaHei UI (11pt), 默认编译器为 XeLaTeX, 编码选择 UTF-8.

搜索文件夹内所有文档的内容用 FileSeek 软件, 搜索空格用 “\空格”, 搜索 “\$” 用 “\\$”, 以此类推. 对比两个文档或文件夹用 WinMerge 软件.

画图用 Adobe Illustrator 和 Autodesk Graphics, 用 MathType 在图中添加公式, 希腊字母粗体正体矢量用从 Symbol 字体中插入, 更简单的方法是, 先输入希腊字母, 选中, 然后在 Style 里面选 Vector-Matrix.

黑色的小标题

词条标签必须限制在 6 个字符内, 必须记录在 “词条标签对照表” 中, 如果不是超纲词条, 在主文件中用 entry 命令, 否则用 Entry 命令. 词条的文件名和标签名相同. 词条文件的首行必须注释词条的中文名, 非超纲词条放在 contents 文件夹, 超纲词条放在 contents1 文件夹. 引用词条用 upref 命令, “预备知识” 用 pentry 命令, “应用实例” 用 eentry 命令, 拓展阅读用 reentry 命令. 总文件 PhysWiki.tex 编译较慢, 可以先使用 debug.tex 编译, 然后再把 entry 或 Entry 指令复制到 PhysWiki.tex 中. 注意 PhysWiki.tex 中 entry 命令的后面可以用 newpage 命令强制换页, 但为了排版紧凑不推荐这么做.

正文必须使用中文的括号, 逗号, 引号, 冒号, 分号, 问号, 感叹号, 以及全角实心的句号. 所有的标点符号前面不能有空格, 后面要有空格. 行内公

式用单个美元符号，且两边要有空格，例如 $a^2 + b^2 = c^2$ ，后面有标点符号的除外。方便的办法是先全部使用中文标点，最后再把所有空心句号替换成全角实心句号。

公式的 label 必须要按照“词条标签_eq 编号”的格式，只有需要引用的公式才加标签，编号尽量与显示的编号一致，但原则上不重复即可。图表的标签分别把 eq 改成 fig 和 tab 即可，例题用 ex。但凡是有 caption 命令的，label 需要紧接其后。

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i} \quad (n \text{ 为整数}) \quad (1)$$

引用公式和图表都统一使用 autoref 命令，注意前面不加空格后面要加空格，例如式 1。如果要引用其他词条中的公式，可以引用“其他词条^[8]”的式 1 也可以用“式 1^[8]”，为了方便在纸质书上使用，词条页码是不能忽略的。

公式中的空格从小到大如 $a b c d e$ ，微分符号如 dx ，自然对数底如 e ，双重极限如

$$\lim_{\substack{\Delta x_i \rightarrow 0 \\ \Delta y_i \rightarrow 0}} \sum_{i,j} f(x_i, y_i) \Delta x_i \Delta y_j \quad (2)$$

导数和偏导尽量用 Physics 宏包里面的

$$\frac{d}{dx} \quad \frac{df}{dx} \quad \frac{d^2 f}{dx^2} \quad d^2 f / dx^2 \quad \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad \partial^2 f / \partial x^2 \quad (3)$$

复数如 $u+iv$ ，复共轭如 a^* ，行内公式如 a/b ，不允许行内用立体分式。公式中的绝对值如 $|a|$ ，矢量如 \mathbf{a} ，单位矢量如 $\hat{\mathbf{a}}$ ，矢量点乘如 $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ （不可省略），矢量叉乘如 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ 。量子力学算符如 \hat{a} ，狄拉克符号如 $\langle a|, |b\rangle, \langle a|b\rangle$ 。梯度散度旋度拉普拉斯如 $\nabla V, \nabla \cdot \mathbf{A}, \nabla \times \mathbf{A}, \nabla^2 V$ ，但最好用 $\boldsymbol{\nabla} V, \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{A}, \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}, \nabla^2 V$ 。单独一个粗体的 ∇ 用 $\boldsymbol{\nabla}$ 。行列式，矩阵 \mathbf{A} ，转置 \mathbf{A}^T ，厄米共轭 \mathbf{A}^\dagger 如

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^T \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}^\dagger \quad (4)$$

行内的列矢量用行矢量的转置表示，如 $(1, 2, 3)^T$ 。

行间公式换行及对齐用 aligned 环境，或用自定义的 ali 命令

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \\ &= a^2 + b^2 + 2ab - 4ab \\ &= (a+b)^2 - 4ab \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} d + e + f &= g \\ a + b &= c \end{aligned} \quad (6)$$

左大括号用自定义的 `leftgroup` 命令，里面相当于 `aligned` 环境

$$\left\{ \begin{aligned} d + e + f &= g \\ a + b &= c \end{aligned} \right. \quad (7)$$

希腊字母如下

$$\alpha(a), \beta(b), \chi(c), \delta(d), \epsilon/\varepsilon(e), \phi(f), \gamma(g), \eta(h), \iota(i), \varphi(j), \kappa(k), \lambda(l), \mu(m), \nu(n), o(o), \pi(p), \theta(q), \rho(r), \sigma(s), \tau(t), \upsilon(u), \varpi(v), \omega(w), \xi(x), \psi(y), \zeta(z) \quad (8)$$

以下是 `script` 字母，只有大写有效。所谓大写 ϵ 其实是花体的 E 。

$$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}, \mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}, \mathcal{H}, \mathcal{I}, \mathcal{J}, \mathcal{K}, \mathcal{L}, \mathcal{M}, \mathcal{N}, \mathcal{O}, \mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R}, \mathcal{S}, \mathcal{T}, \mathcal{U}, \mathcal{V}, \mathcal{W}, \mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{Z} \quad (9)$$

另外，电介质常数一律用 ϵ 而不是 ε 。

现在来引用一张图片，图片必须以 `eps` 以及 `pdf` 两种格式放在 `figures` 文件夹中，代码中使用 `pdf` 图片。图片宽度一律用 `cm` 为单位。在图 1 中，`label` 只

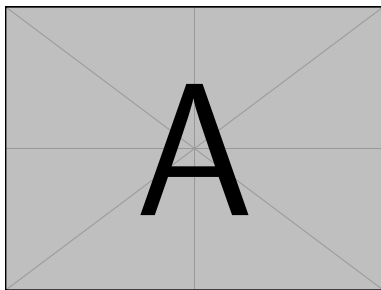


图 1: 例图

能放在 `caption` 的后面，否则编号会出错。由于图片是浮动的，避免使用“上图”，“下图”等词。

再来看一个表格，如表 1。注意标签要放在 `caption` 后面，使用 `tb` 命名。

下面我们举一个例子并引用

例 1 名称

在例子中，我们的字体可以自定义，包括公式的字号会保持与内容一致。

$$(a + b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^i b^{n-i} (n \text{ 为整数}) \quad (10)$$

表 1: 极限 e 数值验证

x	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
$(1+x)^{1/x}$	2.59374	2.70481	2.71692	2.71815	2.71827	2.71828

引用例子同样使用 `autoref`，如例 1.

以下给出一段 Matlab 代码，代码必须有 “.m” 和 “.tex” 两个版本，放在 codes 文件夹中.

Matlab 代码

显示 Command Window 中的代码

```
>> 1.2/3.4 + (5.6+7.8)*9 -1
ans = 119.9529
>> 1/exp(1)
ans = 0.3679
>> exp(-1i*pi)+1
ans = 0
```

显示 m 文件中的代码

代码必须以.tex 文件格式放在 code 文件夹中的中，并用 input 命令导入正文. .tex 代码文件的命名与图片命名相同. 禁止在正文中直接写代码.

```
1 % 验证二项式定理(非整数幂)
2 u = -3.5;
3 x = 0.6; % |x|<1 使级数收敛
4 N = 100; % 求和项数
5 Coeff = 1; % x^ii 项前面的系数
6 result = 1; % 求和结果
7 for ii = 1:N
8     Coeff = Coeff*(u-ii+1) / ii;
9     result = result + Coeff * x^(ii);
10 end
```

```
11 disp('直接计算结果为')
12 format long % 显示全部小数位
13 disp((1+x)^u)
14 disp('求和结果为')
15 disp(result)
16 format short % 恢复默认显示
```

应用举例 本书格式规范^[8]

拓展阅读 本书格式规范^[8]