目录

第一部分　创作中

第一章　创作中

常微分方程 [3]

第二章　修改审阅中

质心 质心系 [5]　二体系统 [7]　二体碰撞问题 [9]　本书编写规范 [11]

第一部分

创作中

第一章

创作中

常微分方程

预备知识 简谐振子[??]

作为一个引入的例子，我们首先看“简谐振子[??]”中的**??**。一般来说，含有函数 $y(x)$ 及其高阶导数 $y^{(n)}$，和自变量 x 的等式叫做**常微分方程**，即

$$f(y^{(N)}, y^{(N-1)}, \ldots, y, x) = 0 \tag{1}$$

上式中的最高阶导数为 N 阶，所以可以把上式叫做 N 阶微分方程。所有能使微分方程成立的函数 $f(x)$ 都是方程的解，如果能找到含有参数的函数 $f(x, C$，使所有可能的解都可以通过给 C_i 赋值来表示，那么这就是函数的通解。

第二章

修改审阅中

质心 质心系

预备知识 体积分

质心的定义

对质点系，令第 i 个质点质量为 m_i，位置为 $\mathbf{r}_i$，总质量为 $M=\sum\limits_i m_i$，则该质点系的**质心**定义为

$$\mathbf{r}_c=\frac{1}{M}\sum_i m_i\mathbf{r}_i \tag{1}$$

对连续质量分布，令密度关于位置的函数为 $\rho(\mathbf{r})$，总质量为密度的体积分

$$M=\int\rho(\mathbf{r})\,\mathrm{d}V \tag{2}$$

质心定义为

$$\mathbf{r}_c=\frac{1}{M}\int\mathbf{r}\rho(\mathbf{r})\,\mathrm{d}V \tag{3}$$

以下的讨论都对质点系进行，连续质量分布可看做由许多体积微元组成，也可看做质点系.

质心的唯一性

既然质心的定义取决于参考系（因为 $\mathbf{r}_i$ 取决于参考系），那么不同参考系中计算出的质心是否是空间中的同一点呢？我们只需要证明，在 A 坐标系中得到的质心 $\mathbf{r}_{Ac}$ 与 B 坐标系中得到的质心 $\mathbf{r}_{Bc}$ 满足关系

$$\mathbf{r}_{Ac}=\mathbf{r}_{AB}+\mathbf{r}_{Bc} \tag{4}$$

首先根据定义

$$\mathbf{r}_{Ac}=\frac{1}{M}\sum_i m_i\mathbf{r}_{Ai}\qquad\mathbf{r}_{Bc}=\frac{1}{M}\sum_i m_i\mathbf{r}_{Bi} \tag{5}$$

由位矢的坐标系变换，$\mathbf{r}_{Ai}=\mathbf{r}_{AB}+\mathbf{r}_{Bi}$，所以

$$\mathbf{r}_{Ac}=\frac{1}{M}\sum_i m_i(\mathbf{r}_{AB}+\mathbf{r}_{Bi})=\mathbf{r}_{AB}+\frac{1}{M}\sum_i m_i\mathbf{r}_{Bi}=\mathbf{r}_{AB}+\mathbf{r}_{Bc} \tag{6}$$

质心系

定义质点系的**质心系**为原点固定在质心上且没有转动的参考系（平动参考系）．根据质心的唯一性（式 4），在质心系中计算质心（式 1）仍然落在原点，即

$$\sum_i m_i \mathbf{r}_{ci} = \mathbf{0} \tag{7}$$

其中 $\mathbf{r}_{ci}$ 是质心系中质点 i 的位矢．

注意质心系并不一定是惯性系，只有当合外力为零质心做匀速直线运动，质心系才是惯性系．在非惯性系中，每个质点受惯性力．

质心系中总动量

把式 7 两边对时间求导，得

$$\sum_i m_i \mathbf{v}_{ci} = \mathbf{0} \tag{8}$$

注意到等式左边恰好为质心系中质点系的总动量，所以我们得到质心系的一个重要特点，**质心系中总动量为零**．

二体系统

预备知识 质心 质心系[5]

我们现在考虑两个仅受相互作用的质点 A 和 B，它们的质量分别为 m_A 和 m_B. 由于不受系统外力，在任何惯性系中他们的质心都会做匀速直线运动.

现在定义他们的**相对位矢**（也叫**相对坐标**）为点 A 指向点 B 的矢量

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_B - \mathbf{r}_A \tag{1}$$

且定义相对速度和**相对加速度**分别为 $\mathbf{R}$ 的导数 $\dot{\mathbf{R}}$ 和二阶导数 $\ddot{\mathbf{R}}$. 在质心系中观察，由于质心始终处于原点，两质点的位矢 $\mathbf{r}_A$ 和 $\mathbf{r}_B$ 满足

$$m_A\mathbf{r}_A + m_B\mathbf{r}_B = \mathbf{0} \tag{2}$$

联立式 1 和式 2 可以发现在质心系中 $\mathbf{R}, \mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B$ 间始终存在一一对应的关系，所以不受外力的二体系统只有三个自由度

$$\mathbf{r}_A = \frac{m_B}{m_A + m_B}\mathbf{R} \qquad \mathbf{r}_B = \frac{m_A}{m_A + m_B}\mathbf{R} \tag{3}$$

运动方程

现在令质点 A 对 B 的作用力为 $\mathbf{F}$（与 $\mathbf{R}$ 同向），则由牛顿第三定律，B 对 A 有反作用力 $-\mathbf{F}$. 两质点加速度分别为（牛顿第二定律）$\mathbf{a}_A = -\mathbf{F}/m_A$，$\mathbf{a}_B = \mathbf{F}/m_B$. 所以相对加速度为

$$\ddot{\mathbf{R}} = \ddot{\mathbf{r}}_B - \ddot{\mathbf{r}}_A = \frac{m_A + m_B}{m_A m_B}\mathbf{F} \tag{4}$$

若定义两质点的**约化质量**为

$$\mu = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} \tag{5}$$

且将上式两边同乘约化质量，我们得到相对位矢的牛顿第二定律

$$\mathbf{F} = \mu\ddot{\mathbf{R}} \tag{6}$$

也就是说，在质心系中使用相对位矢，二体系统的运动规律就相当于单个质量为 μ，位矢为 $\mathbf{R}$ 的质点的运动规律，我们姑且将其称为**等效质点**. 而 A 对 B 的作用力可以看成原点对等效质点的有心力.

机械能守恒

再来看系统的动能．使用式 3 把系统在质心系中的总动能用相对位矢表示得

$$E_k = \frac{1}{2}(m_A\dot{\mathbf{r}}_A^2 + m_B\dot{\mathbf{r}}_B^2) = \frac{1}{2}\frac{m_A m_B}{m_A + m_B}\dot{\mathbf{R}}^2 = \frac{1}{2}\mu\dot{\mathbf{R}}^2 \tag{7}$$

这恰好是等效质点动能．

若两质点间的相互作用力的大小只是二者距离 $R = |\mathbf{R}|$ 的函数，我们可以用一个标量函数 $F(R)$ 来表示力与距离的关系，即

$$\mathbf{F}(\mathbf{R}) = F(R)\hat{\mathbf{R}} \tag{8}$$

注意 $F(R) > 0$ 时两质点存在斥力，$F(R) < 0$ 时存在引力．

根据“势能[??]”中的**??**，我们可以定义势能函数 $V(R)$ 为 $F(R)$ 的一个负原函数．现在写出二体系统在质心系中的机械能为

$$E = \frac{1}{2}\mu\dot{\mathbf{R}}^2 + V(R) \tag{9}$$

由于系统不受外力，机械能守恒．

二体碰撞问题

预备知识 二体系统[7]

注意以下讨论的碰撞不必要求在一瞬间发生，可以拓展到有限距离的作用力甚至无穷远但不断衰减的作用力。例如考虑两个带电荷的质点的碰撞。在无穷远处时，二者之间的作用可忽略，此时的速度可定义为初速度。当发生相互作用后，把两质点互相远离到相距无穷远时的速度定义为末速度。

一维情况

高中物理中，若两质点的运动限制在同一直线上且碰撞为完全弹性碰撞，我们可以联立能量守恒和动量守恒两条式子来解出碰撞后的速度。但这里介绍另一种更简单的方法，即利用质心系求解。令两质点质量分别为 m_1 和 m_2，初速度分别为 v_{10} 和 v_{20}，需要求末速度 v_1 和 v_2。根据定义，质心的位置为 $x_c = (m_1 x_1 + m_2 x_2)/(m_1 + m_2)$，等式两边对时间 t 求导，得质心的速度为

$$v_c = (m_1 v_1 + m_2 v_2)/(m_1 + m_2) \tag{1}$$

现在我们在质心系中考虑该问题。在三维情况下，质心系中的二体系统只有三个自由度（二体系统[7]式 3），不难类推在一维情况下二体系统只有一个自由度。所以维度多少，在质心系中考虑二体碰撞问题将会简单得多。

由速度叠加原理，初始时两质点在质心系中的速度分别为

$$v_{c10} = v_{10} - v_c \qquad v_{c20} = v_{20} - v_c \tag{2}$$

先考虑质心系中的完全弹性碰撞，由于两质点的速度大小始终成正比（质心系[5]式 8），为了使能量守恒，碰撞只能有一种结果，即两质点的速度方向都取反方向而速度大小保持不变。现在我们重新回到原来的参考系中，两质点的末速度分别为

$$v_1 = v_c + (-v_{c10}) = 2v_c - v_{10} \qquad v_2 = v_c + (-v_{c20}) = 2v_c - v_{20} \tag{3}$$

代入式 1 即可得到最后结果。

若问题为非完全弹性碰撞，可设质心系中碰撞后与碰撞前的能量比值为 $\alpha^2 < 1$，即速度的比值为 α。碰撞后两质点的质心系速度分别变为 $-\alpha v_{c10}$ 和 $-\alpha v_{c20}$，变换到原参考系中速度为

$$\begin{aligned} v_1 &= v_c + (-\alpha v_{c10}) = (1+\alpha)v_c - \alpha v_{10} \\ v_2 &= v_c + (-\alpha v_{c20}) = (1+\alpha)v_c - \alpha v_{20} \end{aligned} \tag{4}$$

二维和三维情况

由于在多维情况下，碰撞损失的能量可能与碰撞的角度有关，这里仅讨论最常见的完全弹性碰撞。

本书编写规范

预备知识 本书格式规范[11]

蓝色的小标题

本书使用 TeXLive2016 软件中的 XeLaTeX 进行编译．如果 Windows 中编译卡在 eu1lmr.fd 上的时间较长，说明 font config 有问题，在 Windows 的控制行运行“fc-cache -fv”，重启 TeXLive，多试几次即可．TeXWork 编辑器中 Ctrl+T 编译，Ctrl+ 单击跳转到对应的 pdf 或代码，在 pdf 中 Alt+ 左箭头返回上一个位置．代码中\beq+Tab 生成公式环境，\sub+Tab 生成 subsection．Ctrl+F 进行查找，Ctrl+G 查找下一个．菜单中的 Edit>Preference 设置默认字体为 Microsoft YaHei UI（11pt），默认编译器为 XeLaTeX，编码选择 UTF-8．

搜索文件夹内所有文档的内容用 FileSeek 软件，搜索空格用“\空格”，搜索“$”用“\$”，以此类推．对比两个文档或文件夹用 WinMerge 软件．

画图用 Adobe Illustrator 和 Autodesk Graphics，用 MathType 在图中添加公式，希腊字母粗体正体矢量用从 Symbol 字体中插入，更简单的方法是，先输入希腊字母，选中，然后在 Style 里面选 Vector-Matrix．

黑色的小标题

词条标签必须限制在 6 个字符内，必须记录在“词条标签对照表”中，如果不是超纲词条，在主文件中用 entry 命令，否则用 Entry 命令．词条的文件名和标签名相同．词条文件的首行必须注释词条的中文名，非超纲词条放在 contents 文件夹，超纲词条放在 contents1 文件夹．引用词条用 upref 命令，“预备知识”用 pentry 命令，“应用实例”用 eentry 命令，拓展阅读用 rentry 命令．总文件 PhysWiki.tex 编译较慢，可以先使用 debug.tex 编译，然后再把 entry 或 Entry 指令复制到 PhysWiki.tex 中．

正文必须使用中文的括号，逗号，引号，冒号，分号，问号，感叹号，以及全角实心的句号．所有的标点符号前面不能有空格，后面要有空格．行内公式用单个美元符号，且两边要有空格，例如 $a^2 + b^2 = c^2$，后面有标点符号的除

外．方便的办法是先全部使用中文标点，最后再把所有空心句号替换成全角实心句号．

公式的 label 必须要按照“词条标签 _eq 编号”的格式，只有需要引用的公式才加标签，编号尽量与显示的编号一致，但原则上不重复即可．图表的标签分别把 eq 改成 fig 和 tab 即可，例题用 ex．但凡是有 caption 命令的，label 需要紧接其后．

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} C_n^i a^i b^{n-i} \quad (n\text{为整数}) \tag{1}$$

引用公式和图表都统一使用 autoref 命令，注意前面不加空格后面要加空格，例如式 1．如果要引用其他词条中的公式，可以引用“其他词条[11]”的式 1 也可以用“式 1[11]”，为了方便在纸质书上使用，词条页码是不能忽略的．

公式中的空格从小到大如 $a\,b\:c\quad d\qquad e$，微分符号如 $\mathrm{d}x$，自然对数底如 e，双重极限如

$$\lim_{\substack{\Delta x_i\to 0\\ \Delta y_i\to 0}} \sum_{i,j} f(x_i,y_i)\Delta x_i \Delta y_j \tag{2}$$

导数和偏导尽量用 Physics 宏包里面的

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} \quad \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x} \quad \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2} \quad \mathrm{d}^2 f/\mathrm{d}x^2 \quad \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad \partial^2 f/\partial x^2 \tag{3}$$

复数如 $u+\mathrm{i}v$，复共轭如 a^*，行内公式如 a/b，不允许行内用立体分式．公式中的绝对值如 $\lvert a\rvert$，矢量如 $\mathbf{a}$，单位矢量如 $\hat{\mathbf{a}}$，矢量点乘如 $\mathbf{A}\boldsymbol\cdot\mathbf{B}$（不可省略），矢量叉乘如 $\mathbf{A}\times\mathbf{B}$．量子力学算符如 $\hat{a}$，狄拉克符号如 $\langle a\rvert\,,\lvert b\rangle\,,\langle a\vert b\rangle$．梯度散度旋度拉普拉斯如 $\boldsymbol\nabla V$，$\boldsymbol\nabla\boldsymbol\cdot\mathbf{A}$，$\boldsymbol\nabla\times\mathbf{A}$，$\nabla^2 V$，但最好用 $\boldsymbol\nabla V$，$\boldsymbol\nabla\boldsymbol\cdot\mathbf{A}$，$\boldsymbol\nabla\times\mathbf{A}$，$\nabla^2 V$．单独一个粗体的 ∇ 用 $\boldsymbol\nabla$．行列式，矩阵 $\mathbf{A}$，转置 $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$，厄米共轭 $\mathbf{A}^\dagger$ 如

$$\begin{vmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{vmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}^{\mathrm{T}} \qquad \begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}^\dagger \tag{4}$$

行内的列矢量用行矢量的转置表示，如 $(1,2,3)^{\mathrm{T}}$．

行间公式换行及对齐用 aligned 环境，或用自定义的 ali 命令

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= a^2+b^2-2ab\\ &= a^2+b^2+2ab-4ab\\ &= (a+b)^2-4ab\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{gathered} d+e+f=g \\ a+b=c \end{gathered} \tag{6}$$

左大括号用自定义的 leftgroup 命令，里面相当于 aligned 环境

$$\left\{ \begin{aligned} d+e+f&=g \\ a+b&=c \end{aligned} \right. \tag{7}$$

希腊字母如下

$$\begin{gathered} \alpha(a),\beta(b),\chi(c),\delta(d),\epsilon/\varepsilon(e),\phi(f),\gamma(g),\eta(h),\iota(i),\varphi(j),\kappa(k),\lambda(l),\mu(m), \\ \nu(n),o(o),\pi(p),\theta(q),\rho(r),\sigma(s),\tau(t),\upsilon(u),\varpi(v),\omega(w),\xi(x),\psi(y),\zeta(z) \end{gathered} \tag{8}$$

以下是 script 字母，只有大写有效．所谓大写 ϵ 其实是花体的 E．

$$\mathcal{A},\mathcal{B},\mathcal{C},\mathcal{D},\mathcal{E},\mathcal{F},\mathcal{G},\mathcal{H},\mathcal{I},\mathcal{J},\mathcal{K},\mathcal{L},\mathcal{M},\mathcal{N},\mathcal{O},\mathcal{P},\mathcal{Q},\mathcal{R},\mathcal{S},\mathcal{T},\mathcal{U},\mathcal{V},\mathcal{W},\mathcal{X},\mathcal{Y},\mathcal{Z} \tag{9}$$

另外，电介质常数一律用 ϵ 而不是 ε．

现在来引用一张图片，图片必须以 eps 以及 pdf 两种格式放在 figures 文件夹中，代码中使用 pdf 图片．图片宽度一律用 cm 为单位．在图 1 中，label 只

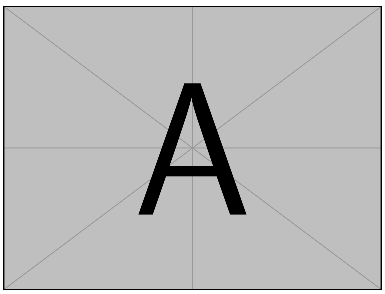

图 1: 例图

能放在 caption 的后面，否则编号会出错．由于图片是浮动的，避免使用“上图”，“下图”等词．

再来看一个表格，如表 1．注意标签要放在 caption 后面，使用 tb 命名．

下面我们举一个例子并引用

例 1　**名称**

在例子中，我们的字体可以自定义，包括公式的字号会保持与内容一致．

$$(a+b)^n=\sum_{i=0}^{n} C_n^i a^i b^{n-i} (n\text{为整数}) \tag{10}$$

表 1: 极限 e 数值验证

x	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}
$(1+x)^{1/x}$	2.59374	2.70481	2.71692	2.71815	2.71827	2.71828

引用例子同样使用 autoref，如例 1.

以下给出一段 Matlab 代码，代码必须有“.m”和“.tex”两个版本，放在 codes 文件夹中.

Matlab 代码

显示 Command Window 中的代码

```
>> 1.2/3.4 + (5.6+7.8)*9 -1
ans = 119.9529
>> 1/exp(1)
ans = 0.3679
>> exp(-1i*pi)+1
ans = 0
```

显示 m 文件中的代码

代码必须以.tex 文件格式放在 code 文件夹中的中，并用 input 命令导入正文。.tex 代码文件的命名与图片命名相同。禁止在正文中直接写代码。

```
% 验证二项式定理(非整数幂)
u = -3.5;
x = 0.6; % |x|<1 使级数收敛
N = 100; % 求和项数
Coeff = 1; % x^ii 项前面的系数
result = 1; % 求和结果
for ii = 1:N
    Coeff = Coeff*(u-ii+1) / ii;
    result = result + Coeff * x^(ii);
end
```

```
disp('直接计算结果为')
format long % 显示全部小数位
disp((1+x)^u)
disp('求和结果为')
disp(result)
format short % 恢复默认显示
```

应用举例 本书格式规范[11]

拓展阅读 本书格式规范[11]