**静电场的拉普拉斯方程**

2015/12/14

预备知识: 静电场的电势([库仑定律](#_库伦定律)); 电场的散度 ([电场的高斯定理](#_电场的高斯定理))

在静电场的电势中, 得

 (1)

而在电场的散度中, 得

 (2)

若把(1)式两边求一次散度, 得

 (3)

由拉普拉斯算符(链接未完成)的性质

 (4)

把(3)代入(4)的右边, 得

 (5)

这就是静电场的拉普拉斯方程. 它描述了电势如何由电荷分布决定.

若已知全部的电荷分布, 则可直接用电势公式(链接未完成)求解

 (6)

下文将直接证明该式是上式(5)的一个解.

但为什么既然有了电势公式(6)还需要电场的拉普拉斯方程呢? 因为电势公式只有在知道电荷分布的情况下才能求解电势, 但在许多其他问题中(例如空间中有金属或者电介质存在), 并不知道电荷的分布情况, 这时, 就需要通过拉普拉斯方程来求解.

证明电势公式满足拉普拉斯方程(未完成, 见Jackson)