**齐次波动方程**

2016/1/3

预备知识: [一维齐次亥姆霍兹方程](#_一维齐次亥姆霍兹方程)

齐次波动方程为

 (1)

使用[连续的分离变量法](#_连续的分离变量法_傅里叶变换法)(其实也可以在一开始就令, 但为了得到亥姆霍兹方程只好先分离掉时间), 令, 代入且两边同除得

. (2)

第一项只是空间的函数, 第二项只是时间的函数, 所以他们分别等于常数.

1. 令, 解为

 (3)

*C*为复振幅.

2. 则, 即[亥姆霍兹方程](#_一维齐次亥姆霍兹方程)(令)

. (4)

分离变量解为

 (5)

为任意模长为的波矢.

由(3)和(5)得波动方程(2)的通解为所有满足 (6) 的平面波 (7)的叠加(积分). 在叠加时我们可以选取任意**, 再用(6)式决定即可.

 (8)

严格来说, 这里需要考虑到有正负两个解(但写下来没那么简洁), 即

 (9)

**齐次波动方程 齐次亥姆霍兹方程**

2016/1/2

(未完成)

预备知识: [一维齐次亥姆霍兹方程](#_一维齐次亥姆霍兹方程)

齐次波动方程为



分离变量法

, 代入且两边同除得

.

第一项只是空间的函数, 第二项只是时间的函数. 所以他们分别等于常数.

1. 令, 解为, C为待定系数(复数, 包含模长和初相位).

2. 则, 即亥姆霍兹方程. 继续分离变量, 令

(其实也可以在一开始就令, 但为了得到亥姆霍兹方程只好先分离掉时间). 且令

, , 

则

.

[一维亥姆霍兹方程](#_一维齐次亥姆霍兹方程)解为, , , 亥姆霍兹方程的通解为. 这是平面波的不含时部分(平面波的复数表示为), 其中为复振幅, 为任意模长为