**球坐标中的薛定谔方程求解**

2014/11/21

(未完成)分离变量法，变成三个函数

预备知识： [三维薛定谔方程](#_三维薛定谔方程)；[球坐标系中的梯度散度旋度](#_球坐标系中的梯度散度旋度)；[分离变量法简介](#_分离变量法简介_1)

以下的内容讲述如何在球坐标中利用分离变量法求解薛定谔方程．其过程与

定态薛定谔方程的三维形式为

 (1)

[球坐标系中的拉普拉斯算子](#_球坐标系中的拉普拉斯方程)为



代入(1)式，得到球坐标的偏微分方程，用分离变量法求解(类比[球坐标的拉普拉斯方程](#_球坐标系中的拉普拉斯方程))

1．设，设常数为 (这样设可以方便计算)

 (1)



其中叫做球函数．

2．进一步设，设常数为

 (2)

 (3)

所以式(1)，(2)，(3)就是薛定谔方程分离变量以后得到的常微分方程．

(1)在确定以前，我们还不能进一步求解．

(2)这个方程与[球坐标中的拉普拉斯方程](#_球坐标系中的拉普拉斯方程)中的相同，其解为的连带勒让德多项式



其中是连带勒让德多项式，其中

是[勒让德多项式](#_勒让德多项式)．

(3)这个方程的解为．但是必须有，因为波函数在同一个地方只能取一个值!．所以，即．所以只能取整数．



2．