**升降算符**

2014/11/21

预备知识： [本征方程](#_本征方程)

**结论：** 已知某个算符，若能找到另一个算符，使得成立(是大于零的实数)，这个算符就是对应的升算符．同理，若有使得成立，这个算符就是对应的降算符．升降算符的作用是把一个本征函数变为本征值更大或者更小的本征函数．即．

**意义：** 有时候如果算符过于复杂求解本征方程比较困难，就可以尝试寻找升降算符．升降算符可以让我们不用求解本征方程就可以快速地找到本征值．具体见[简谐振子](#_简谐振子)和[轨道角动量](#_轨道角动量)以及[自旋角动量](#_自旋角动量总结)．

**证明：** 这个证明很容易，如果是的一个本征函数，且本征值为，那么根据对易关系有



降算符的证明同理．

注意升降算符并不一定能保持函数的归一化。若假设, 其中和都是归一化的波函数，那么由归一化条件



习惯上令为实数，即．

升降算符(旧版本)

预备知识: 本征方程

定理: 已知道某个算符的一个本征函数和本征值, 若能找到升降算符, 使. 则也是的本征函数, 且的本征值为, 即.

意义: 升降算符可以让我们不用求解本征方程就可以快速地找到本征值.

证明:



由算符的乘法结合律. 且由于算符和常数有乘法交换律, . 上式变为.再根据算符的乘法分配律把提出括号, 有

 由定义, , 所以

