### 哈密顿原理 最小作用量

2017/2/7

若系统由个独立的广义坐标描述，那么可以把看做是维空间中的一点，这个空间叫做位形空间(configuration space)，系统变化的过程可以看做位形空间中的一点随时间变化而走出的轨迹．若该轨迹已知，可定义与之间系**作用量**为



哈密顿原理可表述为：若系统在和时刻的坐标分别为和那么在这段时间内所有可能的位形空间轨迹中，实际的轨迹可以使**作用量**取极值．注意式\*中的事实上是这个函数的函数，函数的函数叫做**泛函**．类比一元函数的极值，泛函的极值是指当作为自变量的函数发生微小改变时泛函的因变量不变（或变化小于一阶无穷小）．哈密顿原理也被称为**最小作用量**原理．

**由哈密顿原理导出拉格朗日方程**

假设满足哈密顿原理的轨迹为，为了让轨迹发生改变，现取一个变量及任意函数，令．由于变化的过程中仍然要保持初末时刻的不变，必须满足．现在拉格朗日量最终是和的函数，而作用量则完全是的函数．



根据哈密顿原理，在处有．为书写方便，以下所有都默认在时求得．注意在时间积分中只是参数，可以把放入积分号内．



这里使用偏导是为了强调求导时保持不变．使用偏导的链式法则有



由于不变，第三项为0. 对第二项使用分部积分（链接）得



其中，在时刻都为0，上式第一项消失．代入式\*得



由于可以任取，方括号内为零．取即可证明．