**圆锥曲线的极坐标方程**

2014/11/24

预备知识： [极坐标的定义](#_极坐标的定义_1)

**结论**

圆锥曲线的极坐标方程为



其中是通径，是离心率．

****

**推导**

圆锥曲线的一种定义(与其他定义等效)

平面上有一点和一条直线，相距为．

平面上某一点到的距离为，到的

(垂直)距离为，令常数，则所有满足

 (1)

的点组成的曲线就是圆锥曲线．是常数，被称为离心率(不是自然对数底)，被称为焦点，被称为准线．当时，曲线是椭圆，时是抛物线，时是双曲线．

以点为原点，使极轴垂直于准线(如上图)．则，根据(1)得

 (2)

变形，得

 (3)

若定义圆锥曲线的**通径**为过焦点且平行于准线的直线被圆锥曲线截出的线段，令其长度为，那么有．代入(3)得．所以(3)又可以写为

 (4)

注意和分别控制圆锥曲线的大小和形状．由于抛物线的不变，所以所有抛物线的形状都相同．

若把曲线围绕焦点顺时针旋转，方程就成为，这是更一般的形式．

 (5)

### 圆锥曲线的极坐标方程

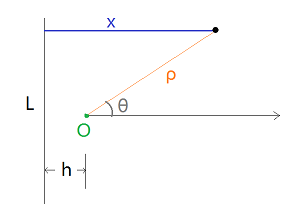
预备知识： [极坐标的定义](#_极坐标的定义_1)

**结论**

圆锥曲线的极坐标方程为



其中是通径，是离心率．

**推导**

圆锥曲线的一种定义(与其他定义等效)

平面上有一点和一条直线，相距为．

平面上某一点到的距离为，到的

(垂直)距离为，令常数，则所有满足

 (1)

的点组成的曲线就是圆锥曲线．是常数，被称为离心率(不是自然对数底)，被称为焦点，被称为准线．当时，曲线是椭圆，时是抛物线，时是双曲线．

以点为原点，使极轴垂直于准线(如上图)．则，根据(1)得

 (2)

变形，得

 (3)

若定义圆锥曲线的**通径**为过焦点且平行于准线的直线被圆锥曲线截出的线段，令其长度为，那么有．代入(3)得．所以(3)又可以写为

 (4)

注意和分别控制圆锥曲线的大小和形状．由于抛物线的不变，所以所有抛物线的形状都相同．

若把曲线围绕焦点顺时针旋转，方程就成为，这是更一般的形式．

 (5)