### 平面旋转变换

**结论**

已知直角坐标系中一点，绕原点逆时针旋转角()之后变为则有

 (1)

 (2)

其逆变换如下，即已知求

 (3)

 (4)

**推导**

预备知识：

第一种推导方法不需要学习矩阵和线性变换，只需要[极坐标的定义](#_极坐标的定义_1)即可．

平面上一点 也可以用极坐标表示，一般情况下令极点与原点重合，极径与轴重合，则有

 

把点绕原点逆时针旋转角变为，则极坐标为．根据上式计算的直角坐标并用两角和公式化简如下





这就证明了(1)(2)两式．

若要证(3)(4)式，有两种方法．一是将(1)(2)式中的看成未知数，解二元一次方程组，即证明．另一种方法的思路是，既然逆时针旋转角为，那么把顺时针旋转角可得到．而“顺时针旋转角”就是“逆时针旋转角”．把变换(1)(2)中的换为则





这就是(3)(4)式.

下面的第二种方法需要利用线性变换的性质(超链接未完成)

．

已知逆时针旋转以后，；．

而任何矢量都可以表示成线性组合，所以

所以 (这等效于(1)(2)式)．同样的方法可以推出(3)(4)式．