**开普勒第三定律的证明**

2014/11/17

方法一:

预备知识: [开普勒第一定律证明](#_开普勒第一定律的证明); [开普勒第二定律证明](#_开普勒第二定律的证明)

在[开普勒第一定律证明](#_开普勒第一定律的证明)中，得出行星轨道的极坐标方程为

 (1)其中，是行星的[角动量](#_角动量的定义)与质量之比, 是引力常数, 是中心天体的质量. 是圆锥曲线的离心率,当时, 轨道是椭圆, 取等号时, 轨道是圆的.

椭圆的半长轴为. (2)

椭圆的半短轴为 (3)

椭圆的面积为 (4)

由开[普勒第二定律证明](#_开普勒第二定律的证明)中的结论, 单位时间扫过的面积为 (5). 其中是角动量, 是行星的质量.

所以行星的周期为 (6)

所以由(2)式与(6)式得  是一个常数, 但注意这个常数与中心天体的质量有关, 所以不同中心天体的比例常数不同.

这个比例系数不用记忆, 需要用时, 只需用高中的知识计算天体圆周运动时的特例即可. 在注意圆作为特殊的椭圆, 其半长轴就是半径.