**换元积分法**

2014/11/26

**第一类换元积分法**

由[复合函数的求导法则](#_求导的链式法则)，若令，则



由于求导的逆运算是积分，有



所以凡是遇到形式的积分，我们需要求出和两个函数即可写出答案．其中在积分表达式中已经知道，所以只要把积分求出即可．这种方法叫做**第一类换元积分法**．

**例1** 计算

令，，则上式刚好是的形式．从基本初等函数积分表已知的一个原函数是，那么答案就是



事实上，根据换元积分法，若已知，则对于任意常数和，必有，根据[积分的基本性质](#_积分的基本性质)，两边乘以，得

．

这条公式使用频率很高，需要熟练掌握．

类似例子还有 ，，等等．

还原积分法在形式上可以写成



 (1)

这就相当于在求的原函数时，把函数变量由换成了关于的函数，再进行积分，所以叫做**换元积分法**．

这类换元积分法的关键就在于如何看出被积函数的的结构是

．这只有靠多练习才能熟能生巧．

**第二类换元积分法**

第二类换元积分法从某种意义上和第一类换元积分相反．若要对一个函数积分，先把它的自变量看做另一个变量的函数，再逆向使用式(1)，即可化简积分．



这个积分看似复杂了，但是如果选取适当，反而可以使计算化简．

**例2**



由于，选取．要注意的是，为了使与一一对应，令即可．上面积分变为



验证： 根据反函数求导法则，．

### 换元积分法

**第一类换元积分法**

由复合函数的求导法则，若令，则



由于求导的逆运算是积分，有



所以凡是遇到形式的积分，我们需要求出和两个函数即可写出答案．其中在积分表达式中已经知道，所以只要把积分求出即可．这种方法叫做**第一类换元积分法**．

**例1** 计算

令，，则上式刚好是的形式．从基本初等函数积分表已知的一个原函数是，那么答案就是



事实上，根据换元积分法，若已知，则对于任意常数和，必有，根据[积分的基本性质](#_积分的基本性质)，两边乘以，得

．

这条公式使用频率很高，需要熟练掌握．

类似例子还有 ，，等等．

还原积分法在形式上可以写成



 (1)

这就相当于在求的原函数时，把函数变量由换成了关于的函数，再进行积分，所以叫做**换元积分法**．

这类换元积分法的关键就在于如何看出被积函数的的结构是

．这只有靠多练习才能熟能生巧．

**第二类换元积分法**

第二类换元积分法从某种意义上和第一类换元积分相反．若要对一个函数积分，先把它的自变量看做另一个变量的函数，再逆向使用式(1)，即可化简积分．



这个积分看似复杂了，但是如果选取适当，反而可以使计算化简．

**例2**



由于，选取．要注意的是，为了使与一一对应，令即可．上面积分变为



验证： 根据反函数求导法则，．