**无限深势阱中解定态薛定谔方程**

2014/11/21

预备知识： [定态薛定谔方程](#_定态薛定谔方程_1)；[二阶常系数齐次微分方程](#_二阶常系数齐次微分方程的通解)；

无限深势阱3

**问题**

只考察质量为的粒子沿方向的运动情况(并不是说其他方向不能运动，而是我们不关心)．势能函数为



求解定态薛定谔方程

．

**结论**

第个能级为

 

能量的本征波函数为



**推导**

先考虑势阱内部，方程变为．

这是[二阶常系数齐次微分方程](#_二阶常系数齐次微分方程的通解)．通解为

，其中

(通解也可以写成指数函数，加上边界条件后的结论一样)

现在讨论边界条件： 在[有限深势阱束缚态](#_有限深势阱)中将会看到，如果势阱外部势能是有限值，波函数将会按照指数函数衰减，势能越高衰减得越快．而现在势阱外部势能为无穷大，就可以直接认为波函数在势阱外部始终为零．所以边界条件为

，

这两个条件代入以上通解中，解得

，．()．

的取值暂时不能确定，但先将通解写为，常数就可以通过波函数的归一化(链接未完成)来确定：

．

严格来说，可以是复数，解为．但是为了方便通常把归一化常数中的相位因子默认为．所以归一化的波函数为



另外，由可以得出能级是离散的结论．即

 