**比奥萨伐尔定律**

2015/12/28

**结论**

 (1)

**说明**

比奥萨伐尔定律是一个[定律](#_引理_定理_推论), 即电磁学的基本假设之一, 所以以下并不是推导, 而是解释公式的意义.

一个粗细忽略不计的电流回路中有电流*I*, 如何确定该回路在空间中任意一点所产生的磁场呢? 由于磁场与电场一样可以叠加, 我们可以把回路划分成极小的线段, 分别计算每个小线段在某点产生的磁场, 然后求和. 当这些小线段的长度趋近于零, 求和就变成了积分.

那如何计算一小段长度为的电流(电流元)产生的磁场呢? 如图(图未完成, dl存在正方向, 与的夹角为), 为了表示电流的方向, 我们先把变为矢量, 方向为电流的正方向(当*I* > 0时, 电流方向与相同, *I* < 0时相反). 现在我们要求空间中任意一点(把这点叫做场点)的磁场, 设电流元的位置为(把这点叫做原点), 且设

 (2).

首先, 磁场大小正比于, 这是合理的, 因为如果把两小段电流元重叠放在一起, 那么根据叠加原理, 任何地方的磁场都会增加一倍. 其次, 与点电荷的电场(库伦定律)类似, 场强与距离的平方成反比. 最后, 由于电流有特定的方向, 磁场不再具有球对称, 但具有柱对称. 磁场大小正比于(磁场方向垂直于和所在平面, 符合右手定则, 见矢量的叉乘(链接未完成)). 这说明, 在*I*和*R*不变时, 垂直于电流元的点()具有最大场强, 与其共线的点()场强为零.

要注意的是, 虽然我们是对单独一个分析, 但稳定的电流元在现实中并不存在. 因为线电流必须组成环路, 否则在两个端点处就会分别积累大量的异号电荷(见电流的连续性), 从而产生变化的电场及磁场, 而在静态电磁场问题中, 我们要求净电荷和电流的分布不随时间改变. 所以在利用比奥萨伐尔公式时, 必须要以对整个闭合回路积分 (无穷长直导线或者螺线管等理想问题除外(链接未完成)).

若给所有的小电流源编号为, 令第*i*个电流源的起点为, . 把所有电场矢量相加, 变为

 (3)

当电流元无穷短, 数量无穷多的时候, 上式写为积分的形式, 且由于第i个电流元的终点就是第i+1个电流元的起点, , 矢量积分写为

 (4)

注意是场点和源点的函数, 积分时把视为常数而对积分. 为了使公式更明确, 在难度较大的电磁学教材中把上式直接记为

 (5)

**矢量积分的计算方法**

比奥萨伐尔定律的积分中含有矢量微元的叉乘, 看起来和普通的矢量积分不同, 但是在常见的简单问题中, 可以从几何理解上直接转换为标量的积分(见无限长直导线的磁场和环形电流轴线的磁场). 如果是更一般的问题, 则可以把叉乘分解成3个分量, 然后变为6个标量积分

 (6)

 (7)

**电流密度的形式**

假设电流的空间分布是连续变化的而不能看成一条截面不计曲线, 我们需要用电流密度来表示空间的电流分布. 现在考虑一个粗细不能忽略的环路, 处的截面积为(取截面时应垂直于电流), 通过截面的电流为, 所以电流元变为(根据定义, 与的正方向相同), 是电流元的体积. 于是比奥萨伐尔定律的环路积分变为体积分

 (8)

注意积分内的电流密度是关于源点的函数而不是场点的函数. 理论上, 体积分应该在导线内部进行, 然而导线外部电流密度为零, 故积分可以对全空间进行. 类比式(5), 更明确的写法是

 (9)

积分时视为常数.