**比耐公式**

2014/11/17

若质量为的质点受有心力 (规定引力为负,斥力为正)时, 若运动轨道用极坐标方程表示为. 且令, 且把中的替换成, 令其为

. 则有以下微分方程.



这方程叫做比耐公式. 其中是质点对力心的角动量比质量, 对一个质点的一条轨道来说, 是一个常数.

**推导**

在[开普第一定律证明](#_开普勒第一定律的证明)中, 式(14)列出了(行星到中心天体的距离的倒数)与(行星围绕中心天体转过的角度) 的微分方程.

 (1)

注意等号右边是行星受到中心天体的万有引力. 一个质点受到[有心力](#_有心力), 只有两个可能的方向, 现规定向外为正, 向内为负. 所以(1)式变为

 (2)

事实上, 当是其他函数时, 例如大小与成正比(橡皮绳), 经过同样的推导, 也可以得到(2)式. 所以(2)式描述了一个质点受到有心力时的运动情况, 通过解这个方程, 就可以求出质点的运动轨迹. 方程(2)就叫**比耐公式**.