**球坐标系的定义**

2014/11/26

预备知识： [矢量的叉乘](#_矢量的叉乘)；[位矢](#_位置矢量)

**球坐标**

****

三维直角坐标系中的一点P的位置可以用这3个有序实数来表示，这3个有序实数被称为该点的**球坐标**．其中表示该点到原点的距离，即[**位矢**](#_位置矢量)**的模长**；表示该点的位矢与z轴的夹角()，即**极角**；表示该点的位矢在平面上的投影与轴的夹角(或)，即**方位角**．注意有些教材中用表示方位角，表示极角，或者将记为，记为等．这些符号的不统一会带来许多麻烦，需要通过上下文判断每个坐标符号的具体含义．

球坐标系中的单位矢量

三个球坐标分别有对应的单位矢量，，(如图)．定义它们的方向分别指向对应坐标增加的方向．例如增加时，点P就向的方向移动，以此类推．三个单位矢量两两垂直，形成一组正交归一基底，任意三维矢量都可以表示成它们的线性组合．即

．

与直角坐标系不同的是，球坐标的三个单位矢量是关于位置的函数．即；；．例如P的球坐标为，直角坐标为时，，，．但是球坐标为，直角坐标为的点时，，，．一般地，对于球坐标为的点，，，与，，的关系见[球坐标与直角坐标的转换](#_球坐标与直角坐标的转换)．另外注意改变时，，，都保持不变，且仅由坐标决定．

这三个坐标如此排序，是为了使对应的单位矢量满足(类比直角坐标系的三个单位矢量必须满足，见[矢量的叉乘](#_矢量的叉乘))．这也是所有[正交曲线坐标系](#_正交曲线坐标系_1)的要求．

球坐标系中矢量的两种表示方法

球坐标系中，矢量可以用球坐标表示，即矢量以原点为起点，以终点的球坐标表示该矢量．

更常见的方法，是将矢量投影到3个单位矢量上(当然，要说明是关于哪个点的单位矢量)，用单位矢量的线性组合来表示．在矢量分析中，这种方法常用于表示[矢量场](#_矢量场)．

例如任意一点的[位矢](#_位置矢量)都可以表示为．又如原点处电荷*q*产生的电场为．又如一个绕z轴逆时针旋转(角速度)的圆柱，在点的线速度为

．

拓展阅读： [球坐标与直角坐标的转换](#_球坐标与直角坐标的转换)

### 球坐标系的定义

预备知识： [矢量的叉乘](#_矢量的叉乘)；[位矢](#_位置矢量)

**球坐标**

三维直角坐标系中的一点P的位置可以用这3个有序实数来表示，这3个有序实数被称为该点的**球坐标**．其中表示该点到原点的距离，即[**位矢**](#_位置矢量)**的模长**；表示该点的位矢与z轴的夹角()，即**极角**；表示该点的位矢在平面上的投影与轴的夹角()，即**方位角**．注意有些教材中用表示方位角，表示极角，或者将记为，记为等．这些符号的不统一会带来许多麻烦，需要通过上下文判断每个坐标符号的具体含义．

球坐标系中的单位矢量

三个球坐标分别有对应的单位矢量，，(如图)．定义它们的方向分别指向对应坐标增加的方向．例如增加时，点P就向的方向移动，以此类推．三个单位矢量两两垂直，形成一组正交归一基底，任意三维矢量都可以表示成它们的线性组合．即

．

与直角坐标系不同的是，球坐标的三个单位矢量是关于位置的函数．即；；．例如P的球坐标为，直角坐标为时，，，．但是球坐标为，直角坐标为的点时，，，．一般地，对于球坐标为的点，，，与，，的关系见[球坐标与直角坐标的转换](#_球坐标与直角坐标的转换)．另外注意改变时，，，都保持不变，且仅由坐标决定．

这三个坐标如此排序，是为了使对应的单位矢量满足(类比直角坐标系的三个单位矢量必须满足，见[矢量的叉乘](#_矢量的叉乘))．这也是所有[正交曲线坐标系](#_正交曲线坐标系_1)的要求．

球坐标系中矢量的两种表示方法

球坐标系中，矢量可以用球坐标表示，即矢量以原点为起点，以终点的球坐标表示该矢量．

更常见的方法，是将矢量投影到3个单位矢量上(当然，要说明是关于哪个点的单位矢量)，用单位矢量的线性组合来表示．在矢量分析中，这种方法常用于表示[矢量场](#_矢量场)．

例如任意一点的[位矢](#_位置矢量)都可以表示为．又如原点处电荷*q*产生的电场为．又如一个绕z轴逆时针旋转(角速度)的圆柱，在点的线速度为．

拓展阅读： [球坐标与直角坐标的转换](#_球坐标与直角坐标的转换)