**简谐振子(升降算符)**

2014/11/21

(未完成)

(首先要参考”升降算符”这篇, 根据里面的定义证明就是的升降算符, 然后就好办了).

**结论**

  



预备知识: [升降算符](#_升降算符)

在经典的弹簧振子模型中, 若质点沿轴方向振动, 且在处平衡, 则势能函数. 由于自由振动的频率为, 所以势能可记为



在量子力学中, 这个模型要用薛定谔方程来求解. 该模型的哈密顿算符在坐标表象中为



定态薛定谔方程(能量的本征方程)为

.

由于这个方程较为复杂, 先利用[升降算符](#_升降算符)中的方法先求出本征值, 再求本征函数.

这里直接给出算符的升降算符



下面证明他们满足对易关系



根据升降算符定义



不难证明



和



现在只剩下两个交叉项



同样可以证明



所以



代入得



证毕.

根据升降算符的结论(未完成), 对任意一个的本征函数, 有



这也就是说, 简谐振子的定态薛定谔方程的解中, 本征值取离散值, 且相邻两个能级相差.

就像无限深势垒的例子一样, 谐振子也应该有一个最低能级和对应的. 所以必然对无效, 即得到的波函数没有物理意义, 所以要么不能归一化, 要么为零. 不妨假设是后者, 看看能否求出基态波函数(可以)

(未完成)根据这个, 解出最低能级为, 于是乎, 就有了猫猫爬梯梯的图片了).

另外一种证明方法….. (未完成)

有些课本给出的是另外一种证明方法… 本质上是一样的.



由算符的乘法结合律. 且由于算符和常数有乘法交换律, . 上式变为.再根据算符的乘法分配律把提出括号, 有

 由定义, , 所以





且有

所以, 

证明, 



而. 所以

. .

所以

**简谐振子**

2014/11/21

(未完成)

(首先要参考”升降算符”这篇, 根据里面的定义证明a+a-就是H的升降算符, 然后就好办了).

预备知识: [升降算符](#_升降算符)

在经典的弹簧振子模型中, 若质点沿轴方向振动, 且在处平衡, 则势能函数. 由于自由振动的频率为, 所以势能可记为

.

在量子力学中, 这个模型要用薛定谔方程来求解. 该模型的哈密顿算符为



定态薛定谔方程(能量的本征方程)为.

由于这个较为复杂, 可以利用[升降算符](#_升降算符)中的方法先求出本征值, 再求本征函数.

这里直接给出算符的升降算符: . 下面证明他们满足对易关系.



不难证明, . 但是, 上式展开后, 只剩下两项交叉项



同样可以证明, , 所以



所以.

证毕.

所以对任意一个的本征函数, 有



这也就是说, 简谐振子的定态薛定谔方程的解中, 本征值取离散值, 且相邻两个能级相差.

就像无限深势垒的例子一样, 谐振子也应该有一个最低能级和对应的. 所以必然对无效. 而唯一的解释, 就是.

(未完成)根据这个, 解出最低能级为, 于是乎, 就有了猫猫爬梯梯的图片了).

另外一种证明方法….. (未完成)

有些课本给出的是另外一种证明方法… 本质上是一样的.



由算符的乘法结合律. 且由于算符和常数有乘法交换律, . 上式变为.再根据算符的乘法分配律把提出括号, 有

 由定义, , 所以





且有

所以, 

证明, 



而. 所以

. .

所以