**行星运动的简单数值计算**

2015/4/20

[预备知识： 簧振子受迫振动的简单数值计算](#_弹簧振子受迫运动的简单数值计算)

直角坐标系中，设中心天体质量为，固定在原点不动．根据牛顿万有引力定律，行星受到中心天体的力为



其中为行星的位矢(设行星在平面上运动)．根据牛顿第二定律，加速度为



用以及，考虑到，，可以列出二阶微分方程组

 (1)

看成的函数．且已知初值条件，，，．下面用[簧振子受迫振动的简单数值计算](#_弹簧振子受迫运动的简单数值计算)中类似的方法求接下来行星的运动轨迹．

1．将初始条件代入方程组(1)，得到



2．设经过一段极微小的时间步长(例如0．0001，数值越小误差越小)，根据微分关系

3．把再次代入方程(1)，得到，再次利用微分关系进而求出 如此循环下去就可以得到每隔时间的数值解．

MATLAB 程序如下

%预赋值

x=nan(step,1); x1=x; y=x; y1=x; x2=x; y2=x;

%常数及初值

GM=1; %万有引力乘以质量

x(1)=1; y(1)=0; x1(1)=0; y1(1)=1; %初值

x2(1)=-GM\*x/(x(1)^2+y(1)^2)^(3/2); %代入方程得到x’’(0)

y2(1)=-GM\*y/(x(1)^2+y(1)^2)^(3/2); %代入方程得到y’’(0)

dt=0.001; step=1000;

%迭代循环

for ii=2:step

x(ii)=x(ii-1)+x1(ii-1)\*dt; %x的微分

y(ii)=y(ii-1)+y1(ii-1)\*dt; %y的微分

x1(ii)=x1(ii-1)+x2(ii-1)\*dt; %x’的微分

y1(ii)=y1(ii-1)+y2(ii-1)\*dt; %y'的微分

x2(ii)=-GM\*x(ii)/(x(ii)^2+y(ii)^2)^(3/2); %代入微分方程求出x''

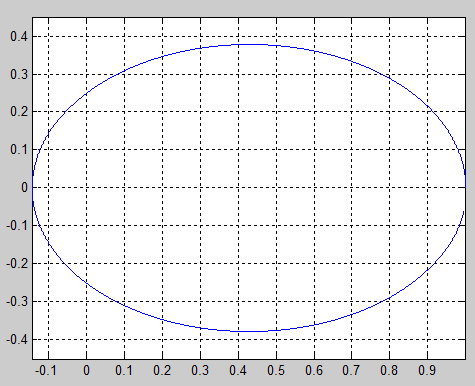
y2(ii)=-GM\*y(ii)/(x(ii)^2+y(ii)^2)^(3/2); %代入微分方程求出y''

end

%画图

plot(x,y);

运行结果



### 行星运动的简单数值计算

[预备知识： 簧振子受迫振动的简单数值计算](#_弹簧振子受迫运动的简单数值计算)

直角坐标系中，设中心天体质量为，固定在原点不动．根据牛顿万有引力定律，行星受到中心天体的力为



其中为行星的位矢(设行星在平面上运动)．根据牛顿第二定律，加速度为



用以及，考虑到，，可以列出二阶微分方程组

 (1)

看成的函数．且已知初值条件，，，．下面用[簧振子受迫振动的简单数值计算](#_弹簧振子受迫运动的简单数值计算)中类似的方法求接下来行星的运动轨迹．

1．将初始条件代入方程组(1)，得到



2．设经过一段极微小的时间步长(例如0．0001，数值越小误差越小)，根据微分关系

3．把再次代入方程(1)，得到，再次利用微分关系进而求出 如此循环下去就可以得到每隔时间的数值解．

MATLAB 程序如下

%预赋值

x=nan(step,1); x1=x; y=x; y1=x; x2=x; y2=x;

%常数及初值

GM=1; %万有引力乘以质量

x(1)=1; y(1)=0; x1(1)=0; y1(1)=1; %初值

x2(1)=-GM\*x/(x(1)^2+y(1)^2)^(3/2); %代入方程得到x’’(0)

y2(1)=-GM\*y/(x(1)^2+y(1)^2)^(3/2); %代入方程得到y’’(0)

dt=0.001; step=1000;

%迭代循环

for ii=2:step

x(ii)=x(ii-1)+x1(ii-1)\*dt; %x的微分

y(ii)=y(ii-1)+y1(ii-1)\*dt; %y的微分

x1(ii)=x1(ii-1)+x2(ii-1)\*dt; %x’的微分

y1(ii)=y1(ii-1)+y2(ii-1)\*dt; %y'的微分

x2(ii)=-GM\*x(ii)/(x(ii)^2+y(ii)^2)^(3/2); %代入微分方程求出x''

y2(ii)=-GM\*y(ii)/(x(ii)^2+y(ii)^2)^(3/2); %代入微分方程求出y''

end

%画图

plot(x,y);

运行结果

