**量子气体(单能级巨正则系综法)**

2015/11/15

我们可以把一个包含许多粒子的系统看做热池, 把每个能级看做一个系统. 为了便于理解, 可以把能级想象成一个盒子, 所有处于该能级的粒子都在盒内, 都具有能量. 当系统中粒子数为时, 系统的总能量为. 注意对于一个, 由于同种粒子不可区分, 系统只有一种状态, 所以在当前系统的巨配分函数中, 对能量的求和只有一项.



系统(能级)中的平均粒子数为



**费米子**

由于泡利不相容原理, 一个能级只能存在0或1个费米子(这里忽略自旋).



能级的平均粒子数为



这就是著名的**费米-狄拉克分布**.

**波色子**

任何能级都允许同时存在任意数量的玻色子, 所以上面两式中对的求和上限变为正无穷即可(见等比数列求和(链接未完成)以及类等比数列求和(连接未完成)). 但为了使求和收敛, 必须要求, 或者.





这就是著名的**波色-爱因斯坦分布**.

当每个能级的平均粒子数都很小时, 即时, 的分母>>1, 分布可以近似为



这就是**麦克斯韦-波尔兹曼分布**, 对应理想气体. 由此可见, 当

该分布的总粒子数为



为了验证该式的正确性, 代入理想气体的化学势和单粒子配分函数, 上式成立.

 

这种方法虽然可以简单地求出分布函数, 但却不能求出其他物理量, 例如量子气体的压强, 熵, 等. 因为我们的系统只包含一个能级, 而不是大量粒子. 要使用标准的巨正则系综, 必须把包含大量粒子的量子气体作为系统, 并考虑每个粒子数对应的所有可能的能级分布.