### 一维齐次亥姆霍兹方程

2015/12/31

预备知识: 弹簧振子; 二阶常系数微分方程的通解

齐次方程.



这里为实数.

**通解**

这个方程属于二阶常系数线性齐次方程, 可以假设为方程的解, 代入原方程, 得特征方程

, 解得, 即方程在复数域的通解为



其中和是复常数.

**实数解**

如果选择恰当的和 , 可以使通解变为实数. 令, , 可以把y分解为实部和虚部, 然后令虚部为零, 可得所有可能的实数解



令虚部为0, 则, 



所以最一般的实数通解具有的形式(A,B为任意实数), 对比系数

, .

或, .

**实数解的另一种形式**

下面证明任何形式的都可以表示成, 且求出和.

. 若画一直角三角形, 以A,B为边长, 斜边为, A边和斜边夹角为, 则, . 则利用三角函数公式



所以, .

证毕.