**勒让德多项式**

2016/6/23

**结论**

勒让德多项式(Legendre Polynomial) 的直接定义为



其中代表向下取整



这里列举前几个多项式

 

也可以用**罗德里格斯**公式表示



归一化的勒让德多项式

， 

这是一个正交归一函数系

勒让德本征值问题的由来： [球坐标拉普拉斯方程](#_球坐标系中的拉普拉斯方程_1)

勒让德方程的本征值问题如下

 

时，有限

用幂级数解法，设，代入原式，对比系数，得到递推公式



所以系数可用表示，可用表示，即





所以二阶常微分方程的两个待定系数就是和．

不是整数时，级数收敛，级数发散．

是整数时，存在最大的整数，当时所有．此时级数变成多项式．令多项式的最高次项系数为，从根据递推公式逆推前面的系数，得到．

其中取整函数 是为了使式中的

叫勒让德多项式．由于其项数有限，故满足边界条件．

归一化的勒让德多项式为

， 

这是一个正交归一函数系．

**性质**

1.正交性．

可展开任意区间内的(正常)函数, 允许有有限个间断点.

 其中

2.

证明:



**勒让德多项式**

2015/4/20

**结论**

勒让德多项式



其中

也可以用罗德里格斯公式表示



归一化的勒让德多项式

， 

这是一个正交归一函数系

勒让德本征值问题的由来： [球坐标拉普拉斯方程分离变量法](file:///\\psf\Host\Users\Addis\Documents\我的文件\学习\普通物理资料索引\球坐标拉普拉斯方程分离变量法.docx)

勒让德方程的本征值问题如下

 

时，有限

用幂级数解法，设，代入原式，对比系数，得到递推公式



所以系数可用表示，可用表示，即





所以二阶常微分方程的两个待定系数就是和．

不是整数时，级数收敛，级数发散．

是整数时，存在最大的整数，当时所有．此时级数变成多项式．令多项式的最高次项系数为，从根据递推公式逆推前面的系数，得到．

其中取整函数 是为了使式中的

叫勒让德多项式．由于其项数有限，故满足边界条件．

归一化的勒让德多项式为

， 

这是一个正交归一函数系．

**性质**

正交性．

可展开任意函数

 其中

系数和 

### 勒让德多项式

勒让德多项式



其中

也可以用罗德里格斯公式表示



归一化的勒让德多项式

， 

这是一个正交归一函数系

勒让德本征值问题的由来： [球坐标拉普拉斯方程分离变量法](../球坐标拉普拉斯方程分离变量法.docx)

勒让德方程的本征值问题如下

 

时，有限

用幂级数解法，设，代入原式，对比系数，得到递推公式



所以系数可用表示，可用表示，即





所以二阶常微分方程的两个待定系数就是和．

不是整数时，级数收敛，级数发散．

是整数时，存在最大的整数，当时所有．此时级数变成多项式．令多项式的最高次项系数为，从根据递推公式逆推前面的系数，得到．

其中取整函数 是为了使式中的

叫勒让德多项式．由于其项数有限，故满足边界条件．

归一化的勒让德多项式为

， 

这是一个正交归一函数系．

性质：

正交性．

可展开任意函数

 其中

系数和 