### 高斯型数值积分

2016/6/23

预备知识: 数值积分简介(未完成)

在数值积分中, 我们通常对被积函数在一些离散的点求值, 然后用一些算法近似定积分的精确值(即阴影部分的面积). 比较简单的方法如梯形积分, 但精确度不高, 需要大量地对函数求值. 这里介绍一类方法, 可以用较少的采样点求出较为精确的积分值. 以下只介绍计算步骤, 不作推导.

**高斯-勒让德数值积分(Gauss-Legendre)**



其中*n*可以取任意正整数, 是第勒让德多项式(链接未完成) 的第*i* 个零点,  是每个函数值的权重



其中为连带勒让德多项式(链接未完成).

**高斯-Lobatto数值积分(Gauss-Lobatto)**



其中  满足 , 权重为 , . 由于*n*阶勒让德多项及其导函数具有对称性(奇函数或偶函数), 其零点也关于原点对称. 所以只需求出所有正根就可以得出对应的负根.

高斯型积分的和必须具有很高的精度, 才能保证积分结果准确. 这里提供一个计算高精度和的网站http://keisan.casio.com/exec/system/1330940731