### 薄膜小振幅波动方程

2014/11/17

(未完成)

(需要画图, 链接)

小振幅平面波动方程为



取一小块任意形状的面元做受力分析, 逆时针方向沿着边界分析, 边界上一小段曲线近似认为是线段, 则向外的单位法向量为



薄膜沿着法向的梯度为



该段曲线 外侧对内侧的力的z方向分量为 

代入得



所以对整个面元受到边界曲线外的竖直方向张力为



由斯托克斯定理得



根据矢量公式得



由于是常矢量, 前两项为零. 又因为 所以上式中只剩下第三项.

所以式变为

由混合积公式得



(这里假设薄膜波动起伏不大)

假设是连续的, 那么当面元的尺度趋近于0时, 在面元上近似认为不变, 所以式变为



根据牛顿定律



两边同除,得



这就是平面的波动方程.