Universidad Mayor de San Andrés
Facultad de Ciencias Puras y Naturales
Carrera de Informática
ESTADISTICA I, EST-133

PRACTICA I

Profesor: M. Sc. Ivan Y. Aliaga Casceres
: http://estadisticaiumsa.blogspot.com
: powervan@gmail.com

yurika macusaya

Marzo de 2020

Conjuntos y técnicas de conteo

1. Sean $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$ tres eventos cualesquiera en el espacio muestral $\mathbf{\Omega}$. Exprese cada uno de los siguientes eventos compuestos en términos de operaciones entre $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ y $\mathbf{C}$.

   a. Ocurren exactamente dos de los eventos
   b. Ocurren por lo menos uno de los eventos
   c. Ocurren a lo más dos de los eventos
   d. Ocurren todos los eventos
   e. No ocurre ninguno de los eventos
   f. No ocurre $\boldsymbol{A}$, o no ocurre $\boldsymbol{B}$ o no ocurre $\boldsymbol{C}$
   g. Ocurre exactamente uno de los eventos
   h. No ocurre más de uno de los eventos
   i. Ocurre por lo menos uno de los tres eventos

2. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas para todos los eventos $\boldsymbol{A}$,$\boldsymbol{B}$,$\boldsymbol{C}$ y cuáles no?.

   a. $(\boldsymbol{A}^c \cup \boldsymbol{B}^c) \cap \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}^c \cap \boldsymbol{B}^c \cup \boldsymbol{C}$
   b. $\boldsymbol{A} \cap (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{C})^c = \varnothing$
   c. $(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{C})(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{C}) = \boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}^c$
   d. $\boldsymbol{A} \cap (\boldsymbol{B} - \boldsymbol{C}) = \boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} - \boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{C}$
   e. $(\boldsymbol{A}^c \cup \boldsymbol{B}^c) \cap (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})^c = \varnothing$
   f. $(\boldsymbol{A}^c \cup \boldsymbol{B}^c) \subset (\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})^c$

3. Un portafolio de acciones contiene cuatro acciones comunes. Durante un determinado día de negocios, sea: $\boldsymbol{A}$: Más de la mitad de las acciones subirán de precio; $\boldsymbol{B}$: Más de la mitad de las acciones bajarán de precio; $\boldsymbol{C}$: Más de la mitad las acciones no cambiarán de precio.

   a. ¿Qué indican lso siguientes eventos en palabras? $\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{C}$; $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}$.
   b. ¿Son los eventos $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ mutuamente excluyentes?; ¿y $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{C}$?; ¿y $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$?.
   c. ¿Son los eventos $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$ colectivamente exhaustivos?.

4. Simplificar la expresión $\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}) \cap (\boldsymbol{B} \cup \boldsymbol{C}^c) \cap (\boldsymbol{B}^c \cup \boldsymbol{C})$

5. ¿Cuántos números se pueden formar con los dígitos $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Suponiendo que no pueden repetirse estos?.

6. ¿Cuántos números de tres cifras distintos existen?.

7. Hay dos obras de 3 volumenes cada una y otras dos de dos volúmenes cada una. ¿De cuántas maneras pueden colocarse los 10 libros en un estante, si deben quedar de tal manera que no se separen los volúmenes de la misma obra?.

8. ¿Cuántos números diferentes de 12 cifras pueden formarse si se dispone de los dígitos $\{2, 2, 2, 2, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5\}$?.

9. En cada caso determine el valor de n, Si,

   a. $C_n^2 = C_n^8$.
   b. $C_n^{11} = C_n^7$.
   c. $C_{18}^n = C_{18}^{n-2}$

10. En una biblioteca hay 8 libros de geométria, 14 de álgebra, 10 de física y 5 de química. ¿De cuántas maneras puede un estudiante seleccionar cuatro libros, de manera que sea uno de cada curso mencionado?

11. En 10 tubos de prueba se cultivan tres tipos de bacterias, tres tubos contienen bacterias del primer tipo, cuatro contienen bacterias del segundo tipo y tres bacterias del tercer tipo. De cuántas maneras distintas pueden ponerse en un porta-tubos, teniendo en cuenta solamente el orden de tipo de bacterias.

12. En una clínica trabajan 18 enfermeras.

   a. ¿Cuántas guardias diferentes de 3 enfermeras pueden formarse?.
   b. ¿En cuántas guardias de las formadas en (a) estará una enfermera determinada?.

13. Una firma comercial tiene 10 vendedores. ¿De cuántas formas puede asignarse los vendedores en dos escritorios con cinco vendedores en cada escritorio?¿Con siete en un escritorio y tres en la otra?.

Experimentos aleatorios

14. En cada uno de los siguientes experimentos aleatorios defina un espacio muestral adecuado, decir si son o no sus elementos igualmente posibles y decir, si se puede aplicar la definición clásica de probabilidad.

   a. Contar el número de pasas en un panetón hecho con pasas y frutillas.
   b. Contar el número de ases al extraer cinco cartas al azar de una baraja ordinaria de 52 cartas.
   c. Se lanzan dos monedas y contar el número de niños nacidos en un día en cierto hospital.
   d. Una moneda correcta es lanzada hasta que aparece el mismo resultado dos veces sucesivas, contar el número de lanzamientos.

15. Clasifique las siguientes afirmaciones de probabilidad por su tipo (Clásica, frecuencia relativa, subjetiva).

   a. La probabilidad que un consumidor demande a una compañia distribuidora de drogas es 0.005
   b. La probabilidad de enviar por correo terrestre de un despacho de La paz a Cochabamba en 12 horas es 0.30
   c. La probabilidad que las ventas en Diciembre sean mayores que en Julio es 0.75
   d. La probabilidad de sacar una orden de pedido de un grupo de 10 sin mirar es 0.20

16. Se extraen 3 cartas, aleatoriamente de una baraja de 52 cartas, ¿Cuál es la probabilidad que estas cartas sean: un tres, un siete y un as?.

17. Una caja contiene nueve tickets numerados del 1 al 9. Se extraen 3 tickets al azar de la caja uno a uno sin reposición. Determinar la probabilidad de.

   a. Sean alternativamente impar, par, impar o par.
   b. Los tres sean pares o impares.

18. De una baraja de 52 cartas se extraen, aleatoriamente, 5 cartas, ¿Cuál es la probabilidad que tres sean de un mismo palo y los tros dos de palos diferentes.

Probabilidad y Probabilidad Condicional, regla de multiplicación y probabilidad total

19. Si $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}^c) = \dfrac{1}{3}$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) = \dfrac{1}{4}$ y $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B}) = \dfrac{2}{3}$ calcule.

    a. $\mathbb{P}(\boldsymbol{B})$
    b. $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B})$
    c. $\mathbb{P}(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A})$

20. Si $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}) = \dfrac{1}{4}$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{B}) = \dfrac{3}{4}$, $\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} = \varnothing$ calcule.

    a. $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} \cup \boldsymbol{B})$
    b. $\mathbb{P}(\boldsymbol{B} - \boldsymbol{A})$
    c. $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B})$

21. Si $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}) = \dfrac{1}{4}$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{B}|\boldsymbol{A}) = \dfrac{1}{4}$, calcule $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B})$.

22. De un grupo de 600 alumnos, 300 estudian francés, 200 alemán, 150 inglés, 30 inglés y francés, 40 alemán e inglés, 30 alemán y francés y 20 todos los idiomas. Si se escoge un estudiante al azar, calcule la probabilidad de que:

    a. Estudie francés
    b. Estudie francés y no estudio inglés, si se sabe que estudia alemán.

23. En una ciudad se publican tres periódicos: $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$. Suponga que 60 % de las familias están suscritas al $\boldsymbol{A}$, 50 % al $\boldsymbol{B}$ y 50 % al $\boldsymbol{C}$. También, que 30 % de las familias lo están en $\boldsymbol{A}$ y en $\boldsymbol{B}$, 20 % en $\boldsymbol{B}$ y en $\boldsymbol{C}$ y 30 % en $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{C}$ y 10 % en los tres. Calcule la probabilidad de que un familia escogida al azar.

    a. Esté suscrita al periódico $\boldsymbol{A}$, si se sabe que o está en $\boldsymbol{B}$.
    b. Que esté suscrita al periódico $\boldsymbol{A}$, si se sabe que lo está en por lo menos dos periódicos.
    c. No esté suscrita al periódico $\boldsymbol{A}$, si se sabe que lo está en cuando más un periódico.

24. Si $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}) > 0$ y $\mathbb{P}(\boldsymbol{B}) > 0$, ¿Son verdaderas las siguientes proposiciones?, justifique su respueta.

    a. Si $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}) = \mathbb{P}(\boldsymbol{B})$, entonces $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{B}) = \mathbb{P}(\boldsymbol{B}|\boldsymbol{A})$.
    b. Si $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}|\boldsymbol{B}) = \mathbb{P}(\boldsymbol{B}|\boldsymbol{A})$, entonces $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}) = \mathbb{P}(\boldsymbol{B})$.

25. En unos laboratorios se preparan tres vacunas contra la misma enfermedad. Las probabilidades de obtener en el mercado cada una de ellas son: vacuna 1 con 1/6; vacuna 2 con 1/3; vacuna 3 con 1/2. Las probabilidades de inmunidad con cada una son: vacuna 1 con 0.9; vacuna 2 con 0.94 y vacuna 3 con 0.8. Calcúlese la probabilidad de que, utilizando cualquiera de ellas, el sujeto vacunado resulte inmune.

Independencia

26. Si $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ son independientes y $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}^c) = \dfrac{1}{2}$ y $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) = \dfrac{1}{5}$, determine $\mathbb{P}(\boldsymbol{B})$.

27. Si se sabe que los eventos $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$, $\boldsymbol{C}$ y $\boldsymbol{D}$ son independientes y $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B} \cap \boldsymbol{C}) = \dfrac{1}{24}$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}) = 2\mathbb{P}(\boldsymbol{B}) = 3\mathbb{P}(\boldsymbol{C}) = 4\mathbb{P}(D)$ calcule $\mathbb{P}(D)$.

28. Sean los eventos $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ eventos de $\boldsymbol{\Omega}$ tales que, $\mathbb{P}(\boldsymbol{A}) = \dfrac{1}{6}$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) = \dfrac{1}{18}$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{B}) = \dfrac{1}{3}$, ¿Son $\boldsymbol{A}$ y $\boldsymbol{B}$ independientes?.

29. Un circuito eléctrico consta de 4 interruptores en serie. Suponga que el funcionamiento de los interruptores son estadísticamente independientes. Si la probabilidad de falla (que quede abierto) de cada interruptor es de 0.2 ¿Cuál es la probabilidad de falla del circuito?.

Teorema de Bayes

30. Una urna contiene 5 bolas blancas y 7 bolas negras, Se extrae una bola al azar; se pone fuera de la urna y su color no es visto; despues se extrae otra bola aleatoriamente. ¿Cuál es la probabilidad que esta última sea blanca?.

31. Un raton de laboratorio se introduce en un laberinto de forma de T. Del lado izquierdo, hay un pedazo de comida protegido para que el animal no lo huela de lejos, en tanto que el derecho hay una pequeña descarga eléctrica, que sería desagradable para éste, mas no mortal. Suponga que la primera vez que se mete el ratón hay una probabilidad de 0.5 de que vire a cualquiera de los dos lados. Si en el primer intento fue a la izquierda, entonces hay una probabilidad de 0.6 de que vuelva a hacerlo en el segudno; sin embargo, si en el primero dio vuelta a la derecha, y recibio la pequeña descarga eléctrica, entonces hay una probabilidad de 0.75 de que se irá a la izquierda en el segundo. Si se observa que el animal efectivamente caminó a la izquierda en el segundo intento, ¿Cuál es la probabilidad de que haya virado también hacia el mismo lado en el primero?.

32. Una compañía fabrica empaques de hule para tuberías en tres sitios distintos de una ciudad, llamémoslo $\boldsymbol{S}_1$, $\boldsymbol{S}_2$ y $\boldsymbol{S}_3$, los cuales producen, respectivamente, 45 %, 30 % y 25 % del total. Se estima que 8 % de los empaques de $\boldsymbol{S}_1$ son defectuosos, mientras que para $\boldsymbol{S}_2$, $\boldsymbol{S}_3$ las cifras correspondientes son 6 % y 3 %. Los fabricados en los tres sitios se concentran luego en una bodega. Si un inspector de control de calidad toma un empque al azar y lo encuentra defectuoso, ¿Qué probabilidad hay de que provenga de $\boldsymbol{S}_1$?.

33. En una empresa trabajan 75 hombres y 25 mujeres. La probabilidad de que una mujer labore en el almacén es de 0.20 y la de que un hombre lo haga es de 0.12. Si se elige al azar un nombre de la lista de empleados, ¿Cuál es la probabilidad de que sea un hombre?.

Variables Aleatorias

34. Dada la función de cuantía

$$\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = i) = K\ i, \qquad \forall i = 1, 2, 3, \ldots, 20$$

a. Calcular K
b. $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = 4)$
c. $\mathbb{P}(3 \leq \boldsymbol{X} \leq 10)$
d. $\mathbb{P}(\boldsymbol{X}^2 \leq 100)$

35. Se lanza una moneda legaluna sola vez varias veces. Se denota con $\boldsymbol{X}$ a la variable aleatoria discreta que representa el número de caras que salen. a. Obtenga la distribución de probabilidad de la variable aleatoria $\boldsymbol{X}$. b. Determine la media y la varianza de $\boldsymbol{X}$.

36. Sea $\boldsymbol{X}$ una variable aleatoria discreta con distribución de probabilidad dada por la siguiente tabla.

$\boldsymbol{x}_i$	-5	-2	0	1	3	8
$\boldsymbol{p}_i$	0.1	0.2	0.1	0.2	a	0.1

a. Calcule la constante a
b. Encuentre la función de distribución acumulativa $F(X)$
c. Calcule $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = 1)$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = 2)$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} < 3)$, $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} \geq 0)$, $\mathbb{P}(-2 \leq \boldsymbol{X} < 3)$

37. Sea $F(\boldsymbol{X})$ la función de distribucion acumulativa de la variable aleatoria discreta $\boldsymbol{X}$ dada por la siguiente tabla, dado que $\boldsymbol{X}$ solo toma los valores -2, 1 y 3.

$\boldsymbol{x}$	$(-\infty, 2]$	$(-2, 1]$	$(1, 3]$	$(3, +\infty]$
$F(\boldsymbol{x})$	0	0.2	0.8	1

Encuentre la función de cuantia de la variable aleatoria $\boldsymbol{X}$.

38. Dada la variable aleatoria discreta $\boldsymbol{X}$, con función de cuantía igual a $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = -2) = 0{,}1$; $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = -1) = 0{,}2$; $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = 0) = 0{,}4$; $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = 1) = 0{,}2$; $\mathbb{P}(\boldsymbol{X} = 2) = 0{,}1$.
    a. Calcúlese la función de cuantía de la variable aleatoria $\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}^2$.
    b. Represéntese gráficamente las funciones de cuantía de las dos variables.
    c. Calcúlese $\mathbb{E}(\boldsymbol{X}^2)$.

39. Considere una variable aleatoria $\boldsymbol{X}$ contínua, cuya función de densidad de probabilidad es:

$$f(x) = \begin{cases} 2\ cos(2x) & 0 \leq x < \dfrac{\pi}{4} \\ 0 & e.o.c \end{cases}$$

a. Verifique que en efecto, es una función de densidad de probabilidad.
b. Calcule la media μ y la varianza σ^2.
c. Obtenga la función de distribución acumulada $F(x)$.
d. Determine la mediana.
e. Determine la moda.

40. Halle la función de densidad de probabilidad $f(x)$ de una variable aleatoria contínua $\boldsymbol{X}$, dado que su función de distribución acumulada está dada por:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ sen(x) & 0 \leq x \leq \dfrac{\pi}{2} \\ 1 & x > \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$