$$\nabla \frac{1}{r} = \nabla (x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2)^{-\frac{1}{2}} \nabla (x^2 + y^2 + z^2)$$

$$= \cancel{\frac{1}{2}} \underbrace{(x^2 + y^2 + z^2)}_{r}{}^{-\frac{3}{2}} \underbrace{(\cancel{2} x \underline{i} + \cancel{2} y \underline{j} + \cancel{2} z \underline{k})}_{\underline{r}}$$

$$\Rightarrow \frac{-\underline{r}}{r^3} = -\frac{1}{r^2} \frac{\underline{r}}{r} = -\frac{1}{r^2} \underline{i}_r$$

$$\underline{F} = -G \frac{Mm}{r^2} \underline{i}_r$$

$$\Rightarrow \underline{F} = -\nabla \underbrace{\left(\frac{-GMm}{r} \right)}_{\text{tyngdepotensial}}$$

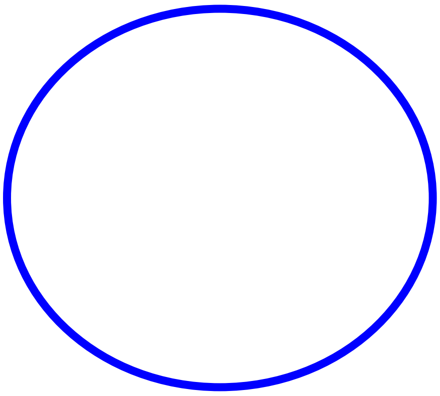
tyngdepotensialet $-\dfrac{GMm}{r}$

Er friksjon konservativ

Bruk: $\underline{F} = -\mu \underline{v}$

Bruk kriterium er

$$\oint \underline{F} \cdot d\underline{r}$$



Bruk parametrisering

Bruk "t" som parameter

$$\oint \underline{F} \cdot d\underline{r} = \oint -\mu \underline{v} \cdot \underline{v} \, dt$$

$$= \oint -\mu v^2 \, dt < 0$$

Vi taper energi hvis vi slåss mot friksjon

Eks. Vi beveger oss med konstant hastighet fra origo til $x = L$ langs x-aksen i løpet av tid T

$$\underline{v} = \frac{L}{T} \cdot \underline{i}$$

enhetsvektor i retning vi har beveget oss

$$d\underline{r} = \frac{d\underline{r}}{dt} dt = \underline{v} \, dt = \frac{L}{T} \underline{i} \, dt$$

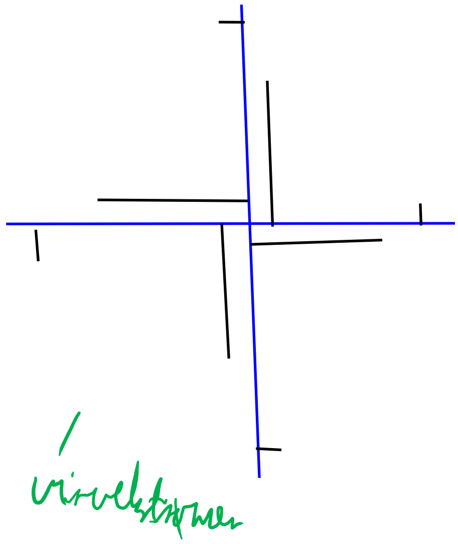
$$\underline{F} = -\mu \underline{v} = -\mu \frac{L}{T} \underline{i} \cdot \frac{L}{T} \underline{i} \, dt = \mu \frac{L^2}{T^2} dt$$

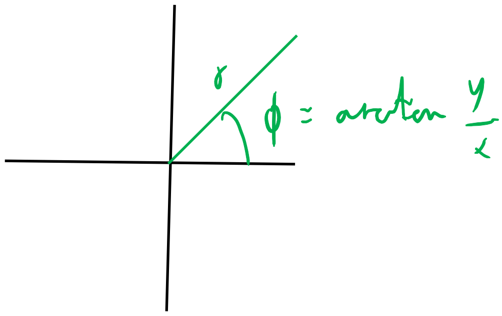
$$\int \underline{F} \cdot d\underline{r} = \int_0^T -\mu \frac{L^2}{T^2} dt = \mu \frac{L^2}{T}$$

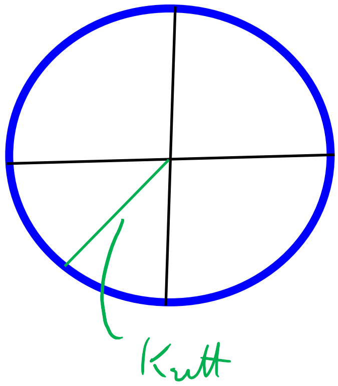
Eksempel: $\underline{v} = \dfrac{-y\underline{i} + x\underline{j}}{x^2 + y^2}$

Er virvelstrømmen konservativ?

Vis at $\underline{v} = \nabla \phi$ hvor ϕ er vinkelen







Vis at sirkulasjonen rundt origo er 2π

Origo er et singulært punkt og må utelukkes