9,2,4 a) 2 grad poly : P_1, P_2

Points x_0, x_1, x_2

Difference : $P = P_2 - P_1$

$P(x_i) = P_2(x_i) - P(x_i) = 0$, $P(x_1), P(x_2), P(x_3) = 0$

En 2. gradsfunksjon kan maks ha 2 nullpunkt

For at 2 2. gradsfunksjoner skal krysse i 3 punkter må de være like, dermed er $P_{1}(x) = P_{2}(x)$.

Det vil si at $P(x) = 0$ i alle $x \in \mathbb{R}$ og dermed også i interpolasjonsnodene.

b) På grunn av observasjonen i a: Siden P_1 og P_2 har mer en tre likhetspunkter og P_1 og P_2 er 2. gradspolynomer må de være like

c) Vi har 2 polynomer P_1 og P_2 med $n+1$ interpolasjonspunkter og P_1 og P_2 er av grad n da vet vi fra a og b at P_1 og P_2 må være like

1.3.1.3

a) $x'' + t^2 x' + x = \sin t$

Linjær

b) $x''' + (\cos t) x' = x^2$

Ikke linjær

c) $x' x = 1$

ikke linjær

d) $x' = 1/(1+x^2)$

ikke linjær

e) $x' = x/(1+t^2)$

Linjær

1.3.2.3 a) $x' = t/(1-t)$

x kan ikke være 1 siden $1-1=0$ og vi kan ikke dele på 0

b) $x' = x/(1-t)$

Samme som forrige oppgave bare med t, t kan ikke være 1

c) $x' = \ln x$

x kan ikke være negativ siden $\ln x$ ikke er definert ved en $x < 0$

e) $x' = \arcsin x$

arcsin er ikke definert i

$\frac{\pi}{2}$ og $-\frac{\pi}{2}$

f) $x' = \sqrt{1 - x^2}$

Hvis vi skal holde oss til de reelle tallene kan vi ikke ta ~~other~~ av et negativt tall dermed kan ikke $x^2 < 1$

d) $x' x = 1$

1 3,3,3 (a,b)

a) $x' = t + x$, $x(0) = 1$, $t_0 = 0$, $h = 0{,}1$

$t_1 = 0{,}1$, $t_2 = 0{,}2$

$x_1 = x_0 + h f(t_0, x_0)$

$= 1 + 0{,}1\,(t_0 + x_0) = 1 + 0{,}1(0 + 1)$

$= \underline{\underline{1{,}1}}$

$x_2 = x_1 + h f(t_1, x_1) = 1{,}1 + 0{,}1(0{,}1 + 1{,}1$

$= 1{,}1 + 0{,}12 = \underline{\underline{1{,}22}}$

$x_3 = x_2 + h f(t_2 + x_2 = 1{,}22 + 0{,}1(0{,}2 + 1{,}22)$

$= 1{,}22 + 0{,}142 = \underline{\underline{1{,}362}}$

b) $x' = \cos x \quad , x(0) \; , t_0 = 0 \; , h = 0$

$t_1 = 0{,}1 \quad , \quad t_2 = 0{,}2$

$$x_1 = 0 + 0{,}1 \cdot (\cos 0) = \underline{\underline{0{,}1}}$$

$$x_2 = 0{,}1 + 0{,}1 \cdot (\cos(0{,}1)) = 0{,}1 + 0{,}099999$$
$$= \underline{\underline{0{,}1999}}$$

$$x_3 = 0{,}1999 + 0{,}1 \cdot \cos 0{,}1999$$
$$= \underline{\underline{0{,}299989}}$$

13.3.6

$$x'(t) = \frac{x(t+h) - x(t)}{h}$$

$$x'(t) = f(t, x(t))$$

$$f(t, x(t)) \approx \frac{x(t+h) - x(t)}{h} \quad / \cdot h$$

$$h f(t, x(t)) \approx x(t+h) - x(t) \quad / + x(t)$$

$$\underline{\underline{x(t+h) = x(t) + \underbrace{h f(t, x(t))}}}$$

dette ser vi at er

eulers formel

13,6,1 (b,d)

b)
$$x'' = 2y - 4t^2x$$
$$y'' = -2x - 2tx'$$

$$x_1' = x_2$$

$x = x_1$, $x' = x_2$, $x'' = (x_2)'$

$y = x_3$, $y' = x_4$, $y'' = (x_4)'$

$$\underline{\underline{x_1' = x_2}}$$
$$\underline{\underline{x_2' = 2x_3 - 4t^2x_1}}$$
$$\underline{\underline{x_3' = x_4}}$$
$$\underline{\underline{x_4' = -2x_1 - 2t\,x_2}}$$

c)
$$x'' = y''x + (y')^2\,x$$
$$y'' = -y$$

$x_1 = x$, $x_2 = x'$, $x_3 = (x_2)'$

$x_4 = y$, $x_5 = y'$

$$\underline{\underline{x_1' = x_2}}$$
$$\underline{\underline{x_2' = x_3}}$$
$$\underline{\underline{x_3' = (t + x_2)\,x^2 - 3(x_5)^2x_1}}$$

$$\underline{\underline{x_4' = x_5}}$$
$$\underline{\underline{x_5' = t + x_2}}$$

9, 2, 3

1) data:

x	0	1	3	4
$f(x)$	1	0	2	1

I $f(0) = 2 = c_0(0-1)(0-3)(0-4)$

II $f(1) = 0 = c_1 \cdot 1(1-3)(1-4)$

III $f(3) = 2 = c_2 \cdot 3(3-1)(3-4)$

IV $f(4) = 1 = c_3 \cdot 4(4-1)(4-3)$

I $2 = c_0 \cdot -1 \cdot -3 \cdot -4 = -12 c_0$

$$-\frac{1}{6} = \frac{2}{-12} = c_0$$

II $0 = c_1 \cdot -2 \cdot -3 = 6 c_1$

$$\frac{0}{6} = c_1$$

$$0 = c_1$$

III $2 = c_2 \cdot 3(2 \cdot -1) = -6 c_2$

$$-\frac{1}{3} = c_2$$

IV $1 = c_3 \cdot 4(3 \cdot 1) = 1 = 12 c_3$

$$\frac{1}{12} = c_3$$