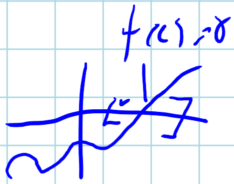
Den Teoretiske ryggrad

Kompletthetsprinsippet: $\varepsilon - \delta$ - definisjoner

Kap. 4
- Konvergens av følger
- alle begrensede, monotone følger konvergerer

Kap 5
- Kontinuitet
- Grenseverdier
- Skjæringssetningen →



- Ekstremalverdisetningen

Kap 6:
- definisjonen av derivert
- Middelverdisetningen
  - finner A derved finnes B

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Kap 8:
- Analysens fundamentalteorem
  - $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$
    for alle antideriverte F av f

Flervariabel

Kap 1: Matrise multiplikasjon
Inverse matriser

Kap 2: Derivasjon
- Retningsderiverte
- Partiell deriverte
- Gradienter
- Jacobimatriser

Oppgavetyper:

Kap 3: Komplekse tall

$\int \frac{1}{x^3-8}\,dx$

Komplekse indre produkter

Kap 4: - Følger
ingen standard oppgave
Må kjenne konvergens av følger

Kap 5: ε - δ oppgave, bruk av setninger, def forskrift

Kap 6:
Definisjoner på derivert
Middelverdi setningen

Kap 7: Maks/min

Koblede hastigheter

Inverse funksjoner

Kot, arc...

Kap 8: Integrasjon

omregningsformel

areal

buelengde

Analysens fundamental theorem !

Kap 9: Skifte av variabler

delbrøkoppspaltning

delvis integrasjon

uegentlige integraler

Regne ut integralet

Sammenligne 2 integraler

FVLA:

Kap 1: matriser

- Multiplikasjon
- Inverse matriser
- Areal / Volum
- determinanter
- Vektor produkt

Kap 2: Regne ut partiell deriverte

- Gradienter
- Retningsderiverte
- [illegible] deriverte
- Jakobimatriser

Tankekart ?

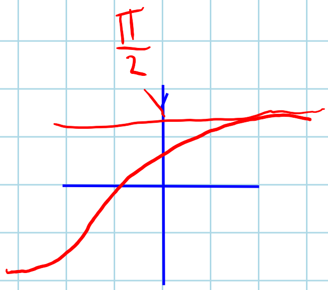
Kont eks H16

14. $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & \text{når } x > 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{når } x = 0 \\ \pi + \arctan \frac{1}{x} & \text{når } x < 0 \end{cases}$

Vis at f er kontinuerlig i punkt 0

Skal vise at $f(0) = \lim_{x \to 0} f(x)$

Ser på de ensidige grenser



$$\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \arctan\Big(\overbrace{\tfrac{1}{x}}^{\infty}\Big) = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \pi \arctan\Big(\overbrace{\tfrac{1}{x}}^{-\infty}\Big)$$

$$= \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

Dette betyr at $\lim_{x \to 0} = \frac{\pi}{2}$

Altså er f kontinuerlig i 0

Undersøk om f er deriverbar i 0 og finn i så fall $f'(0)$

Må undersøke om: " $\lim_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ " eksisterer

Ser på ensidige grenser

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{\pi}{2}}{x}$$

$$\overset{L'H}{=} \frac{\frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)}{1} = \lim_{x\to 0^+} -\frac{1}{x^2+1} = -1$$

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{\left(\pi + \arctan\left(\frac{1}{x}\right)\right) - \frac{\pi}{2}}{x} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0^-} \frac{\frac{1}{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2}\left(-\frac{1}{x}\right)}{1}$$

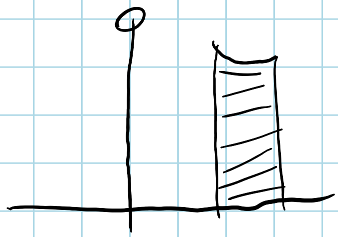
$$\lim_{x\to 0^-} -\frac{1}{x^2-1} = -1$$

Dette betyr at $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-f(0)}{x-0} = -1$

deriverbar i 0 med $f'(0) = -1$

Volumet av omdreiningslegeme

c) $V = 2\pi\int_a^b x f(x)\,dx$



$f(x) = \arctan\frac{1}{x}$

$V = 2\pi\int_1^{\sqrt{3}} x\arctan\frac{1}{x}\,dx$, delvis integrasjon

$I = \int x\arctan\left(\frac{1}{x}\right)dx$ $\qquad u = \arctan\frac{1}{x}$, $v' = x$

$= \frac{x^2}{2}\arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \int\frac{x^2}{2}\cdot\frac{-1}{x^2+1}\,dx$ $\qquad u' = -\frac{1}{x^2+1}$, $v = \frac{x^2}{2}$

$= \frac{1}{2}\int\frac{x^2}{x^2+1}\,dx$

Polynomdivisjon

Skittent triks

$$\frac{x^2}{2}\arctan\frac{1}{x} + \frac{1}{2}\int \frac{x^2+1}{x^2+1}\cdot\frac{1}{x^2+1}$$

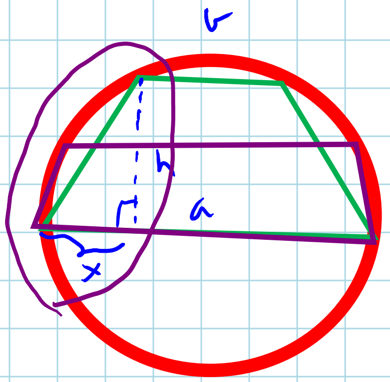
$$= \qquad \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\arctan x + C$$

$$V = 2\pi\left[\frac{x^2}{2}\arctan\frac{1}{x} + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\arctan x\right]_1^{\sqrt{3}}$$

$$2\pi\left[\left(\frac{3}{2}\arctan\underbrace{\overbrace{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\frac{\sqrt{3}}{3}}}_{\frac{\pi}{6}} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\underbrace{\arctan\sqrt{3}}_{=\frac{\pi}{3}}\right) - \left(\cancel{\frac{1}{2}\arctan 1} + \frac{1}{2} - \cancel{\frac{1}{2}\arctan 1}\right)\right]$$

$$2\pi\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6} - \frac{1}{2}\right]$$ 1,91 gjøre resten selv

Konte eksamen H11, 16



radius 1

Finn trapeset med størst mulig areal

$$A = \frac{a+c}{2}\cdot h$$

$$h = \sqrt{1^2 - x^2}$$

$$A = \frac{2+2x}{2}\cdot\sqrt{1-x^2}$$

$$= (1+x)\sqrt{1-x^2}$$

$$A' = \sqrt{1+x^2} - (1+x)\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Finn toppunkt

$f: (0, \infty) \to \mathbb{R}$

I $\quad f(x, y) = f(x) + f y$

II $\quad f\ 1 = h$