```matlab
P = [1,0.7,0,0,0
    0,0,0.5,0,0
    0,0.3,0,0.6,0
    0,0,0.5,0,0
    0,0,0,0.4,1]

%oppg1

k = [2,3,4,50,100];%inndata
M = cell(length(k),1);%tom cell for å lagre matrisene
x0 = [0;0;0;1;0]%x0 matrise

for i = k
    sprintf('P^%.0f *x0 = ', i)
    Pi = P^i*x0;%renger ut sannsynligheten for å komme fra
x0
    disp(Pi)
    M{i} = Pi;%lagrer sannsynlighetene
end


for i = k
    sprintf('P(S_4 -> S_2)= %.10f, when k = %.f', M{i}(2),
i)%printer S_4 -> S_2 verdier for alle k
end
%2
%mellomregninger for oppg 2
n = length(P);
I5 = eye(5);
null5 = zeros(n, 1);
PI = P - I5
rrPI = rref(PI-null5)


% Oblig1
%
% P =
%
%     1.0000    0.7000         0         0         0
%          0         0    0.5000         0         0
%          0    0.3000         0    0.6000         0
%          0         0    0.5000         0         0
%          0         0         0    0.4000    1.0000
%
```

```
%
% x0 =
%
%      0
%      0
%      0
%      1
%      0
%
%
% ans =
%
%     'P^2 *x0 = '
%
%          0
%     0.3000
%          0
%     0.3000
%     0.4000
%
%
% ans =
%
%     'P^3 *x0 = '
%
%     0.2100
%          0
%     0.2700
%          0
%     0.5200
%
%
% ans =
%
%     'P^4 *x0 = '
%
%     0.2100
%     0.1350
%          0
%     0.1350
%     0.5200
%
%
% ans =
```

```
%
%     'P^50 *x0 = '
%
%     0.3818
%     0.0000
%          0
%     0.0000
%     0.6182
%
%
% ans =
%
%     'P^100 *x0 = '
%
%     0.3818
%     0.0000
%          0
%     0.0000
%     0.6182
%
%
% ans =
%
%     'P(S_4 -> S_2)= 0.3000000000, when k = 2'
%
%
% ans =
%
%     'P(S_4 -> S_2)= 0.0000000000, when k = 3'
%
%
% ans =
%
%     'P(S_4 -> S_2)= 0.1350000000, when k = 4'
%
%
% ans =
%
%     'P(S_4 -> S_2)= 0.0000000014, when k = 50'
%
%
% ans =
%
%     'P(S_4 -> S_2)= 0.0000000000, when k = 100'
```

```
%
%
% PI =
%
%          0    0.7000         0         0         0
%          0   -1.0000    0.5000         0         0
%          0    0.3000   -1.0000    0.6000         0
%          0         0    0.5000   -1.0000         0
%          0         0         0    0.4000         0
%
%
% rrPI =
%
%      0     1     0     0     0
%      0     0     1     0     0
%      0     0     0     1     0
%      0     0     0     0     0
%      0     0     0     0     0
%
```

oppg 2. $P = \begin{bmatrix} 1 & .7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 \\ 0 & .3 & 0 & .6 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .4 & 1 \end{bmatrix}$

Bestem en basis for Nul $(P - I_5)$

$$P - I_5 = \begin{bmatrix} 1-1 & .7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & .5 & 0 & 0 \\ 0 & .3 & -1 & .6 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{rref}\,(P - I_5) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Det gir en løsning på $(P - I_5)\,\underline{x} = \underline{0}$ som er

$x_2 = 0$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$

x_1 og x_5 er fri

det gir en basis for Nul $(P - I_5)$

$$= \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$$

Regulær, svar på dette i oppg 1

Oppg 3

a)
$$P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} S_1 & S_2 & S_3 & S_4 & S_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & .7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 \\ 0 & .3 & 0 & .6 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .4 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Vi ser at S_1 har bare en verdi og den fører til S_1 dermed er S_1 en lukket klasse. Og siden S_2 fører til S_1 så er også S_1 en absorberende klasse.
Vi kaller klassen til S_1 for K_1
Vi ser at S_5 har en tilsvarende situasjon. Bare at vi har S_4 som fører til S_5. Dermed er S_5 en absorberende, og dermed lukket, klasse. Vi kaller klassen for K_3.
Dermed har vi en rest der S_2 kommuniserer med S_3, og S_3 kommuniserer med S_4. Og vi vet at S_1 og S_5 er lukket. Derfor er S_2, S_3, S_4 en klasse. Vi kaller den for K_2

c) Hvis en matrise skal være regulær så må minsten opphøyd i k inneholde bare strengt positive elementer, for minst en verdi av k.
Dermed hvis en matrise P^k er regulær så skal de kunne fra en tilstand til alle av de andre tilstandene. Dermed kommuniserer alle tilstandene, som vil si at det er bare en klasse

Oppg 4

$$P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & .7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 \\ 0 & .3 & 0 & .6 & 0 \\ 0 & 0 & .5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & .4 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

Beregne $x_2^{K_1}$:

Setter opp likningsettet

$$x_1^{K_1} = 1$$

$$x_2^{K_1} = \sum_{i=1}^{n} p_{2i} x_i^{K} = \overbrace{.7\, x_1^{K_1}}^{.7} + 0 \cdot x_2 + .3\, x_3^{K_1} + 0\, x_4^{K_1} + 0\, x_5^{K_1}$$

$$x_3^{K_1} = 0\, x_1^{K_1} + .5\, x_2^{K_1} + 0\, x_3^{K_1} + .5\, x_3^{K_1} + 0\, x_4^{K_1} + 0\, x_5^{K_1}$$

$$x_4^{K_1} = 0\, x_1^{K_1} + 0\, x_2^{K_1} + .6\, x_3^{K_1} + 0\, x_3^{K_1} + .4\, x_4^{K_1} + 0\, x_5^{K_1}$$

$$x_5^{K_1} = 0\, x_1^{K_1} + 0\, x_2^{K_1} + 0\, x_3^{K_1} + 0\, x_3^{K_1} + 0\, x_4^{K_1} + 1\, x_5^{K_1} = 0$$

Det gir

$$.7 = 1\, x_2 - .3\, x_3 + 0\, x_4$$

$$0 = -.5\, x_2 + 1\, x_3 - .5\, x_4$$

$$0 = 0\, x_2 - .6\, x_3 + 1\, x_4$$

Løser dette med radreduksjon

$$\begin{bmatrix} 1 & -.3 & 0 & .7 \\ -.5 & 1 & -.5 & 0 \\ 0 & -.6 & 1 & 0 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 49/55 \\ 0 & 1 & 0 & 7/11 \\ 0 & 0 & 1 & 21/55 \end{bmatrix}$$

Dermed har vi $x_2^{K_1} = 49/55$ og $x_3^{K_1} = 7/11$

Gjør tilsvarende for $x_j^{K_3}$

$$x_1^{K_3} = 0$$

$$x_2^{K_3} = .7\, \overset{0}{\overset{\shortparallel}{x_1^{K_3}}} + 0,3\, x_3^{K_3}$$

$$x_3^{K_3} = .5\, x_2^{K_3} + 0,5\, x_4^{K_3}$$

$$x_4^{K_3} = .6\, x_3^{K_3} + 0,4\, x_5^{K_3} = 1$$

det gir

$$1\, x_2 - .3\, x_3 + 0\, x_4 = 0$$

$$-.5\, x_2 + 1\, x_3 - .5\, x_4 = 0$$

$$0\, x_2 - .6\, x_3 + .4\, x_4 = .4$$

Løser ligningssettet med radredusering

$$\begin{bmatrix} 1 & -.3 & 0 & 0 \\ -.5 & 1 & -.5 & 0 \\ 0 & -.6 & 1 & .4 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 6/55 \\ 0 & 1 & 0 & 4/11 \\ 0 & 0 & 1 & 34/55 \end{bmatrix}$$

dermed har vi $x_2^{K_3} = 6/55$ og $x_3^{K_3} = 4/11$

Så vi har da verdiene:

$$x_2^{K_1} = 49/55 \qquad x_2^{K_3} = 6/55$$

$$x_3^{K_1} = 7/11 \qquad x_3^{K_3} = 4/11$$

5a)
$$P = \begin{array}{ccccc} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 & s_5 \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & p_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & p_4 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 1 \end{bmatrix}$$

s_1 er absorberende p.g.a. at s_1 har en sannsynlighet som peker mot seg selv. Dermed hvis vi er i s_1 kan vi ikke komme til noen andre stadier. Vi har også s_2 som fører til s_1 med sansynligheten p_2. Dermed kan man kome inn i s_1 men ikke ut.

Vi har en til lukket klasse s_5 er klassen K_3. den har en sannsynlighet som peker mot den selv Vi har også at s_4 fører også til s_5

#

b) $P(\text{kommer til } s_1 \mid \text{starter i } s_j) \quad j = 1, 2, \ldots, 5$

$$P = \begin{bmatrix} 1 & p_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_3 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & p_4 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 1 \end{bmatrix}$$

da har vi

$$x_1^{K_1} = 1$$
$$x_2^{K_1} = p_2 x_1^{K_1} + q_2 x_3^{K_1}$$
$$x_3^{K_1} = p_3 x_2^{K_1} + q_3 x_4^{K_1}$$
$$x_4^{K_1} = p_4 x_3^{K_1} + q_4 x_5^{K_1}$$

$$\Rightarrow \quad 1\,x_2 - q_2\,x_3 + 0\,x_4 = p_2$$
$$-p_3\,x_2 + 1\,x_3 - q_3\,x_4 = 0$$
$$0\,x_2 - p_4\,x_3 + 1\,x_4 = 0$$

Dermed har vi

$$\begin{bmatrix} 1 & -q_2 & 0 \\ -p_3 & 1 & -q_3 \\ 0 & -p_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2) $$A = \begin{bmatrix} 1 & -q_2 & 0 \\ -p_3 & 1 & -q_3 \\ 0 & -p_4 & 1 \end{bmatrix}$$

Omformer A til en øvre triangulær matrise

$$\begin{bmatrix} 1 & -q_2 & 0 \\ -p_3 & 1 & -q_3 \\ 0 & -p_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} II + I\,p_3 \\ \\ \end{matrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -q_2 & 0 \\ 0 & 1-q_2p_3 & -q_3 \\ 0 & -p_4 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} III + II \cdot \dfrac{p_4}{1-q_2p_3} \\ \\ \end{matrix} \sim$$

Mellomregning

$$(1 - q_2 p_3)\,x = p_4$$
$$1 - q_2 p_3 = \frac{p_4}{x}$$

$$* \quad \frac{p_4}{1 - q_2 p_3} = x$$

Det gir oss

$$\begin{bmatrix} 1 & -q_2 & 0 \\ 0 & 1 - q_2 p_3 & -q_3 \\ 0 & 0 & 1 + \dfrac{(-q_3 p_4)}{1 - q_2 p_3} \end{bmatrix}$$

Siden alle coefisientene under streken er 0 så er matrisen øvre triangulær.

```
%oppg5 d

p = [0.15, 0.5, 0.35]


Walk(p)

function x = Walk(p)
    %1. sjekker at minVal=1 < pj < 1=maxVal og beregner qj
= 1-pj for j =
    %2,3,4.
    %2. Setter opp matrisen A og vektoren b.
    %3. Løser systemet A*y = b og returnerer vektoren y =
(x2, x3, x4)


    %.1
    minValP = 0;%max verdi tillat for p
    maxValP = 1;%min verdi tillat for p
    j = 0; %counter
    q = []; %init q
    for pj = p%går gjennom
        j = j + 1;%counter
        if(pj < minValP)%sjekker om pj er mindre enn min
verdi
            sprintf('p%.f = %.5f < %.f =
minVal',[j,pj,minValP])
            return %kanselerer funksjonen siden innput ikke
er lov
        elseif(pj > maxValP)% sjekker om pj er større enn
max verdi
            sprintf('p%.f = %.5f > %.f =
maxVal',[j,pj,maxValP])
            return %kanselerer funksjonen siden innput ikke
er lov
        else
            q(j+1) = 1-pj; %hvis pj er innenfor max og min
så legges til qj = 1-pj til vektoren q

        end
    end

    %2.
    q
```

```
    A = [1,-q(2),0;-p(3-1),1,-q(3);,0,-p(4-
1),1];%konstruerer matrisen A
    b = [p(2-1);0;0]; %konstruerer matrisen B fra oppg 5b)
    %3.
    y = A\b;%løse A*y = b for yx
    x = y;%setter y til return verdien

end

% ObligOppg5
%
% p =
%
%     0.1500    0.5000    0.3500
%
%
% q =
%
%          0    0.8500    0.5000    0.6500
%
%
% ans =
%
%     0.3094
%     0.1875
%     0.0656
```