Kapitl funks

Lengde :

$$|x-a| = \sqrt{(x_1-a_1)^2+(x_2-a_2)^2+\dots+(x_n-a_n)^2}$$

Mengde :

$$B(a,r) = \{ x \in \mathbb{R}^n : |x-a| < r \}$$

- Kulen om a med radius r
- $\mathbb{R}^1$ er en open kule, $\mathbb{R}^2$ er en sirkelskive

Vis at $F : \mathbb{R}^1 \to \mathbb{R}^2$ definert ved

$$F(x,y,z) = \left(x^2 \sin(yz) , \frac{e^{x^2+z}}{y^2+1} \right)$$

er kontinuerlig i punktet $a = (1,0,-1)$

DA er nokk å sjekke hver funksjon for seg selv

$$F_1(x,y,z) = x^2 \sin(yz), \quad F_2(x,y,z) = \frac{e^{x^2+z}}{y+1}$$

F_1 : $x^2 \sin(yz)$

$$\left.\begin{array}{l} x^2 \text{ er kontinuerlig} \\ yz \text{ er kontinuerlig} \\ \sin(yz) \text{ er kontinuerlig} \end{array}\right\} \text{ i følge 1, 2, 2 er da } F_1 \text{ kontinuerlig}$$

$F_2: \dfrac{e^{x^2}+z}{y^2+1}$

e^{x^2} er kontinuerlig

z er kontinuerlig

y^2 er kontinuerlig

$\dfrac{e^{x^2}+z}{y^2+1}$ er derved kontinuerlig

1. a) $f(x,y) = x + y$

$F_1(x) = x$, $F_2(y) = y$

$F_1(x)$ er kontinuerlig siden F_1 er lineær funksjon

$F_2(y)$ — " — F_2 — " —

og i følge 2,2,2 er da også $f(x,y)$

b) $f(x,y) = x^2y + y$

x^2 er kontinuerlig ,

y er kontinuerlig derved er

$x^2y + y$ også kontinuerlig i følge 2.2.2.

d) $f(x,y) = e^{-x} \sin(x+y)$

$x + y$ er kontinuerlig siden vi vet at summen av to kontinuerlige funksjoner og så er kontinuerlig sin av en kontinuerlig funksjon er kontinuerlig er også $\sin(x+y)$ kontinuerlig

e^{-x} er kontinuerlig

Vi vet at produktet av 2 kontinuerlige funksjoner er kontinuerlige, derved vet vi at $f(x,y)$ er kontinuerlig

2) Vis at funksjonen er kontinuerlig

a) $F(x,y,z) = (x^2 z + y,\ x^2 \sin(xyz),\ x^3)$

Deler opp tupelen i delfunksjonene

$x^2 z + y$: Vi ser at x^2, z og y er kontinuerlig og vi vet ~~at~~ produktet av to kontinuerlige funksjoner $(x^2 z)$ er kontinuerlig og at summen av to kontinuerlige funksjoner $(x^2 z + y)$ er kontinuerlig

3) Vis at $h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_i$ er kontinuerlig

Ved bruk av definisjonen

5 a) $||x| - |y|| \leq |x - y|$

$$\left|\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}\right| \leq \sqrt{x^2} + \sqrt{(-y)^2}$$

$$|x - y| \leq x + y$$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{-y^2} \leq x + y$$

$$x + y \leq x + y$$