1. $f(x,y) = \dfrac{1}{x^4+2x^2y^2+y^4+1}$

a Beregn det uegentlige integralet

$$\iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y)\,dx\,dy$$

Skriver om til polarkoordinater

$$= \frac{1}{(r\cos(\theta))^4+2(r\cos(\theta))^2(r\sin(\theta))^2+(r\sin(\theta))^4+1}$$

Mellomregning til nevneren

$$r^4\cos^4(\theta)+2r^2\cos^2\theta\, r^2\sin^2(\theta)+r^4\sin^4(\theta)+1$$

$$r^4(\cos^4(\theta)+2\cos^2(\theta)\sin^2(\theta)+\sin^4(\theta)+1$$

$$a^2 + 2ab + b^2$$

$$r^4\cancel{(\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta))^2}+1 = r^4+1$$

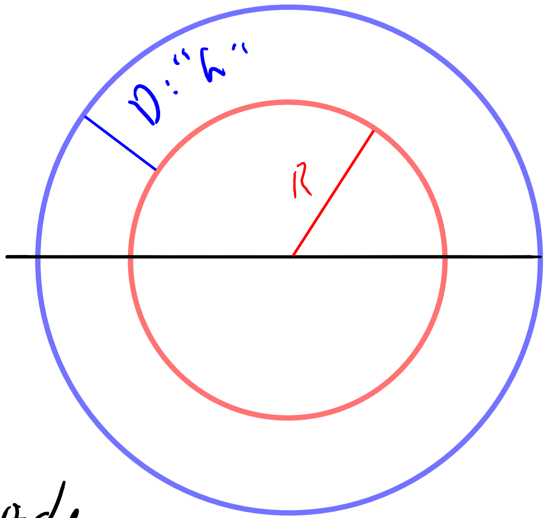
$$\Rightarrow \int_0^\infty\int_0^{2\pi}\frac{r}{r^4+1}\,d\theta\,dr = \int_0^\infty\left[\frac{r}{r^4+1}\cdot\theta\right]_0^{2\pi}dr = 2\pi\int_0^\infty\frac{r}{r^4+1}\,dr$$

$$= \pi\left[\frac{1}{2}\arctan(x^2)\right]_0^\infty = \pi\cdot\left(\lim_{x\to\infty}\arctan(x^2)\cdot 0\right.$$

$$\underline{\underline{\frac{\pi^2}{2}}}$$

2 Tettheten er gitt ved

$$\iiint_S \frac{a}{R+h}$$



Skriver om til kulekoordinater

$R + h = \rho$

$$\int_R^{R+D}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{a}{\rho}\,\rho^2 \sin(\phi)\, d\phi\, d\theta\, d\rho$$

Tar første integralet "$d\phi$" og setter a utenfor alle

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{\cancel{\rho}}\,\rho^{\cancel{2}} \sin(\phi)\, d\phi$$

$$\rho \int_0^{\pi} \sin(\phi)\, d\phi = -\rho\left[\cos\phi\right]_0^{\pi}$$

$$= -\rho(-1-1) = -\rho\cdot -2 = \underline{2\rho}$$

Andre integral "$d\theta$"

$$\int_0^{2\pi} 2\rho\, d\theta = \underline{4\pi\rho}$$

Tredje integralet

$$\int_R^{D+R} 4\pi\rho \, d\rho = 4\pi \int_R^{D+R} \rho \, d\rho$$

$$= \cancel{4}\pi \left[\frac{\rho^2}{\cancel{2}} \right]_R^{D+R} = 2\pi\left((D+R)^2 - R^2\right)$$

$$= 2\pi\left(D^2 + 2DR + \cancel{R^2 - R^2}\right) = \underline{2\pi D(D+2R)}$$

setter in a

$$\underline{\underline{2a\pi D(D+2R)}}$$

oppg 1. c, d)

```python
import numpy as np
#definerer funksjonen R(n,k), funksjonens parametere er en funksjon av to variable, interger n som bestemmer antall iterasjoner, og k som er et ledd i funksjonen
def R(f, n, k):
    # s er summen som er vår retun verdi
    s = 0
    #implementerer begge summene, 1. fra 1 til n, 2. fra 1 til n
    for i in range(1,n):
        for j in range(1,n):
            # regner først ut f og lager den som "func"
            func = f(-k+(2*k*i)/n, -k+(2*k*j)/n)
            #legger func sammen med resten av funksjonen
            l = func*((2*k)/n)**2
            #leggerr leddet til i summen
            s += l
            #print ('s = %.5d, f = %.4f, j = %g, i = %g, l = %g' % (s, func, j, i, l)) # # debug hjelp

    return s
#funksjonen f som legges til som et parameter i R, avhengig av to variable
def f(x,y):
    return 1/(x**4 + 2*x**2*y**2 + y**4 + 1)

#parameter verdiene
n, k = 1000, 177
#den eksate verdien vi er ute etter
val = ((np.pi)**2)/2

#print ('n = %g, k = %g')
#kjører funksjonen og lagrer verdien til Res
Res = R(f, n, k)
#printer ressultater, R = Res printer resultatet, |R-val| = abs(Res - val) printer feilen på tilnermingen R, val = val er verdien vi er ute etter
print('R = %g, |R - val| = %g, val = %g '  % (Res, abs(Res - val), val) )

"""
kjøreeksempel
PS C:\Users\SKJSA> python ".../oppg1.py"
R = 4.93473, |R - val| = 7.27199e-05, val = 4.9348
"""
```

3. M :

egenverdi	egenvektor
λ	$\bar{x}$
μ	$\bar{y}$

$\mu \neq \lambda$

$\bar{v} = a\bar{x} + b\bar{y}$, er en egenvektor for M hvis $a = 0$ eller $b = 0$

egenverdien til $\bar{v}$ er α

$$\bar{v}\alpha = \alpha(a\bar{x} + b\bar{y})$$
$$= \alpha(a\bar{x} + ab\bar{y})$$

$$M\bar{v} = M(ax + by)$$
$$= aM_1\bar{x} + bM_2\bar{y}$$
$$= a\lambda\bar{x} + b\mu\bar{y}$$

dermed har vi at:

$$\alpha a\bar{x} + \alpha b\bar{y} = a\lambda\bar{x} + b\mu\bar{y}$$

$$a(\alpha - \lambda)x = b(\mu - \alpha)y$$

Her er vektoren lineært avhengig, men vi har sett at $a = 0$ eller $b = 0$, det går ikke opp og dermed er vektoren lineært uavhengige

#