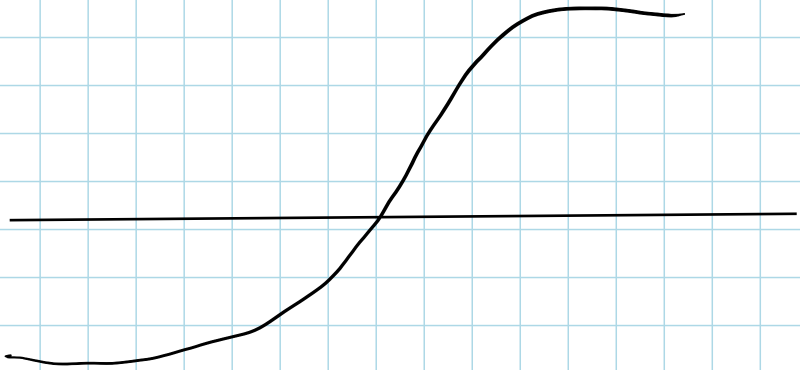
Newtons metode

algoritme



Gitt f og x_0

Regn ut

$$x_i = x_{i-1} - \frac{f(x_{i-1})}{f'(x_{i-1})} \quad \text{for } i = 1, 2, 3, \dots, N$$

Håper at følgen konvergerer til nullpunkt z

Stoppe kriterier

Vanlig å bruke relativ feil, stoppe når

$$\frac{|x_i - x_{i-1}|}{|x_i|} < \varepsilon \quad (\text{f.eks } 10^{-16})$$

$$|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon \cdot |x_i|$$, vanlig stoppe betingelse

Hvis det går feil går det feil fort

Py

def Newton (f, Df, x0, n)

$z = x_n - f(x_n)$

if $(\overbrace{\text{fabs}}^{\text{abs}}(z - x_n) < \overbrace{\text{fabs}}^{\text{abs}}(z) \cdot 10^{-10})$

break

$y_n = z$

ret z

Newtons metode er rask

Newton, feil og konvergens

Fra Taylors utledning

$$e_{i+1} = \frac{f''(c)}{2f'(x_i)} e_i^2 \qquad c \in (z, x_i)$$

Vi kan fra dette utlede at
når Newtons metode konvergerer
mot et nullpunkt z hvor $f'(z) \neq 0$ så
$|e_{i+1}| \leq k \cdot |e_i|^2$ hvor k er en konstant > 0

Newtons metode har konvergensrate 2

Dette innebærer at antall korrekte desimale
siffer dobler seg i hver iterasjon

Grovt sett:

Newtons metode konvergerer hvis f, f' og f'' er kontinuerlige rundt z og er startverdi nært nok z

Representasjon av symbol/tegn (4,3)

Bruker f for å oversette fra heltall til symboler

ASCII: Symboler som bruker 7 bits, 128 stykker

1 1 1 1 1 1 1 = 128 ?

1	2	3	4	5	6	7	
1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	4	8	16	32	64	128