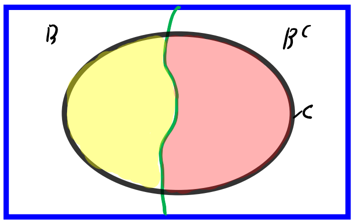
Total sannsynlighet

Begivenhet C

— " — B



$P(C) = P(B \cap C) + P(B^c \cap C)$

$= P(B)\,P(C \mid B) + P(B^c)\,P(C \mid B^c)$

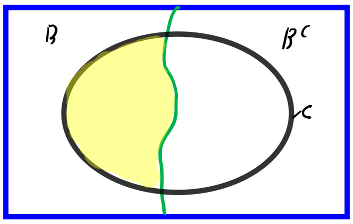
Tags:

Ny informasjon

Bayes setning (2 utg.)

Husk at

$$P(B \mid C) = \frac{P(B \cap C)}{P_C}$$

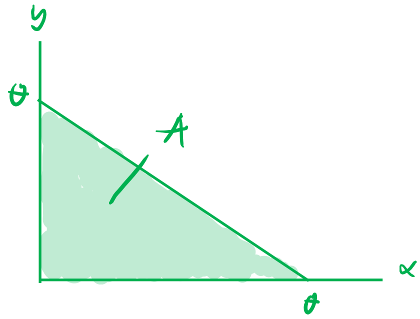


$$= \frac{P(B) \cdot P(C \mid B)}{P(B) \cdot P(C \mid B) + P(B^c)\,P(C \mid B^c)}$$

- Ny situasjon
- Total sannsynlighet

Simultantetthet (uniform) finn K

$$f_{X,Y}(x,y) \begin{cases} K & x \geq 0,\ y \geq 0,\ x+y \leq \theta \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$



$$1 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y) = K \underbrace{\iint_A dx\,dy}_{\text{Arealet av A}}$$

arealet av trekant

$$= K \cdot \theta \cdot \theta \, \frac{1}{2} = K \frac{\theta^2}{2} \quad / \cdot \frac{2}{\theta^2}$$

$$K = \frac{2}{\theta^2}$$

Fra simultantetthet til marginaltetthet, og uavhengighet

- Har tettheten $f_{X,Y}(x,y)$

Finner marginaltettheten for X ved

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dy = \int_{A_y} f_{X,Y}(x,y)\,dy$$

Finner marginaltettheten for Y

$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{X,Y}(x,y)\,dx = \int_{A_x} f_{X,Y}(x,y)\,dx$$

Finner ut om X og Y er uavhengige ved å finne ut om

$$f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) f_Y(y)$$

er sant

Finne betingete fordeling for Y gitt $X=x$, uttrykt ved tettheten $f_{Y|X=x}(y)$

$$f_{Y|X=x}(y|x) = \frac{f_{XY}(x,y)}{f_X(x)}$$

Betinget forventning

$$E(Y|X=x) = \int_{-\infty}^{\infty} y\, f_{Y|X=x}(y|x)\,dy = \int y\, f_{Y|X}(y|x)\,dy$$

Må mest sannsynlig splitte opp $E(Y|X=x) = \begin{cases} \text{———} \\ \text{———} \end{cases}$

Konfidens intervall

Estimator $\hat{p} = x/n$

$(1-\alpha)\,100\%$ Konfidensintervall

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

Finner z ved å se på tabell

α	0,005
z_2	2,576

Krav til Binomisk

- Gjentar "forsøk" n ganger
- To mulige for hvert forsøk
  S = riktige svar, F = galt svar
- Samme sannsynlighet for hvert "forsøk"
- Uavhengige "forsøk"

Forventning til gjennomsnittet

$$E(\bar{x}) = E\left(\frac{1}{n}\sum x_i\right) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(x_i)$$

Varians til forventning

$$V(\bar{x}) = V\left(\frac{1}{n}\sum^{n} x_i\right) = \frac{1}{n^2} V\left(\sum^{n} x_i\right)$$

Sentralgrense teoremet

$$P\left(\frac{\bar{x} - E(\bar{x})}{\sqrt{V(\bar{x})}} \leq z\right)$$

For $P(\bar{x} \leq Q)$

$$P\left(\frac{\bar{x} - E(\bar{x})}{\sqrt{V(\bar{x})}} \leq \frac{Q - E(\bar{x})}{\sqrt{V(\bar{x})}}\right)$$

$$\approx \bar{\Phi}\left(\frac{Q - E(\bar{x})}{\sqrt{V(x)}}\right)$$ gir oss da en $\Phi(z)$

95% Konfidensintervall for sentralgrensesetningen

$$P\left(-1.96 \leq \frac{\bar{x} - E(\bar{x})}{\sqrt{V(\bar{x})}} \leq 1,96\right)$$ Løs for parameteren (θ) og få

$$(a \leq \theta \leq b)$$

$[a, b]$ er de intervallet

Momentgenererende funksjon

$$M_x(t) = E(e^{tx}) = \int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)\, e^{tx}\, dx$$

Forventningsverdi av $M_X(t)$

Har generelt

$$M'_X(t) = E\left(\frac{d}{dt} e^{tX}\right) = E\left(X e^{tX}\right)$$

Tilsvarende

$$M''_X(t) = E\left(X^2 e^{tX}\right)$$

Herav

$$M'_X(0) = E(X) \qquad M''_X(0) = E(X^2)$$