⋮

Hvis σ ukjent og n er stor så vil

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \overset{\text{tiln}}{\sim} N(0,1) \text{ med } H_0$$

Her er S = emp. sd

Vi kan da bruke de samme testene på T

Med liten n og $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ blir

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S / \sqrt{n}} \sim t_{n-1} \quad H_0 = \mu = \mu_0$$

Forkaste da $H_0 : \mu = \mu_0$ mot $H_a : \mu > \mu_0$ med nivå α

hvis $T > t_\alpha = (1-\alpha) 100$ per $: t_{n-1}$

Tilnv. med alt. $H_a : \mu \neq \mu_0$ forkastes nivå når

$$|T| > t_{\alpha/2}$$

Med ensidige alternative hypotesetester

$H_0 : \theta \leq \theta_0$, mot $H_a : \theta > \theta_0$

$H_0 : \theta \geq \theta_0$, mot $H_a : \theta < \theta_0$

⋮

NB H_0 og H_a skal settes opp før vi ser på dataene

Type I - feil: Forkaste H_0 når H_0 er sann

Type II - feil: Ikke forkaste H_0 når H_a er usann

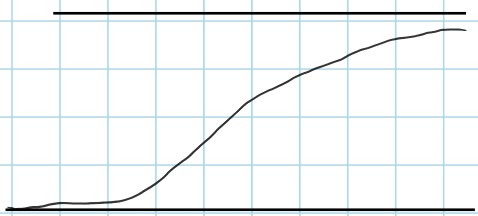
Med $H_0: \theta = \theta_0$ blir $P(\text{Type-I feil}) = \alpha$

- Per konstruksjonen av testen

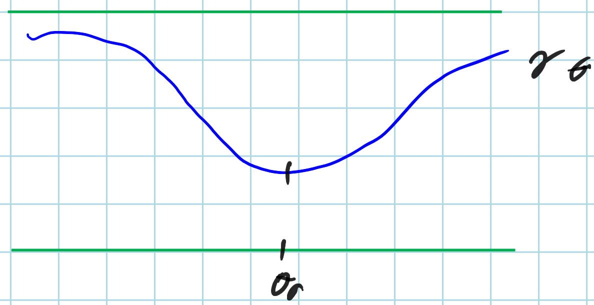
Styrke funksjonen $\gamma(\theta) = P(\text{Forkaste } H_0 \mid \theta)$

$$\gamma(\theta_1) = P(\text{Forkaste } H_0 \mid \theta_1)$$
$$= 1 - P(\text{ikke forkaste } H_0 \mid \theta_1)$$
$$= 1 - P(\text{Type II-feil} \mid \theta_1) = 1 - \beta(\theta_1)$$

$\gamma(\theta_0) = \alpha = \text{nivå}$



$H_a: \theta > \theta_1$



$H_a: \theta \neq \theta$

Så $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ kjent

$H_0: \mu = \mu_0$ med $H_a: \mu > \mu_0$, nivå α

Styrkfunk.

$$\gamma(\mu) = P(\text{Forkaste } H_0 \mid \mu)$$
$$= P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} > z_\alpha \mid \mu\right)$$
$$= \Phi\left(\frac{\mu - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} - z_\alpha\right)$$ der Φ kum.fu $N(0,1)$

For t-testen, $T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S}\sqrt{n} \sim t_{n-1}$ $H_0: \mu = \mu_0$

För styrk.funk.

$$\gamma(\mu) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{S}\sqrt{n} > t_\alpha \mid \mu\right)$$

$$= P\Big(\underbrace{\frac{\bar{X} - \mu}{S}\sqrt{n}}_{t_{n-1}}\Big) > t_\alpha - \frac{\mu - \mu_0}{S}\sqrt{n}$$

$\leftarrow$ Emp. sd S

= Komplisert. Trenger numerisk integrasjon

Kan finne styrken ved

- Avlese figur A.16 : P og B (s. 813) (Kludrete)
- Bruke software : power.t.test : R
- Simuler (viktig vmer kompliserte sits.)

Utvalgsstørrelse: Hvor stor n kreves for å oppnå gitt styrke, f.ex. 80% el. 90%.

Ex) $H_0: \mu = \mu_0$ med $H_a: \mu > \mu_0$ Når $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$
nivå α
Med t-testen finnes et klart uttrykk

$$\gamma = \gamma(\mu) = \Phi\left(\frac{\mu-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n} - z_\alpha\right) = 1-\beta$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\mu-\mu_0}{\sigma}\sqrt{n} - z_\alpha = \Phi^{-1}(\gamma(\mu)) = \Phi^{-1}(1-\beta) = z_\beta$$

$$\Leftrightarrow \quad n = (z_\alpha - z_\beta)^2 \frac{\sigma^2}{(\mu-\mu_0)^2}$$

Med $\alpha = 0.05$ og $\beta = 0.2$ blir $z_\alpha = 1.645$
og $z_\beta = 0,84$

og så trenger vi $n \geq (0,84 + 1,645)^2 \frac{\sigma^2}{(\mu-\mu_0)^2} =$
$\approx 6,18$

Trenger altså $n = 7$ for 80% styrke

9.3 Tester av Bin P

$X \sim Bin(n, p)$ $H_0: P = P_0$

Ex) x = ant av 1000 vil stemme Ap

Ex) B x = ant av $n = 16$ år med gjennomsnitt > 5,74

Vi kan bruke at $X \overset{tiln}{\sim} N(np, np(1-p))$

Dermed $Z = \frac{X - nP_0}{nP_0(1-P_0)} \sim$ tiln $N(0,1)$ med $H_0: P = P_0$

$H_0: P \geq P_0$ forkastes med $Z > 1{,}645$, nivå 0,05

$H_a: P \neq P$ —— " —— $|Z| > 1{,}96$ — " —

I Ex A) er $P_0 = 0{,}274$

Ex B) $\hat{P}_0 = \frac{X}{1000}$