4 a) Vis at minste kvadraters estimater for β er $\hat{\beta} = \frac{\sum x_i Y_i}{\sum x_i^2}$

Vi skal minimere funksjonen

$$f(\beta) = \sum (Y_i - \beta x_i)^2 = \sum Y_i^2 - 2 Y_i \beta x_i + \beta^2 x_i^2$$

Dermed deriverer jeg og setter lik 0

$$\frac{\partial f \beta}{\partial \beta} = \sum -2 Y_i x_i + 2 \beta x_i^2 = 0$$

Løser for β

$$0 = \sum -2 Y_i x_i + \sum 2 \beta x_i^2 \quad / \cdot -1, \ -\sum 2 \beta x_i^2, \ \frac{1}{2}$$

$$\beta \sum x_i^2 = \sum Y_i x_i \quad / \frac{1}{\sum x_i^2}$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum Y_i x_i}{\sum x_i^2}$$

$\square$

4 (b)

$$T = \frac{\hat{\beta} - \beta}{s} \sqrt{\sum x^2}$$

Det kan skrives som

$$T = \frac{\hat{\beta} - \beta}{s / \sqrt{\sum x^2}}$$

Som kan skrives som

$$T = \frac{\dfrac{\hat{\beta} - \beta}{\sigma / \sqrt{S_{xx}}}}{\sqrt{\dfrac{(n-1)s^2/\sigma^2}{(n-1)}}}$$

Vi vet at $\dfrac{\hat{\beta} - \beta}{\sigma / \sqrt{S_{xx}}}$ er normalfordelt $\sim N(0,1)$

og at $(n-1)s^2/\sigma^2$ er kji-kvadratfordelt

og at en standard normal stokastisk variabel delt på roten av en kji-kvadrat er en t-fordeling

#

4 d)

Setter opp Hypotesetest

$$H_0: \beta = \beta_0 \quad , \quad H_a: \beta \neq \beta_0$$

CI for $\hat{\beta}$ blir

$$\hat{\beta} \pm t(t_{\alpha/2}, n-1) \, s_\beta$$

$n-1$: siden vi har en parameter

$\alpha/2$ siden vi har tosidig test

$s_\beta =$