

# Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*)

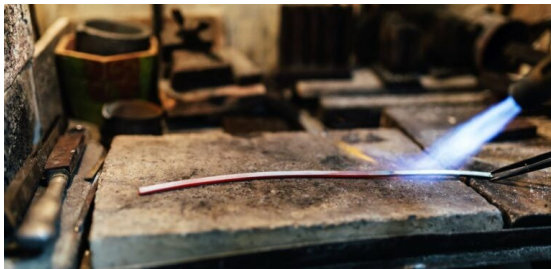
Danilo Sipoli Sanches

Departamento Acadêmico de Computação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Cornélio Procópio



# Recozimento Simulado

- Algoritmo inspirado pela natureza;
- O recozimento é um processo térmico bastante utilizado no aprimoramento de aços;
- O material é aquecido até altas temperaturas, fazendo com que os átomos se movimentem livremente e depois é resfriado gradativamente para que as moléculas se encaixem em uma melhor posição.



Fonte: <https://pt.linkedin.com/pulse/recoziemnto-do-aço-filipe-teixeira-silva>

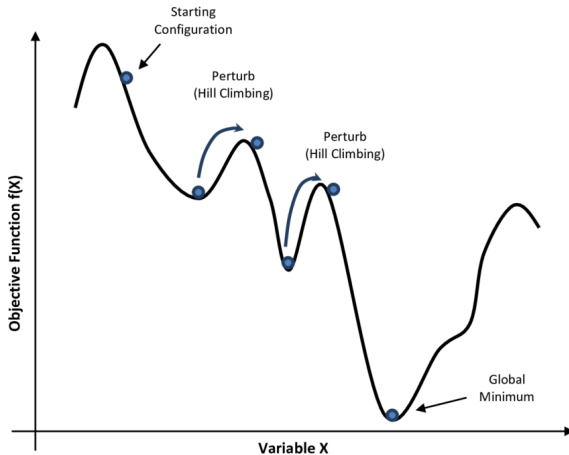
- Resfriamento rápido conduz a produtos meta-estáveis, de maior energia interna;
- Resfriamento lento conduz a produtos mais estáveis, estruturalmente fortes, de menor energia;
- Durante o recozimento o material passa por vários estados possíveis

# Simulated Annealing

- Possui semelhanças com Hill-Climbing;
- movimentos encosta abaixo (piora) são permitidos;
- não escolhe o melhor estado sucessor, escolhe um movimento aleatório;
- É necessário o ajuste da taxa de redução da temperatura.

# Recozimento Simulado

<https://medium.com/analytics-vidhya/simulated-annealing-869e171e763c>.



# Analogia com problema combinatório

- Os estados possíveis de um metal correspondem a soluções do espaço de busca;
- A energia em cada estado corresponde ao valor da função objetivo;
- A energia mínima (se o problema for de minimização ou máxima, se de maximização) corresponde ao valor de uma solução ótima local, possivelmente global.

# Funcionamento do algoritmo

- A cada iteração do método, um novo estado é gerado a partir do estado corrente por uma modificação aleatória neste;
- Se o novo estado é de energia menor que o estado corrente, esse novo estado passa a ser o estado corrente;
- Se o novo estado tem uma energia maior que o estado corrente em  $\Delta$  unidades, aceita-se esse novo estado de acordo com alguma probabilidade;
- Este procedimento é repetido até se atingir o equilíbrio térmico (também conhecido como **algoritmo de Metropolis**).

- O critério proposto por Metropolis consiste em avaliar a diferença de energia entre a solução atual e a nova solução:
  - $\Delta = E^{k+1} - E^k$
  - Se  $\Delta < 0$ , significa que a solução atual é melhor que a anterior, aplicando a substituição;
  - Se  $\Delta \geq 0$ , a probabilidade de esta solução de maior energia substituir a anterior é dada por:  $p = \exp(-\Delta/T)$ ;



## Atualização geométrica

$$T_k = \alpha T_{k-1}, \forall k \geq 1$$

onde  $T_k$  representa a temperatura na iteração  $k$  do método, isto é, na  $k$ -ésima vez em que há alteração no valor da temperatura e  $\alpha$  uma constante tal que  $0 < \alpha < 1$

- É comum trabalhar nas temperaturas mais altas com uma taxa de resfriamento menor e aumentá-la quando a temperatura reduzir-se.

# Pseudo-código

```
1 procedimento SA (alpha, SMax, T0, s)
2   IterT = 0 {Numero de iteracoes na temperatura T}
3   T = T0 {temperatura corrente}
4   enquanto (T > 0.0001):
5     enquanto (IterT < SMax):
6       IterT = IterT + 1
7       Gerar um vizinho aleatorio s* na vizinhanca N(s)
8       Delta = f(s*) - f(s)
9       se (Delta < 0):
10        s = s*
11      senao:
12        random x = [0,1]
13        se (x < e^{-Delta/T}):
14          s = s*
15      T = T x alpha
16      IterT = 0
17 fim
```

Listing: Exemplo SA

- Número máximo de iterações em uma dada temperatura deve ser calculado com base na dimensão do problema;
- Temperatura de congelamento do sistema: quando se atingir, p.ex.,  $T = 0,001$  ou quando a taxa de aceitação de movimentos cair abaixo de um valor predeterminado;
- Os parâmetros mais adequados para uma dada aplicação só podem ser obtidos por EXPERIMENTAÇÃO.

Obrigado!