

# **REGLAMENTO INTERNO UTFSM DEL PROGRAMA EN CONSORCIO:**

## **DOCTORADO EN MATEMÁTICA**

**Aprobado por CCDIP de fecha noviembre 21 de 2013.**

El presente Reglamento Interno, requerido por la UTFSM en su Reglamento General N°47 de los Estudios de Postgrado (RGEP), está constituido por un cuerpo y anexos. El cuerpo corresponde, íntegramente, al “REGLAMENTO DEL PROGRAMA EN CONSORCIO: DOCTORADO EN MATEMÁTICA” aprobado por el Consejo Académico de la UTFSM, y vinculado al “CONVENIO PARA EL DESARROLLO DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN MATEMÁTICA ENTRE PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO Y UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA” de fecha 15 de enero de 2013 firmado por ambos Rectores; por lo tanto, no considera necesariamente los nuevos criterios de la Comisión Nacional de Acreditación para programas de postgrado, que comenzaron a regir el 4 de noviembre de 2013. Por su parte, los anexos complementan la información del cuerpo de acuerdo a lo solicitado por la UTFSM.

### **TITULO I**

#### **DISPOSICIONES GENERALES**

- Art. 1. El presente Reglamento establece las normas de organización y funcionamiento que regirán los aspectos comunes y cooperativos del Programa de Doctorado en Matemática, (en adelante el Programa), que se dicta con la participación de las universidades adscritas al convenio y sus respectivos programas.
- Art. 2. El Programa, de carácter académico, tiene como objetivo formar recursos humanos doctorados en Matemática, con una excelente formación avanzada y una sólida especialización en alguna de las áreas que las universidades del Consorcio sostienen, capaces de contribuir a la formación de matemáticos y preparados para realizar investigación científica y/o tecnológica original, independiente y de punta.
- Art.3. El Programa tendrá una duración de cuatro años. La residencia mínima en el Programa será de dos años y la máxima de seis años entendiéndose por residencia el tiempo que el estudiante permanece matriculado en el Programa.

### **TITULO II**

#### **DE LA ADMINISTRACIÓN ACADEMICA DEL PROGRAMA**

- Art. 4. Son autoridades del Programa el Comité Académico del Consorcio, el Presidente y el Secretario de este Comité (en adelante Presidente y Secretario respectivamente).
- Art. 5. El Comité Académico del Consorcio constituye la más alta autoridad colegiada del Programa en materias comunes de administración académica y estará integrado por el Director o Coordinador de programa de cada institución (en adelante Director del Programa) y un representante por cada universidad del cuerpo de profesores directores de tesis.

Cada universidad participante establecerá los mecanismos de designación del Director de programa así como del representante de los profesores directores de tesis de acuerdo a su normativa interna vigente.

La designación, remoción o sustitución de cada uno de los representantes de cada universidad participante en el Comité Académico del Consorcio se oficializará mediante decreto o resolución de la autoridad que la institución ha designado para estos efectos en el convenio.

Art.6. Corresponde al Comité Académico del Consorcio:

- a) Establecer los lineamientos estratégicos del Programa, y velar por su cumplimiento.
- b) Recibir la cuenta anual del Presidente y pronunciarse sobre ella.
- c) Formar comisiones para la realización de funciones específicas.
- d) Resolver sobre cualquier materia que le proponga el Presidente o provengan en consulta desde las Universidades participantes y de todo otro asunto que se someta a su decisión o pronunciamiento.
- e) Establecer los criterios y revisar periódicamente la composición del cuerpo de profesores y de los directores de tesis.
- f) Designar los profesores tutores y directores de tesis.
- g) Establecer los criterios de creación y supresión y revisar periódicamente las áreas y líneas de investigación ofertadas por el Programa.
- h) Revisar periódicamente la malla curricular y realizar las modificaciones pertinentes.
- i) Aprobar los procedimientos de admisión al Programa.
- j) Seleccionar y proponer los postulantes admitidos al Programa.
- k) Resolver las solicitudes de convalidación u homologación que sean presentadas por los alumnos.
- l) Proponer las comisiones de examen de calificación y de tesis.
- m) Examinar y resolver sobre situaciones no previstas en el presente reglamento.

Art.7. Todas las decisiones del Comité Académico del Consorcio respecto a las materias señaladas en el artículo anterior requerirán para su aprobación mayoría simple dentro de los integrantes del Comité Académico del Consorcio, mayoría que debe estar compuesta por, al menos, un representante de cada institución.

Art. 8. El Comité Académico del Consorcio sesionará de forma ordinaria, a lo menos, una vez cada cuatro meses y, en forma extraordinaria, cuando el Presidente lo convoque. El quórum para sesionar será el 50% más uno de los integrantes del Comité Académico del Consorcio, número que debe estar compuesto por, al menos, un representante de cada institución.

Art. 9. El Presidente es la autoridad superior unipersonal del Programa, responsable de la gestión del Programa. Esta responsabilidad será asumida por uno de los Directores de Programa de cada institución, quien permanecerá dos años en el cargo. La presidencia será rotativa por institución de acuerdo al orden establecido en el convenio.

Art. 10. Corresponde al Presidente:

- a) Velar por la excelencia académica del Programa.
- b) Representar al Programa ante toda autoridad, organismo, persona o entidad de cualquier naturaleza.
- c) Presidir el Comité Académico del Consorcio y ejecutar o hacer ejecutar todos los acuerdos de éste.
- d) Elaborar el presupuesto anual del Programa y presentarlo al Comité Académico del Consorcio para su aprobación, juntamente con el plan anual de actividades.
- e) Rendir una cuenta anual de su gestión al Comité Académico del Consorcio.
- f) Conocer y resolver las solicitudes de los alumnos de conformidad con la reglamentación vigente en cada una de las Universidades participantes.
- g) Proponer a las autoridades correspondientes los postulantes seleccionados en mérito de sus antecedentes.

Art. 11. El Secretario será un Director de Programa de alguna universidad participante distinta a la del Presidente, y será designado por éste.

Art. 12. Corresponde al Secretario:

- a) Subrogar al Presidente en caso de ausencia o impedimentos temporales con las facultades contempladas en el artículo 10 de este Reglamento.
- b) Cursar citaciones y levantar y conservar las actas oficiales del Comité Académico del Consorcio.
- c) Mantener los registros de postulación y selección de alumnos, así como la correspondencia y documentación oficial del Programa.

Art.13. El cuerpo de profesores del Programa estará constituido por todos los profesores que, de acuerdo a sus competencias y méritos académicos, sean aceptados por el Comité Académico del Consorcio. Se distinguen dentro del cuerpo de profesores del Programa a los profesores encargados de los cursos y los directores de tesis.

Los profesores encargados de los cursos deben poseer como mínimo el grado de Doctor y al menos satisfacer uno de los siguientes criterios, sin perjuicio de la exigencia de otras competencias que el Comité Académico del Consorcio estime necesarias:

- a) Poseer al menos 3 publicaciones indexadas en los últimos 5 años,
- b) Tener una amplia experiencia en la formación de recursos humanos a nivel de Posgrado,
- c) Haber obtenido el grado de Doctor en los últimos 5 años.

Los directores de tesis deben poseer como mínimo el grado de Doctor y satisfacer al menos los siguientes criterios, sin perjuicio de las exigencias de otras competencias que el Comité Académico del Consorcio estime necesarias:

- d) Poseer al menos 3 publicaciones indexadas en los últimos 5 años,
- e) Haber dirigido un proyecto de investigación de fondos concursables en los últimos 5 años.
- f) Poseer una reconocida experiencia, productividad e independencia en investigación a juicio del Comité Académico del Consorcio.

### **TITULO III DE LA POSTULACIÓN y ADMISIÓN**

Art. 14. Podrán postular al Programa conducente al Grado de Doctor en *Matemática*, chilenos o extranjeros, que estén en posesión del grado de Licenciado o de un título profesional equivalente, de al menos 4 años de duración, cuyo nivel y contenido de estudios se corresponda con los necesarios para obtener el grado de Licenciado requerido, en el ámbito de las disciplinas propias o afines con este Programa.

Art. 15. Habrá un proceso anual de postulación al Programa, cuyo calendario, cupos y requisitos específicos serán fijados por el Comité Académico del Consorcio a proposición del Presidente.

Art.16. Para postular al programa, se deberá presentar el formulario de postulación, dos cartas de recomendación, copia de títulos y grados y certificado de notas.

Art.17. El Comité Académico del Consorcio requerirá, además, que los postulantes rindan un examen formal de admisión. De considerarlo necesario, el Comité Académico del

Consortio podrá requerir antecedentes anexos a los presentados, o solicitar una entrevista para evaluar sus aptitudes, intereses personales y preparación con respecto a las exigencias del Programa.

- Art.18. En cada periodo de postulación, el Presidente presentará los antecedentes de los postulantes al Comité Académico del Consorcio. El Comité Académico del Consorcio resolverá la aceptación o rechazo de los postulantes. Excepcionalmente podrá proponer exigencias de nivelación para un postulante en particular.
- Art.19. El Presidente informará a los interesados el resultado definitivo de su postulación, previa confirmación de las autoridades correspondientes.
- Art.20. Para ser admitido en el programa se debe:
- a) Haber postulado de conformidad a los Artículos 14,15,16 y 17 de este reglamento.
  - b) Haber sido seleccionado y aceptado por las instancias correspondientes.
  - c) Reunir la siguiente documentación, debidamente legalizada cuando corresponda:
    - Copia legalizada de títulos y grados.
    - Certificado de notas.
    - Certificado de nacimiento.
    - 2 fotografías tamaño carné.

#### **TÍTULO IV DE LAS ACTIVIDADES ACADÉMICAS**

- Art.21. Las actividades académicas del Doctorado en Matemática comprenderán asignaturas obligatorias por especialidad, asignaturas obligatorias complementarias, seminarios de investigación, el examen de calificación o candidatura, el examen de idioma, el proyecto de tesis, la tesis, el examen de grado y actividades complementarias.
- Art.22. La carga académica de los alumnos se expresará en créditos académicos, según la definición del Sistema de Créditos Transferibles (SCT-Chile). El crédito es la unidad de medida de carga académica del alumno. Los créditos exigidos en el Plan de Estudios son 240 en total.

Primer año con un total de 60 créditos distribuidos de la siguiente forma:

- a) Dos asignaturas obligatorias de especialidad, cada una con 10 créditos.
- b) Dos asignaturas obligatorias complementarias, cada una con 10 créditos.
- c) Dos Seminarios de Investigación cada uno con 10 créditos.

Segundo año con un total de 60 créditos distribuidos de la siguiente forma:

- d) Dos Seminarios de Investigación, cada uno con 10 créditos.
- e) Un Proyecto de Tesis, con 40 créditos.

Tercer y Cuarto año con un total de 120 créditos correspondientes a la Tesis.

Excepcionalmente el Comité Académico del Consorcio podrá exigir un semestre adicional con a lo más tres asignaturas de formación matemática general.

- Art.23. El examen de idioma deberá ser rendido dentro de los tres primeros años y consistirá en una presentación oral en inglés de un tema de investigación frente a una comisión ad-hoc designada por el Comité Académico del Consorcio.

Art.24. El Comité Académico del Consorcio elaborará la oferta académica semestral resguardando las líneas principales escogidas por los estudiantes. El Comité Académico del Consorcio podrá, si estima necesario, incorporar dentro de la oferta académica asignaturas de otro programa de postgrado impartido por cualquiera de las universidades participantes del consorcio u otra con la cual existan los convenios específicos respectivos.

Art.25. Cada alumno del Programa desarrollará sus actividades académicas bajo la supervisión de un profesor tutor designado por el Comité Académico del Consorcio, profesor que debe pertenecer a la categoría de los directores de tesis.

El tutor respectivo propondrá al Comité Académico del Consorcio la carga académica de cada estudiante en conformidad con la oferta académica del semestre.

El Comité Académico del Consorcio autorizará la inscripción definitiva de las asignaturas del Programa para cada estudiante al momento de la matrícula.

Art.26. Los alumnos podrán solicitar al Comité Académico del Consorcio modificar sus inscripciones de asignaturas con autorización del profesor tutor.

Art.27. Toda actividad académica estará sujeta a evaluación, la que se expresará por medio de una calificación.

Las normas de evaluación de cada actividad serán comunicadas a los alumnos por el profesor al inicio del período académico correspondiente.

Art.28. La escala de calificaciones será de 1,0 a 7,0. La nota mínima de aprobación de cada asignatura, para mantenerse en el Programa, es de 5,0 y el promedio ponderado mínimo semestral será de 5,0. Un promedio menor es causal de eliminación del Programa.

Las universidades adscritas al convenio, que no utilicen la escala anterior para efectos de registro interno, realizarán la conversión de acuerdo a la tabla correspondiente adjunta en el convenio.

Art.29. El alumno será excluido del Programa si reprueba una asignatura de formación matemática general, una asignatura obligatoria de especialidad, una asignatura obligatoria complementaria, el examen de calificación, el examen de grado o bien, si reprueba dos veces el proyecto de tesis.

Art.30. La homologación y convalidación de asignaturas tendrá carácter excepcional. Tal reconocimiento podrá otorgarse a las asignaturas obligatorias por especialidad y obligatorias complementarias, siempre que hayan sido aprobadas en programas de postgrado. Las solicitudes de convalidación y homologación deberán ser presentadas dentro de los 3 primeros meses del ingreso al Programa y ser resueltas por el Comité Académico del Consorcio, a solicitud del Presidente.

Art.31. Se entiende que interrumpe o suspende sus estudios el alumno que no se matricula por razones justificadas en un período académico determinado.

El estudiante deberá entregar al Comité Académico del Consorcio una solicitud de interrupción o suspensión de estudios, justificando tal solicitud y adjuntando los antecedentes necesarios para su resolución.

El Comité Académico del Consorcio resolverá la solicitud. En caso de autorizar la solicitud, señalará el período por el cual se autoriza la interrupción o suspensión.

Pasado dicho plazo, el estudiante será readmitido sin mediar solicitud ninguna, a menos que el estudiante entregue una nueva solicitud de interrupción o suspensión de estudios. La readmisión regirá desde el inicio del período académico siguiente.

Por razones justificadas, un alumno podrá solicitar la interrupción o suspensión de su participación en el programa por un período acumulable de hasta 2 años.

- Art.32. El alumno que no se matricula y no cuenta con la autorización expresa del Comité Académico del Consorcio a través de una solicitud de interrupción o suspensión de estudios, perderá su calidad de alumno del Programa, la que solo podrá recuperar mediante una nueva postulación y admisión.

## **TITULO V DEL EXÁMEN DE CALIFICACIÓN Y EL PROYECTO DE TESIS**

- Art.33. El estudiante deberá rendir un examen de calificación, luego de haber aprobado todos los cursos obligatorios. El examen de calificación consistirá en:

- a) Un examen escrito de las asignaturas obligatorias complementarias.
- b) Un examen oral de las asignaturas obligatorias de especialidad.

El Comité Académico del Consorcio designará una comisión ad-hoc que diseñe, aplique y evalúe el examen escrito. Esta comisión informará los resultados al Presidente.

El examen oral se rendirá ante una comisión conformada por: los profesores de los cursos obligatorios de especialidad, dos académicos que compartan el área de especialidad y un profesor integrante del cuerpo de profesores del Programa nombrado por el Comité Académico del Consorcio, quien además actuará de ministro de fe.

- Art.34. El examen de calificación deberá ser aprobado a más tardar al primer mes del tercer semestre o excepcionalmente, para aquellos alumnos que realizaron asignaturas de formación matemática general, deberá ser aprobado a más tardar el primer mes del cuarto semestre. El examen escrito de las asignaturas obligatorias complementarias es el único que se podrá rendir dos veces.

- Art.35. El estudiante deberá presentar un Proyecto de Tesis luego de haber aprobado su examen de calificación, en un período no mayor a un año de rendido éste.

El proyecto de Tesis será presentado ante una comisión conformada por: el Director de Tesis, un profesor del cuerpo de Directores de Tesis del Programa y un especialista externo al Programa. Eventualmente el Comité Académico del Consorcio podrá solicitar una opinión escrita de otro especialista en la línea.

La Comisión evaluará del Proyecto de Tesis e informará al Comité Académico del Consorcio el resultado. En caso de que la Comisión reprobare el Proyecto de Tesis, el Comité Académico del Consorcio resolverá si corresponde otorgar una segunda oportunidad, y en tal caso, fijará un nuevo plazo de presentación el que no podrá superar los dos años después de rendido el examen de calificación.

- Art.36. El alumno cuyo Proyecto de Tesis sea aprobado, será considerado candidato al Grado de Doctor en Matemática.

- Art.37. La aprobación del Examen de Calificación y del Proyecto de Tesis constarán en el acta de sesiones del Comité Académico del Consorcio.

## **TITULO VI DE LA TESIS, EL EXÁMEN DE GRADO Y LA OBTENCION DEL GRADO**

- Art.38. La Tesis de Doctorado será un trabajo de investigación individual y original, que deberá significar una contribución en el área de la matemática en que la tesis se desarrolla.

Durante el desarrollo de la Tesis, el alumno deberá presentar al menos un avance de ella.

- Art. 39. Finalizada la elaboración de la Tesis y aprobada por el Director de Tesis, ella será entregada al Presidente, quien solicitará al Comité Académico del Consorcio la designación de la Comisión de Tesis.

La Comisión de Tesis estará conformada por 5 profesores, que incluirá al Director de Tesis y al menos dos especialistas externos al Programa. El Comité Académico del Consorcio designará, dentro de los miembros de la Comisión de Tesis quien la presida, no pudiendo recaer esta responsabilidad en el Director de Tesis.

La Comisión de Tesis evaluará la tesis en un plazo máximo de 30 días desde la recepción del escrito correspondiente, pudiendo aceptarla, sugerir modificaciones o rechazarla.

Aceptada la Tesis, el candidato podrá presentarse a rendir el Examen de Grado en un plazo no mayor a 30 días.

- Art.40. El Examen de Grado es un acto público que consistirá en la exposición y defensa de la Tesis de Grado ante la Comisión de Tesis, la cual calificará en conjunto el trabajo de Tesis y su defensa oral. El Examen de Tesis se dará por aprobado con calificación mayor o igual a 6. Si la calificación fuese menor, el Comité de Tesis, dentro de los 5 días hábiles siguientes al Examen de Grado, determinará conceder o no una última oportunidad para que el candidato al Grado rinda el Examen nuevamente, así como el plazo correspondiente.

- Art.41. La Comisión de Tesis notificará al candidato el resultado de su Examen, quedando tal decisión inscrita en el Acta de Examen que es responsabilidad del Presidente.

- Art.42. El grado de Doctor en Matemática será otorgado por el Consorcio y se conferirá al candidato que hubiere aprobado los créditos correspondientes a los cursos obligatorios de especialidad y complementarios, el examen de calificación, el examen de idioma, el proyecto de tesis, desarrollada la tesis doctoral y aprobado el examen de grado.

- Art.43. La calificación final del grado corresponderá al promedio ponderado de las asignaturas obligatorias de especialidad, las asignaturas obligatorias complementarias, los seminarios, el proyecto de tesis y la tesis y se expresará en conceptos de acuerdo a los siguientes rangos de notas:

- Aprobado si la nota final del grado es menor a 6.0
- Aprobado con distinción si la nota final es mayor o igual a 6.0 y menor que 6.5.
- Aprobado con distinción máxima si la nota final del grado es mayor o igual a 6.5.

# **ANEXOS**

## **UTFSM**

Dada la naturaleza del trabajo académico y en pos de un mejoramiento continuo, los Anexos a continuación serán revisados y sancionados por el CCDIP anualmente. Si se registraren cambios esenciales, éstos aplicarán solamente a nuevas cohortes de estudiantes.



## ÍNDICE DE ANEXOS

### Contenido

<b>ANEXO A .....</b>	<b>11</b>
<b>Áreas de Especialización del Programa en Consorcio.....</b>	<b>12</b>
<b>Comité Académico del Consorcio.....</b>	<b>13</b>
<b>Profesores del Programa en Consorcio .....</b>	<b>14</b>
<b>Plan de Estudios del Programa en Consorcio.....</b>	<b>19</b>
<b>Programas de Asignaturas del Programa en Consorcio.....</b>	<b>24</b>
<b>ÁREA ANÁLISIS.....</b>	<b>24</b>
Análisis Numérico De Ecuaciones Derivadas Parciales .....	25
Interacción Fluido Estructura. ....	27
Modelamiento De Fenómenos De Propagación De Ondas.....	29
Tópicos En Acoplamiento Fem-Bem. ....	31
Control De Ecuaciones En Derivadas Parciales (Edp) .....	33
Problemas Inversos.....	35
Teoría Matemática Del Control.....	37
Grandes Desvíos .....	39
Álgebras De Operadores Y $C^*$ -Sistemas Dinámicos .....	40
Ecuaciones Diferenciales Parciales .....	41
Métodos En Análisis No Lineal Para Ecuaciones Diferenciales Parciales .....	43
Análisis Convexo .....	45
Sistemas Dinámicos Y Problemas Variacionales .....	47
Técnicas De Análisis Variacional .....	49
Teoría De Semigrupos De Operadores .....	51
Sistemas Dinámicos Aleatorios .....	53
Dinámica Hiperbólica .....	55
Dinámica Simbólica.....	57
Introducción A Los Sistemas Dinámicos .....	59
Teoría Ergódica.....	61
Análisis Avanzado .....	63

Ecuaciones Diferenciales Ordinarias .....	65
ÁREA ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA.....	67
Algebra Lineal .....	68
Geometría Algebraica .....	70
Topología Algebraica .....	72
Grupos Kleinianos .....	74
Superficies de Riemann.....	76
Tópicos En Algebra .....	78
Representaciones De Grupos Y Teoría De Nudos .....	79
Introducción a la función L- de Artin.....	80
Grupos Finitos.....	82
Anillos y Módulos.....	83
ÁREA PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA.....	84
Probabilidades E Inferencia .....	85
Teoría De La Medida .....	87
Análisis Avanzado .....	90
Estimación No-Paramétrica.....	92
Procesos Fuertemente Dependientes .....	95
Teoría Estadística.....	98
Estadística Asintótica .....	100
Estadística Espacial .....	102
Estadística Bayesiana.....	105
Series De Tiempo Avanzadas .....	107
Modelos Lineales.....	109
Procesos Debilmente Dependientes.....	111
Análisis Estocástico II.....	114
Procesos Fuertemente Dependientes .....	116
Sistemas Dinamicos Aleatorios .....	119
Inferencia Estadística En Procesos Estocasticos .....	121
Modelos Estocásticos En Finanzas .....	124
Matrices Aleatorias Libres .....	127
Análisis Estocástico I .....	129

## **ANEXO A**

Es parte constitutiva del presente Reglamento Interno, el “CONVENIO PARA EL DESARROLLO DEL PROGRAMA DE DOCTORADO EN MATEMÁTICA ENTRE PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO Y UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA” de fecha 15 de enero de 2013 firmado por ambos Rectores.

## **ANEXO Nº 1**

### **Áreas de Especialización del Programa en Consorcio**

Análisis

Algebra y Geometría

Probabilidades y Estadística

## **ANEXO Nº 2**

### **Comité Académico del Consorcio**

Considerando los Arts. 4, 5, 9 y 11 del presente reglamento, se establece:

**a) Mecanismo para la designación del Director de programa así como del representante de los profesores directores de tesis, propios de la UTFSM:**

Ambos serán designados por el Consejo del Departamento de Matemática a proposición del Director del Departamento de entre los miembros del cuerpo de profesores directores de tesis pertenecientes a la UTFSM.

**b) Nómina del Comité Académico del Consorcio:**

UTFSM - Departamento de Matemática UTFSM:

Dr. Alexander Quaas B. (Director del Programa USM y Consorcio)  
Dr. Rubén Hidalgo

PUCV - Instituto de Matemática PUCV:

Dr. Ignacio Muga U. (Secretario Consorcio)  
Dr. Radu Saghin (Director del Programa PUCV)

UV - CIMFAV – Facultad de Ingeniería UV:

Dr. Cristian Meza (Director del Programa UV)

UV – Facultad de Ciencias / Departamento de Matemáticas:

Dr. Julio César Rodríguez

### **ANEXO Nº 3**

#### **Profesores del Programa en Consorcio**

<b>Área De Especialización Del Programa</b>	<b>Nombre</b>	<b>Grado, Institución Otorgante, Año</b>	<b>Línea de Especialidad</b>	<b>UTFSM, PUCV o UV</b>	<b>Director de Tesis</b>
Algebra y Geometría	Rubén Antonio Hidalgo Ortega	Ph. D. in Mathematics, Habilitación, State University of New York at Stony Brook, New York, USA., Universitaet Bielefeld., 1991 (Ph. D. in Mathematics), 1994 (Habilitación)	Superficies de Riemann, Grupos Kleinianos.	UTFSM	SI
Algebra y Geometría	Victor González Aguilera	Doctor de 3 ciclo, U. De Paris VII, Francia., 1980	Geometría Compleja, Algebra	UTFSM	NO
Álgebra y Geometría	José Pantoja Macari	Ph. D, University of Iowa, USA, 1982	Representaciones de Grupos Finitos y p-ádicos	PUCV	SI
Álgebra y Geometría	María Ofelia Ronco	Doctor en Matemáticas. Universidad de Buenos Aires, Argentina 1988	Álgebra		SI
Análisis	Carlos Humberto Vásquez Ehrenfeld	Doctor en Matemática Instituto Nacional de Matemática Pura y Aplicada (IMPA), Brasil, 2003	Sistemas Dinámicos y Teoría Ergódica Diferenciable	PUCV	NO
Análisis	Henri Comman	Doctor, PUC Santiago, Chile, 2000	Física Matemática: Grandes desvíos en relación con sistemas dinámicos (clásicos y cuánticos) y álgebras de operadores.	PUCV	SI
Análisis	Carlos Alberto Martínez Yáñez	PHD, The University of Iowa, USA, 1986	Teoría de Punto Fijo	PUCV	NO

Análisis	Ignacio Muga Urquiza	Doctor en Ciencias de la Ingeniería mención Modelación Matemática, Universidad de Chile, Chile, 2005	Análisis Numérico	PUCV	NO
Análisis	Adriana Piazza Chifflelt	Doctora en Ciencias de la Ingeniería, Mención Modelación Matemática Doctora en Ciencias, Universidad de Chile, Chile, Docteur en Sciences, Université de Montpellier II, Francia, 2007	Optimización	UTFSM	NO
Análisis	Alberto Mercado Saucedo	Docteur en Mathématiques appliqués y Doctor en Cs. De la ingeniería, mención modelamiento matemático, Université de Versailles – Saint Quentin (Francia) y Universidad de Chile (Chile), 2007	Ecuaciones Diferenciales Parciales	UTFSM	NO
Análisis	Alexander Quaas	Docteur en Mathématiques appliqués y Doctor en Cs. De la Ingeniería, mención modelo matemático. Pd D. In Mathematics, Université de Paris – Dauphine (Francia) y Universidad de Chile (Chile), 2003	Ecuaciones Diferenciales Parciales	UTFSM	SI
Análisis	Eduardo Cerpa	Docteur en Mathématiques, Université Paris – Sud, Francia, 2008	Ecuaciones diferenciales parciales	UTFSM	NO
Análisis	Erwin Carlos Hernández Hernández	Doctor en Ciencias Aplicadas con mención en Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Chile, 2003	Análisis Numérico	UTFSM	SI

Análisis	Iván Szántó	Doctor Universitas in Natural Sciences, Ph. D, Eötvös Lorand University, Budapest, Hungría, 2003	Sistemas Dinámicos, Ecuaciones Diferenciales	UTFSM	NO
Análisis	Juan Peypuquet	Doctor en Ciencias de la Ingeniería, mención Modelación Matemática, Doctor en Matemática Aplicada, Universidad de Chile, Chile; Université Pierre et Marie Curie – Paris VI, France, 2007	Sistemas dinámicos ligados a la optimización	UTFSM	SI
Análisis	Pedro Gajardo	Docteur en Mathématiques Appliquées/Doctor en Ciencias de la Ingeniería, Université d'Avignon, Francia/Universidad de Chile, 2004	Optimización – Análisis Vocacional	UTFSM	SI
Análisis	Salomón Alarcón Araneda	Doctor en Cs. De la Ingeniería, mención modelamiento matemático, Universidad de Chile (Chile), 2007	Ecuaciones diferenciales parciales. Análisis No - Lineal	UTFSM	NO
Análisis	Pierre Guiraud	Doctorado, Université de Provence, Francia, 2004	Sistemas dinámicos	UV	NO
Ánálisis	Leonelo Patricio Iturriaga Pastene	Doctor en ciencias con mención matemáticas, Universidad de Chile, (Chile), 2006	Ecuaciones Diferenciales Parciales	UTFSM	SI
Probabilidades y Estadística	Raúl Alejandro Fierro Pradenas	Doctor en Ciencias Exactas con mención en Matemáticas, Universidad Católica de Chile, 1986	Probabilidades y Procesos Estocásticos	PUCV	SI
Probabilidades y Estadística	Felipe Osorio Salgado	Doctor en Ciencias mención Estadística, Universidad de Sao Paulo, Brasil, 2006	Modelación Estadística. Diagnóstico de Influencia y Modelos con Efectos Mixtos	UTFSM	SI



Probabilidades y Estadística	Ronny Vallejos	Ph.D. Statistics, University of Maryland Baltimore County, USA, 2006	Estadística	UTFSM	NO
Probabilidades y Estadística	Cristian Meza Becerra	Doctor en Matemática, especialidad Estadística, Université Paris Sud Orsay, Francia 2006	Métodos de Estimación en Modelos Mixtos	UV	NO
Probabilidades y Estadística	Karine Marie Anne Bertin	Doctora en Matemáticas, Universidad Paris 6, Francia, 2004	Estadística no-paramétrica	UV	SI
Probabilidades y Estadística	Lisandro Javier Fermin	Docteur en Mathématiques, Université Paris-Sud, XI Francia, 2008	Cálculo estocástico, martingalas, procesos Markovianos	UV	NO
Probabilidades y Estadística	Rolando José Biscay Lirio	Licenciado en Matemática, Doctor en ciencias Matemáticas., Universidad de la Habana, Cuba, 1981	Métodos numéricos y de inferencia estadística para sistemas aleatorios	UV	NO
Probabilidades y Estadística	María Soledad Torres Díaz	Doctora en Ciencias de la Ingeniería Mención Modelación Matemática, Universidad de Chile, 1998	Métodos numéricos para ecuaciones diferenciales estocásticas. Modelos de Memoria Larga. Estadística de Procesos	UV	SI
	Mauricio Andrés Barrientos Barría	Doctor en Ciencias Aplicadas c/m Ingeniería Matemática, Universidad de Concepción, Chile, 2003	Elementos Finitos, Elementos de Frontera, Estimación a-posteriori	PUCV	NO
	Natalia Carolina Bahamonde rozas	Doctora en Ciencias, University Paris Sud Orday, Francia, 2007	Series de tiempo, econometría	PUCV	NO
	Sebastián Eduardo Ossandón Véliz	Ph. D. en Matemáticas Aplicadas, Centre de Mathématiques Appliquées de L'École Polytechnique, 2006	Matemáticas Aplicadas	PUCV	NO

	Amalia Carolina Pizarro Madariaga	Licenciatura en Matemáticas, Universidad de Santiago de Chile 2004, Doctora en Ciencias mención Matemáticas, Universidad de Chile 2009		UV	NO
	Jesús Nelson Juyumaya Rojas	Magíster en Matemáticas Doctor en ciencias con mención Matemáticas, PUCV, Universidad de Chile, 1987, 1992		UV	NO

## ANEXO Nº 4

### Plan de Estudios del Programa en Consorcio

Primer Año			Segundo Año		Tercer Año		Cuarto Año		
Curso Específico 1 (10 cr)	Curso Específico 2 (10 cr)	Examen de Calificación	Proyecto Tesis (40 cr)		Tesis (120 cr)				Examen de Grado
Curso Comple. 1 (10 cr)	Curso Comple. 1 (10 cr)								
Seminario de Investigación (10 cr)	Seminario de Investigación (10 cr)		Seminario de Investigación (10 cr)	Seminario de Investigación (10 cr)					
30 créditos	30 créditos		30 créditos	30 créditos		30 créditos	30 créditos	30 créditos	
Examen de Idioma									

Créditos en unidad SCT-Chile.

Nota: Todas las asignaturas son optativas y además hay nivelación (pero es excepcional). Cada asignatura es de 10 créditos SCT.

### ÁREA ANÁLISIS

#### LÍNEAS DEL ÁREA ANÁLISIS:

1. Control de EDP & Problemas inversos
2. Sistemas dinámicos
3. Optimización
4. Análisis no lineal y de EDP
5. Análisis numérico de EDP
6. Física Matemática

#### Descripción de la malla:

#### Semestre de nivelación:

1. Análisis avanzado;
2. Ecuaciones diferenciales ordinarias.

Cursos a ser dictados por cada línea:

**Línea: Control de EDP y problemas inversos.**

1. Control de EDP;
2. Problemas Inversos;
3. Teoría Matemática del Control.

**Línea: Sistemas dinámicos:**

1. Teoría Ergódica;
2. Dinámica hiperbólica;
3. Introducción a los sistemas dinámicos;
4. Dinámica simbólica.

**Línea: Optimización.**

1. Análisis Convexo;
2. Técnicas de análisis variacional;
3. Teoría de Semigrupos de operadores;
4. Sistemas dinámicos y problemas variacionales.

**Línea: Análisis no-lineal y de EDP.**

1. Ecuaciones diferenciales parciales (EDP);
2. Métodos en análisis no lineal para ecuaciones diferenciales parciales.

**Línea: Análisis numérico.**

1. Análisis Numérico de ecuaciones diferenciales parciales;
2. Modelamiento de fenómenos de propagación de ondas;
3. Tópicos en acoplamiento FEM-BEM;
4. Interacción fluido estructura;

**Línea: Física Matemática**

1. Álgebras de Operadores y  $C^*$ -Sistemas Dinámicos;
2. Grandes Desvíos;

## **ÁREA ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA**

### **LÍNEAS DEL ÁREA ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA:**

7. Geometría Algebraica.
8. Superficies de Riemann.
9. Representaciones de Grupos.

### **Descripción de la malla:**

#### **Semestre de nivelación:**

1. Álgebra Lineal
2. Tópicos en Álgebra

Cursos a ser dictados por cada línea:

#### **Línea: Geometría Algebraica.**

1. Geometría Algebraica;
2. Topología Algebraica.

#### **Línea: Superficies de Riemann.**

1. Superficies de Riemann;
2. Grupos Kleinianos.

#### **Línea: Representaciones de Grupos.**

1. Anillos y Módulos.
2. Grupos Finitos.

## **ÁREA PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA**

### **LÍNEAS DEL ÁREA PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA:**

10. Modelación Estadística
11. Procesos Estocásticos
12. Métodos Estadísticos no paramétricos y semiparamétricos

### **Descripción de la malla:**

#### **Semestre de nivelación:**

1. Análisis avanzado;
2. Teoría de la medida
3. Probabilidades e Inferencia

Cursos a ser dictados por cada línea:

#### **Línea: Modelación estadística.**

1. Teoría Estadística
2. Estadística Espacial
3. Modelos Lineales
4. Estadística Bayesiana
5. Estadística no-paramétrica
6. Series de Tiempo Avanzadas
7. Estadística Asintótica
8. Procesos fuertemente dependientes

#### **Línea: Métodos estadísticos no paramétricos y semiparamétricos**

1. Teoría Estadística
2. Estadística no-paramétrica;
3. Estadística Bayesiana
4. Inferencia Estadística en Procesos Estocásticos
5. Estadística Espacial
6. Estadística Asintótica
7. Análisis de datos funcionales

**Línea: Procesos Estocásticos.**

1. Análisis Estocástico 1
2. Análisis Estocástico 2
3. Matrices Aleatorias
4. Inferencia Estadística en Procesos Estocásticos
5. Modelos Estocásticos en Finanzas
6. Tópicos avanzados de la teoría de sistemas dinámicos aleatorios.
7. Procesos fuertemente dependientes

## **ANEXO Nº 5**

**Programas de Asignaturas del Programa en Consorcio**

# **ÁREA ANÁLISIS**



Nombre del Curso :

## **ANÁLISIS NUMÉRICO DE ECUACIONES DERIVADAS PARCIALES**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura teórica practica que entrega los fundamentos de los métodos numéricos para ecuaciones diferenciales. En el desarrollo de la asignatura se estudiarán métodos de aproximación de soluciones de problemas del tipo elíptico, parabólico e hiperbólico, además ciertas ecuaciones a estudiar computacionalmente serán la del Calor, Onda y Poisson. Los algoritmos a implementar se basan en el método de elementos finitos así como diferencias finitas, se estudiaran en paralelo algunas variantes de estos métodos y temas relacionados con el orden de aproximación y exactitud de la Solución.

### **Objetivo general**

El propósito de este curso es proveer a los estudiantes un conocimiento y análisis de métodos y herramientas para resolver computacionalmente problemas provenientes de la ingeniería y la ciencias modelados por ecuaciones diferenciales parciales.

### **Objetivos específicos**

1. Formular y analizar problemas de ecuaciones diferenciales en ingeniería y economía.
2. Utilizar el método de elementos finitos para la solución de problemas de ecuaciones diferenciales.
3. Manejo de la teoría de interpolación para realizar un estudio apropiado del error de aproximación de manera teórica y a la vez práctica.
4. Utilizar el método de diferencias finitas para la solución de problemas de ecuaciones diferenciales.
5. Implementar algoritmos para la resolución de problemas concretos.

### **Contenidos**

1. Introducción y nociones básicas. Problema modelo, revisión espacios de Sobolev, Teoría de Trazas, inclusiones.
2. Problemas de Frontera elípticos. Ejemplos (Problemas de Dirichlet, Neumann y Mixtos). Problemas variacionales abstractos, Existencia y unicidad, Lema de Lax-Milgram. Estimación de Cea.
3. Aproximación usando Elementos Finitos. Teoría de aproximación abstracta: Método de Galerkin. Aplicación a problemas 2D. Implementación.
4. Teoría de Interpolación. E.F. de Lagrange (simplex – paralelepípedicos). Resultados generales de aproximación en espacios de Sobolev. Lema de Bramble-Hilbert.
5. Aproximación de problemas de autovalores.

6. Aproximación por elementos finitos de Problemas parabólicos, ecuación del calor. esquemas de diferencias finitas en el tiempo. Estabilidad. métodos de euler y el theta-métodos.
7. Aproximación por elementos finitos de Problemas hiperbólicos. Ecuación de Onda, esquemas Newmark.

### **Metodología**

- Clases expositivas teóricas
- Sesiones de aplicaciones computacionales en donde los estudiantes desarrollaran tareas de resolución de problemas modelo.
- Aprendizaje basado en el análisis y discusión de casos provenientes de la ingeniería.
- Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos.
- Investigación y presentación de un proyecto final en el cual el alumno expone al curso sus resultados computacionales.

### **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes, dos o tres tareas y un proyecto de curso.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas.

$P$  = Nota del proyecto.

Nota final =  $w_1 \cdot C + w_2 \cdot T + w_3 \cdot P$ .

Los pesos  $w_1$ ,  $w_2$  y  $w_3$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso. Los pesos deben sumar 1.

### **Bibliografía**

1. S. Brenner and L.R. Scott, "The mathematical theory of finite element method". Springer, 2000.
2. P.G. Ciarlet, "The Finite Element Method for Elliptic Problems". North-Holland, 1978.
3. A. Quarteroni. A. Valli. Numerical Approximation of Partial differential Equations. Springer, Berlin, 1994.
4. P.A. Raviart and L. Tomas "Introduction a l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles Masson, 1992.
5. Larrouturnou, "Modélisation mathématique et numérique pour les sciences de l'ingénieur" Cours Ecole Polytechnique, Paris, 20

Nombre del Curso :

## **INTERACCIÓN FLUIDO ESTRUCTURA.**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura teórica practica que entrega los fundamentos de los métodos numéricos para la resolución de problemas acoplados entre fluidos y estructuras. En el desarrollo de la asignatura se estudiarán métodos de aproximación de soluciones de problemas de autovalores generalizados que aparecen al discretizar las ecuaciones presentes.

### **Objetivo general**

El propósito de este curso es Introducir y analizar formulaciones matemáticas de problemas elastodinámicos en sistemas acoplados, consistente en un sólido interactuando con un fluido.

### **Objetivos específicos**

- Presentar y analizar métodos numéricos para resolver estos problemas.
- Implementar algoritmos para la resolución de problemas concretos.

### **Contenidos**

1. Deformación y vibraciones de una membrana.
2. Método de elementos finitos. Implementación computacional.
3. Problemas de autovalores generalizados  $Kx = \lambda Mx$ . Resolución numérica.
4. Ecuaciones de elasticidad lineal.
5. Análisis dinámico de estructuras. Vibraciones en sólidos.
6. Ecuaciones de la Acústica. Vibraciones en fluidos.
7. Análisis dinámico de sistemas con interacción fluido-estructura. Distintas formulaciones.
8. Aplicaciones: propagación de ruidos; oleaje de líquidos en recipientes.
9. Solución numérica de problemas con interacción fluido-estructura

## **Metodología**

- Clases expositivas teóricas
- Sesiones de aplicaciones computacionales en donde los estudiantes desarrollaran tareas de resolución de problemas modelo.
- Aprendizaje basado en el análisis y discusión de casos provenientes de la ingeniería.
- Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos.
- Investigación y presentación de un proyecto final en el cual el alumno expone al curso sus resultados computacionales.

## **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes, dos o tres tareas y un proyecto de curso.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas.

$P$  = Nota del proyecto.

Nota final =  $w_1 \cdot C + w_2 \cdot T + w_3 \cdot P$ .

Los pesos  $w_1$ ,  $w_2$  y  $w_3$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso. Los pesos deben sumar 1.

## **Bibliografía**

1. Ciarlet, P.G. "The Finite Element Method for Elliptic Problems". North-Holland, 1978.
2. Johnson, C. "Numerical solution of Partial Differential Equations by Finite Element Method". Cambridge University Press, 1992.
3. Bathe, K.J "Finite element procedures". Prentice-Hall, 1996.
4. Morand, H. & Ohayon, R. "Fluid Structure Interaction" J. Wiley & Son, 1995.
5. Strang & Fix. "An Analysis of Finite Element Method" Prentice Hall, 1973.
6. Girault, V. & Raviart, P.A. "Finite Element Methods for Navier Stoke Equation" Springer, 1986.
7. A. Bermudez et al. "Finite element vibration analysis of fluid-solid systems without spurious modes" SIAM J. Numer. An.32 8 (1995), pp. 1280-1295.

Nombre del Curso :

## **MODELAMIENTO DE FENÓMENOS DE PROPAGACIÓN DE ONDAS**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura teórica práctica que entrega los fundamentos de los modelos matemáticos y métodos numéricos más usados para la descripción y simulación de fenómenos de propagación de ondas (acústicas, elásticas o electromagnéticas).

### **Objetivo general**

Introducir los distintos modelos diferenciales que rigen el comportamiento ondulatorio y analizar los métodos numéricos disponibles para su resolución.

### **Objetivos específicos**

Implementar algoritmos para la resolución de problemas concretos. Sensibilizar al alumno con la problemática de simular ondas mediante el computador.

### **Contenidos**

1. Modelos físicos: ondas elásticas, acústicas y electromagnéticas.
2. Ondas planas armónicas y análisis de Fourier.
3. Problemas de difracción en 2D y 3D: formulación integral, variacional y métodos de truncatura de dominio.
4. Método de elementos de frontera y método de multipolos rápidos.
5. Método de elementos finitos: Dificultades y Métodos Estabilizados.

### **Metodología**

Clases expositivas teóricas. Sesiones de aplicaciones computacionales en donde los estudiantes desarrollarán tareas de resolución de problemas modelo. Aprendizaje basado en el análisis y discusión de casos provenientes de la ingeniería. Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos. Investigación y presentación de un proyecto final en el cual el alumno expone al curso sus resultados computacionales.

### **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes, dos o tres tareas y un proyecto de curso.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas.

$P$  = Nota del proyecto.

$$\text{Nota final} = w_1 * C + w_2 * T + w_3 * P.$$

Los pesos  $w_1$ ,  $w_2$  y  $w_3$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso. Los pesos deben sumar 1.

### **Bibliografía**

1. J.C Nédélec, *Acoustics and Electromagnetic equations. Integral representations for harmonic problems*, Applied Mathematical Sciences, 144, Springer Verlag, New-York (2001).
2. F. Ihlenburg, *Finite Element Analysis of Acoustic Scattering*, Applied Mathematical Sciences, 132, Springer-Verlag (1998)
3. D. Colton & R. Kress, *Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory*, Applied Mathematical Sciences, 132, Springer-Verlag (1998)
4. M. Ainsworth, P. Davies, D. Duncan, P. Martin & B. Rynne (Editors), *Topics in computational wave propagation: direct and inverse problems*, Lecture Notes in Computational Sciences and Engineering, 31, Springer-Verlag (2003)
5. Terrasse & T. Abboud, *Modélisation des phénomènes de propagation d'ondes*, Cours de l'École Polytechnique, Édition 2007

Nombre del Curso :

## **TÓPICOS EN ACOPLAMIENTO FEM-BEM.**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura teórica práctica que entrega los fundamentos de los modelos matemáticos y métodos numéricos más usados para la descripción y simulación de problemas planteados mediante la formulación FEM-BEM en Teoría de Potencial, Elasticidad y ecuaciones de Stokes.

### **Objetivo general**

Introducir los distintos modelos diferenciales que surgen del acoplamiento FEM-BEM y analizar los métodos numéricos disponibles para su resolución.

### **Objetivos específicos**

Implementar algoritmos para la resolución de problemas específicos. Sensibilizar al alumno con la problemática de la interacción entre elementos finitos y elementos de frontera.

### **Contenidos**

1. Métodos mixtos: formulación mixta dual. Condiciones inf-sup ampliada para estructura mixta dual.
2. Elementos Finitos de Frontera (BEM). Propiedades de los operadores integrales de frontera para potencial, elasticidad y Stokes.
3. Acoplamiento FEM-BEM: formulación variacional, existencia y unicidad del problema continuo y discreto (PEERS).
4. Estimación de error a posteriori de tipo explícito e implícito. Estrategias adaptivas.
5. Implementación computacional.

### **Metodología**

Clases expositivas teóricas. Sesiones de aplicaciones computacionales en donde los estudiantes desarrollarán tareas de resolución de problemas modelo. Aprendizaje basado en el análisis y discusión de diversos casos provenientes de la ingeniería. Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos. Investigación y presentación de un proyecto final en el cual el alumno expone al curso sus resultados computacionales.

## **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes, dos o tres tareas y un proyecto de curso.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas.

$P$  = Nota del proyecto.

$\text{Nota final} = w_1 \cdot C + w_2 \cdot T + w_3 \cdot P$ .

Los pesos  $w_1$ ,  $w_2$  y  $w_3$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso. Los pesos deben sumar 1.

## **Bibliografía**

1. M. Ainsworth & J. Oden, A Posteriori Error Estimation in Finite Element Analysis, Wiley-Interscience, 2000.
2. G. Gatica & G. Hsiao, Boundary-field Equation Methods For a Class of Nonlinear Problems, Research Notes in Mathematics Series, Chapman and Hall/CRC, 1995.
3. V. Girault & P.A. Raviart, Finite Element Approximation of the Navier-Stokes Equations: Theory and Algorithms, Springer, Berlin Heidelberg New York, 1986.
4. G. Hsiao & W. Wendland, Boundary Integral Equations, Applied Mathematical Sciences vol. 144, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
5. O. Steinbach, Numerical Approximation Methods for Elliptic Boundary Value Problems: Finite and Boundary Elements, Springer, 2008.
6. R. Verfurth, A Review of Posteriori Error Estimation & Adaptive Mesh-Refinement Techniques, John Wiley & Sons, 1996.



Nombre del Curso :

## **CONTROL DE ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES (EDP)**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura que introduce los conceptos básicos de teoría de control aplicados a sistemas descritos por ecuaciones en derivadas parciales lineales. En el desarrollo de la asignatura estudiaremos la controlabilidad y estabilización de este tipo de sistemas y se presentarán diferentes métodos de resolución.

### **Objetivo general**

Introducir las herramientas matemáticas y los métodos básicos que se utilizan en el estudio de la Teoría de Control de ecuaciones en derivadas parciales.

### **Objetivos específicos**

- Identificar y comprender los distintos tipos de problemas que son estudiados por la Teoría de Control.
- Introducir las herramientas matemáticas utilizadas por diferentes métodos de control.
- Aplicar los diferentes métodos de control para analizar problemas de controlabilidad y estabilización para sistemas lineales descritos por ecuaciones en derivadas parciales.

### **Contenidos**

1. Introducción.
2. Conceptos preliminares: Control interno y control frontera; Tipos de controlabilidad; Estabilidad y estabilización; Caracterización por dualidad del control exacto, del control aproximado y del control a cero.
3. Control exacto de la ecuación de transporte: Método directo; Método por dualidad.
4. Controlabilidad exacta de la ecuación de ondas: Método de los multiplicadores; Método de Fourier y Desigualdades de Ingham.
5. Controlabilidad aproximada y a cero de la ecuación del calor: Principios de continuación única; Método de momentos; Desigualdades de Carleman globales.
6. Estabilización de EDP: Estabilización a partir de la observabilidad para la ecuación de ondas; Método de amortiguamiento para la ecuación de ondas. Método de localización de polos para la ecuación del calor no estable; Método de Backstepping para las ecuaciones del calor y de ondas.

## **Metodología**

- Clases expositivas teóricas y sesiones de presentación de ejemplos y resolución de ejercicios.
- Aprendizaje basado en el análisis y discusión de ejemplos provenientes de la física y de la ingeniería.
- Estudio independiente y resolución de tareas individuales o grupales.
- Exposiciones por parte de los alumnos.

## **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes y dos o tres tareas.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas y de las exposiciones.

Nota final =  $P1 \cdot C + P2 \cdot T$ .

Los pesos  $P1$  y  $P2$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso.

## **Bibliografía**

1. S. A. Avdonin and S. A. Ivanov, Families of exponentials. The method of moments in controllability problems for distributed parameter systems, Cambridge Univ. Press, 1995.
2. J.-M. Coron, Control and Nonlinearity, American Mathematical Society, 2007.
3. J.-L. Lions, Contrôlabilité exacte, perturbations et stabilisation de systèmes distribués, Vol. 1 & 2, Masson, RMA, Paris, 1988.
4. S. Micu and E. Zuazua, An introduction to the controllability of linear PDE. In Contrôle non linéaire et applications. Sari, T., ed., Collection Travaux en Cours Hermann, 2005.
5. V. Komornik and P. Loret, Fourier Series in Control Theory, Springer Verlag, 2004.
6. M. Krstic and A. Smyshlyaev, Boundary Control of PDEs: A Course on Backstepping Designs, SIAM, 2008.

Nombre del Curso :

## **PROBLEMAS INVERSOS**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura que introduce los conceptos básicos de la teoría matemática de los problemas inversos y conceptos relacionados. En el desarrollo de la asignatura se estudiarán distintos tipos de problemas inversos y métodos para resolverlos.

### **Objetivo general**

Introducir al alumno en temas de investigación relacionados con el estudio de la teoría matemática de los problemas inversos.

### **Objetivos específicos**

Cursada esta asignatura, el alumno:

- Se familiarizará con las herramientas matemáticas de los espacios de Sobolev y las transformaciones integrales.
- Conocerá la relación entre transformaciones integrales y problemas inversos de observaciones múltiples.
- Conocerá las propiedades más importantes de la Transformada de Radón, así como métodos y fórmulas de inversión.
- Conocerá el planteamiento del problema de Calderón, así como distintos métodos para obtener resultados de unicidad y estabilidad.
- Identificará y resolverá problemas inversos relacionados con la determinación de coeficientes y fuentes de ecuaciones en derivadas parciales.

### **Contenidos**

#### 1. Introducción y preliminares.

- 1.1. Introducción a los Problemas Inversos.
- 1.2. Transformaciones integrales y espacios de Sobolev.

#### 2. Transformada de Radon.

- 2.1. Introducción: La Tomografía Computarizada.
- 2.2. Definiciones y propiedades básicas.
- 2.3. Unicidad y rango.

2.4. Fórmulas de inversión.

2.5. Relación con ecuaciones de transporte.

### 3. Problema de Calderón.

3.1. Introducción: El problema de impedancia eléctrica.

3.2. Ecuaciones elípticas.

3.3. Unicidad.

3.4. Estabilidad.

### 4. Problemas Inversos de observación única.

4.1. La ecuación de ondas.

4.2. Método de Bukhgeim-Klibanov.

4.3. Desigualdades de Carleman globales.

### **Metodología**

- Clases expositivas y sesiones de resolución de ejercicios.
- Aprendizaje basado en el análisis y discusión de ejemplos provenientes de la física y de la ingeniería.
- Estudio independiente y resolución de tareas grupales e individuales.
- Exposiciones de los alumnos.

### **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes y dos o tres tareas.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas y exposiciones.

Nota final =  $P1 \cdot C + P2 \cdot T$ .

Los pesos  $P1$  y  $P2$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso.

### **Bibliografía**

1. M. Salo. Calderón Problem (Lecture notes, [http://www.rni.helsinki.fi/~msa/teaching/calderon/calderon\\_lectures.pdf](http://www.rni.helsinki.fi/~msa/teaching/calderon/calderon_lectures.pdf)).
2. Helgason . *The Radon transform*. Birkhäuser Boston, Inc., Boston, MA, 1999.
3. F. Natterer. *The Mathematics of Computerized Tomography*. SIAM, 2001.
4. G. Uhlmann. *Developments in inverse problems since Calderón's foundational paper*. Chicago Lectures in Math., Univ. Chicago Press, Chicago, IL, 1999.

Nombre del Curso :

## TEORÍA MATEMÁTICA DEL CONTROL

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura que entrega los fundamentos matemáticos de la teoría de control. En el desarrollo de la asignatura se introducirán los conceptos básicos del control: controlabilidad, estabilización y control óptimo. Para cada uno de estos tópicos se estudiarán diferentes métodos que pueden ser aplicados a sistemas de control descritos por ecuaciones diferenciales ordinarias ya sea lineales o no lineales.

### **Objetivo general**

Introducir las problemáticas y los métodos básicos de la Teoría de Control con un enfoque matemáticamente riguroso.

### **Objetivos específicos**

- Identificar y comprender las problemáticas más importantes que aparecen cuando se quieren controlar sistemas ya sea lineales o no lineales.
- Aplicar métodos de control para analizar teóricamente y resolver en forma práctica problemas de controlabilidad, estabilización y control óptimo para sistemas lineales.
- Aplicar métodos de control para analizar problemas de controlabilidad para sistemas no lineales
- Aplicar métodos de control para analizar problemas de estabilización para sistemas no lineales

### **Contenidos**

1. Introducción: conceptos de controlabilidad, estabilización y control óptimo.
2. Controlabilidad de EDO lineales: Definiciones; Criterio integral; Criterios tipo Kalman; Métodos de dualidad.
3. Controlabilidad de EDO no-lineales: Perturbación del caso lineal; Corchetes de Lie; Otros Métodos no-lineales.
4. Estabilización de EDO lineales: Definiciones; Teorema de localización de polo; Métodos basados en el Gramiano de controlabilidad; Observabilidad; Estabilización con observación parcial del estado.
5. Estabilización de EDO no-lineales: Recuerdo de Funciones de Lyapunov y el Principio de La Salle; Perturbación caso no-lineal; Método de Damping; Método de Backstepping.

6. Control Óptimo Lineal: Definiciones; Problema del tiempo mínimo; Principio del Máximo para problemas lineales; Teoría Lineal Cuadrática; Ecuación de Riccati

### **Metodología**

- Clases expositivas teóricas y sesiones de resolución de ejercicios.
- Aprendizaje basado en el análisis y discusión de casos provenientes de la ingeniería.
- Estudio independiente y resolución de tareas teóricas y prácticas.
- Exposiciones por parte de los alumnos.

### **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes y dos o tres tareas.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas y de las exposiciones.

Nota final =  $P1 \cdot C + P2 \cdot T$ .

Los pesos  $P1$  y  $P2$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso.

### **Bibliografía**

1. J.-M. Coron, Control and Nonlinearity, American Mathematical Society, 2007.
2. H. Khalil, Nonlinear Systems, Macmillan Publishing Company, New York 1992.
3. E. Sontag, Mathematical Control Theory. Springer Verlag,. New York. 1998.
4. E. Trélat, Contrôle Optimal, Vuibert, Paris, 2005.

Nombre del Curso:

## **GRANDES DESVÍOS**

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Objetivo general**

Presentar los principios generales de la teoría de grandes desvíos con énfasis sobre el caso de los espacios vectoriales topológicos y la relación con el análisis convexo.

### **Contenidos**

1. Existencia de un principio de grandes desvíos(LDP).
2. Transformaciones de LPD.
3. Aspecto funcional.
4. LDP y límites proyectivos.
5. LDP y teoría de capacidades.
6. LDP en espacios vectoriales topológicos.

### **Bibliografía**

1. A. Dembo and O. Zeitouni. Large deviations techniques and applications, Second edition, Springer, New-York, 1998.
2. R. S. Ellis. Entropy, large deviations, and statistical mechanics, Springer-Verlag, New-York, 1985.

Nombre del Curso:

## ÁLGEBRAS DE OPERADORES Y $C^*$ -SISTEMAS DINÁMICOS

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Objetivo general**

Presentar los fundamentos de la teoría de las  $C^*$ -álgebras, álgebras de von Neumann y  $C^*$ -sistemas dinámicos. El curso está pensado como la base indispensable para el estudio de los sistemas dinámicos de la mecánica estadística cuántica.

### **Contenidos**

1.  $C^*$ -álgebras abstractas.
2.  $C^*$ -álgebras concretas y von Neumann álgebras.
3. Estados y representaciones.
4. Derivaciones.
5.  $C^*$ -sistemas dinámicos.
6. Descomposición de estados.
7. Estados KMS y estados fundamentales.
8. Aplicación a los sistemas de spin cuánticos.

### **Bibliografía**

1. O. Bratteli, D. Robinson. Operator algebras and quantum statistical mechanics, I, II Second Edition, Springer 1997.
2. S. Sakai. Operator algebras in dynamical systems, Cambridge University Press 1991.
3. G. K. Pedersen.  $C^*$ -algebras and their automorphism groups, Academic Press Inc (London) 1979.



Nombre del Curso :

## **ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Este es un curso formal de Ecuaciones Diferenciales Parciales, fundamental en un programa de estudio para iniciar un Doctorado en Ciencias Matemáticas. El desarrollo de los temas le permite al estudiante comprender la relación que hay entre las matemáticas y las ciencias físicas o de la ingeniería, abordar problemas semilineales principalmente elípticos y parabólicos con valores en la frontera y resolverlos.

El programa se desarrolla en 64 horas presenciales y comprende una amplia variedad de temas de la teoría elemental de Ecuaciones Diferenciales Parciales: orígenes, algunos problemas aplicados a la física e ingeniería, relación entre los conceptos básicos que definen las ecuaciones. Además, se estudian los espacios de Sobolev, la teoría de la ecuaciones elípticas de segundo orden y algunas extensiones a la teoría de ecuaciones parabólicas.

### **Objetivo general:**

Al aprobar la asignatura el alumno deberá ser capaz de comprender los fundamentos de la teoría de ecuaciones diferenciales parciales.

### **Objetivos específicos:**

- Comprender los fundamentos de la teoría de ecuaciones diferenciales parciales;
- Aplicar la teoría a problemas concretos provenientes del ámbito de la Física e Ingeniería.
- Manejar algunas técnicas para solucionar ecuaciones diferenciales.
- Establecer resultados de existencia y unicidad de soluciones, y otras propiedades cualitativas de las soluciones.

### **Contenidos:**

1. Algunas ecuaciones importantes: Ecuación del transporte, Ecuación de Laplace, Ecuación del calor, Ecuación de onda.
2. Espacios de Sobolev: Derivadas débiles, propiedades elementales, extensiones, trazas, desigualdades de Sobolev, Compacidad, Otros espacios de funciones, aplicaciones.
3. Ecuaciones elípticas de segundo orden: Soluciones débiles, existencia, regularidad, principios del máximo, valores propios y funciones propias.

4. Ecuaciones Parabólicas de segundo orden: soluciones débiles, existencia y unicidad, regularidad, principios del máximo.

### **Metodología:**

Clases expositivas, combinadas con técnicas de trabajo grupal.

### **Evaluación:**

2 Certámenes, 6 tareas y una exposición de los estudiantes.

### **Bibliografía:**

1. Evans, L.C., Partial Differential Equations. American Mathematical Society. 1998.
2. John, F., "*Partial differential equations*". Springer, 1982.
3. Folland, B., "*Lectures on partial differential equations*". Springer. 1983.
4. Gilbarg T., "*Elliptic partial differential equations of second order*". Springer, Berlin, Heidelberg, NY, Tokyo 1983.
5. Ikeda, W. "*Stochastic differential equation and diffusion processes*". North-Holland, 1983.
6. Krylov, V. "*Nonlinear elliptic and parabolic equations of the second order*". Reidel 1987.

Nombre del Curso :

## **MÉTODOS EN ANÁLISIS NO LINEAL PARA ECUACIONES DIFERENCIALES PARCIALES**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción:**

Este es un curso formal de Ecuaciones Diferenciales Parciales, que es una continuación natural de un curso básico de esta teoría en un programa de estudio de Doctorado en Ciencias Matemáticas. El desarrollo de los temas le permite al estudiante comprender la importancia de linealizar ecuaciones diferenciales parciales no-lineales, abordar problemas y resolverlos.

El programa se desarrolla en 64 horas presenciales y comprende una amplia variedad de temas de la teoría elemental de Ecuaciones Diferenciales Parciales No-lineales: Linealización, Técnicas no-variacionales y análisis no-lineal se incorporan para resolver Ecuaciones Diferenciales No-lineales.

### **Objetivo general:**

Al aprobar la asignatura el alumno deberá ser capaz de comprender los fundamentos de la teoría de Ecuaciones Diferenciales Parciales No-lineales.

### **Objetivos específicos:**

- Comprender los fundamentos de la teoría de Ecuaciones Diferenciales Parciales No-lineales;
- Aplicar la teoría a problemas concretos provenientes del ámbito de la Física e Ingeniería.
- Manejar algunas técnicas para resolver ecuaciones diferenciales No-lineales.
- Establecer resultados de existencia y unicidad de soluciones, y otras propiedades cualitativas de las soluciones.

### **Contenidos:**

1. Linealización: Cálculo Diferencial en Espacios Banach, Teorema de la función implícita y métodos de continuidad, Reducción de Lyapunov-Schmidt y bifurcación
2. Teoremas de Punto Fijo: Métodos de orden, Funciones convexas, Convexidad y Compacidad, Aplicaciones monótonas.
3. Otras técnicas no-variacionales: Método de sub- y super-soluciones, No-existencia: Blow-up, Identidad de Derrick-Pohozaev, Flujos gradientes, propiedades geométricas de las soluciones

4. Grado topológico y aplicaciones: Propiedades fundamentales del grado de Brouwer y aplicaciones, El grado de Leray-Schauder, Bifurcación Global, Aplicaciones y extensiones.

**Metodología:**

Clases expositivas, combinadas con técnicas de trabajo grupal.

**Evaluación:**

2 Certámenes, 6 tareas y una exposición de los estudiantes.

**Bibliografía:**

1. Chang, K-CH., Methods in Nonlinear Analysis. Springer, 2005.
2. Evans, L.C., Partial Differential Equations. American Mathematical Society. 1998.

Nombre del Curso :

## **ANÁLISIS CONVEXO**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

En este curso se presentan los conceptos básicos del Análisis convexo; las técnicas más utilizadas en el estudio de problemas de optimización en espacios de Banach; y sus aplicaciones, principalmente en ecuaciones en derivadas parciales, teoría de semigrupos y optimización.

### **Objetivo general**

Entregar las herramientas básicas de análisis convexo y su relación y aplicación a la optimización y análisis no lineal.

### **Objetivos específicos**

El estudiante al final deberá:

- Dominar las herramientas del análisis convexo y dualidad aplicadas a problemas de optimización.
- Analizar problemas en cálculo de variaciones y ecuaciones en derivadas parciales provenientes de la física a través del análisis convexo.
- Conocer métodos para la resolución de problemas variacionales en ausencia de un potencial
- Dominar los esquemas generales de penalización en optimización convexa

### **Contenidos**

1. Introducción al Análisis Variacional
  - 1.1. Semicontinuidad inferior, inf-compacidad y minimización
  - 1.2. Principio variacional de Ekeland en espacios métricos
  - 1.3. Minimización convexa en espacios de Banach
  - 1.4. Relaxación topológica y Gamma-convergencia
2. Fundamentos de Análisis Convexo y dualidad
  - 2.1. Funciones convexas
  - 2.2. Espacios en dualidad
  - 2.3. La conjugada de Fenchel
  - 2.4. El subdiferencial convexo
  - 2.5. Problemas Perturbados

## 2.6. Dualidad Lagrangeana

3. Aplicaciones al cálculo de variaciones
  - 3.1 Problema de Dirichlet
  - 3.2 Problema de Stokes
  - 3.3 Problema de la torsión elasto-plástica
4. Operadores monótonos maximales (problemas variacionales sin potencial)
  - 4.1 Propiedades de semigrupos no lineales
  - 4.2 Algoritmo del punto proximal
5. Penalización en optimización convexa
  - 5.1 Convergencia primal y dual

## **Metodología**

Clases expositivas.

Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos

## **Evaluación**

Certámenes, tareas y exposiciones.

## **Bibliografía**

1. H. Attouch, *Variational Convergence for Functions and Operators*. Applicable Mathematics Series, Pitman, London, 1984.
2. H. Brezis, *Analyse fonctionnelle*. Masson Editeur, París, 1983.
3. J. M. Borwein, A. S. Lewis, *Convex Analysis and Nonlinear Optimization*. Theory and Examples, CMS Books in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2000.
4. J.-B. Hiriart-Urruty, C. Lemaréchal, *Convex Analysis and Minimization Algorithms*, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
5. R.T. Rockafellar, *Convex Analysis*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1970.
6. R.T. Rockafellar, R. J-B. Wets, *Variational Analysis*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 317, Springer-Verlag, Berlin, 1998.

Nombre del Curso :

## **SISTEMAS DINÁMICOS Y PROBLEMAS VARIACIONALES**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

En esta asignatura el estudiante conocerá los principales sistemas dinámicos utilizados para encontrar soluciones a problemas variacionales. Aprenderá las técnicas que permiten deducir propiedades globales y asintóticas de los sistemas, y las aplicará para analizar sistemas concretos.

### **Objetivo general**

Conocer los conceptos básicos de los sistemas dinámicos y aplicarlos al estudio de problemas variacionales.

### **Objetivos específicos**

- Comprender y utilizar los conceptos relacionados con operadores monótonos;
- Deducir propiedades globales y asintóticas de sistemas dinámicos continuos y discretos;
- Aplicar el enfoque dinámico para encontrar soluciones de problemas variacionales.

### **Contenidos**

1. Operadores monótonos: definiciones, ejemplos y propiedades. Maximalidad y Teorema de Minty.
2. Inclusión diferencial gobernada por un operador monótono: existencia, unicidad y otras propiedades de las soluciones. Semigrupo generado. Ejemplos y aplicaciones a problemas variacionales.
3. Otros sistemas continuos para problemas variacionales: método del gradiente generalizado, de Newton, oscilador no-lineal, sistemas acoplados con penalización y aproximación, dinámica de mejor respuesta en juegos.
4. Sistemas discretos. Método proximal. Algoritmos de tipo gradiente: dirección de máximo descenso y de Newton. Acoplamiento con penalización y aproximación. Otros algoritmos: de punto interior, primales-duales.
5. Relación continuo-discreto. Pseudotrayectorias asintóticas y aproximaciones estocásticas. Casi-órbitas. Ejemplos y aplicaciones.

### **Metodología**

Clases expositivas.

Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos

### **Evaluación**

Tareas y exposiciones.

### **Bibliografía**

#### **Libros:**

1. Barbu, "Nonlinear semigroups and differential equations in Banach spaces." Noordhoff, Leiden, 1976.
2. D Bertsekas, "Nonlinear Programming." Athena Scientific, 1999.
3. H Brézis, "Opérateurs maximaux monotones et semi-groupes de contractions dans les espaces de Hilbert." North-Holland Publishing Co., Amsterdam-London, 1973.
4. M Benaïm, "Dynamics of stochastic approximation algorithms." Séminaire de Probabilités, XXXIII, 1–68, [Lecture Notes in Math., 1709](#), Springer, Berlin, 1999.
5. A Pazy, "Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations." Applied Mathematical Sciences, 44. Springer-Verlag, New York, 1983.

#### **Artículos:**

1. [Benaïm, Michel](#) A dynamical system approach to stochastic approximations. [SIAM J. Control Optim.](#) **34** (1996), no. 2, 437–472.
2. M Benaïm, M Hirsch, Asymptotic pseudotrajectories and chain recurrent flows, with applications. [J. Dynam. Differential Equations](#) **8** (1996), no. 1, 141–176.
3. M Benaïm, J Hofbauer, S Sorin, Stochastic approximations and differential inclusions. [SIAM J. Control Optim.](#) **44** (2005), no. 1, 328–348.
4. J [Peypouquet](#), S [Sorin](#), Evolution equations for maximal monotone operators: asymptotic analysis in continuous and discrete time. [J. Convex Anal.](#) **17** (2010), no. 3-4, 1113–1163



Nombre del Curso :

## **TÉCNICAS DE ANÁLISIS VARIACIONAL**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

En esta asignatura el estudiante conocerá los principales técnicas del Análisis variacional. Entre otras, las necesarias para deducir propiedades globales y locales de problemas de optimización, más generalmente, en análisis funcional.

### **Objetivo general**

Conocer las principales herramientas del análisis variacional.

### **Objetivos específicos**

1. Comprender y utilizar los conceptos más utilizados en el análisis variacional moderno.
2. Deducir propiedades globales y locales de problemas de optimización y análisis funcional.

### **Contenidos**

1. Principios variacionales
  - 1.1 Principio variacional de Ekeland (forma funcional y geométrica)
  - 1.2 Principio variacional de Borwein-Preiss
  - 1.3 Teorema de la gota
2. Técnicas variacionales en cálculo subdiferencial
  - 2.1 Subdiferenciales no-convexos
  - 2.2 Reglas de cálculo
  - 2.3 Teoremas del valor medio
3. Técnicas variacionales y operadores multívocos
  - 3.1 Operadores multívocos
  - 3.2 Coderivadas

### 3.3 Teoremas de la función implícita

- 4. Técnicas variacionales en análisis funcional.
  - 4.1 Teoremas de separación no convexos
  - 4.2 Teorema del paso de la montaña

## **Metodología**

Clases expositivas.

Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos

## **Evaluación**

Certámenes, tareas y exposiciones.

## **Bibliografía**

1. J. M. Borwein, Q.J. Zhu, *Techniques of variational analysis*, CMS Books in Mathematics, Springer-Verlag, New York, 2005.
2. F.H. Clarke, Y.S. Ledyev, R.J. Stern, P.R. Wolenski, *Nonsmooth Analysis and control theory*, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
3. R.T. Rockafellar, R. J-B. Wets, *Variational Analysis*. Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 317, Springer-Verlag, Berlin, 1998.
4. W. Schirotzek, *Nonsmooth analysis*. Springer-Verlag, New-York, 1998.

Nombre del Curso :

## **TEORIA DE SEMIGRUPOS DE OPERADORES**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

En este curso se presentan los conceptos básicos de la teoría de semigrupos de operadores; las técnicas más utilizadas en el estudio de propiedades y comportamiento de los semigrupos; y sus aplicaciones, principalmente en ecuaciones en derivadas parciales, optimización, teoría de puntos fijos y sistemas dinámicos.

### **Objetivo general**

Conocer y aplicar los conceptos y técnicas principales de la teoría de semigrupos de operadores

### **Objetivos específicos**

1. Dominar las herramientas de la teoría de semigrupos de operadores lineales.
2. Analizar problemas de evolución definidos por ecuaciones en derivadas parciales utilizando técnicas de semigrupos.
3. Determinar la regularidad y el comportamiento asintótico de las soluciones de problemas de evolución.
4. Conocer las principales herramientas y resultados sobre con semigrupos no lineales y sus aplicaciones.

### **Contenidos**

1. Teoría general de semigrupos de operadores lineales.
  - 1.1. Semigrupos uniforme y fuertemente continuos.
  - 1.2. Operadores disipativos y cuasi-disipativos.
  - 1.3. Generador infinitesimal.
2. Problemas de evolución: ecuaciones disipativas.
  - 2.1. Problema de Cauchy.
  - 2.2. Teoremas de Lumer-Philips, Hille-Yosida.
  - 2.3. Grupos unitarios y el Teorema de Stone.

- 2.4. Aplicaciones: Ecuación del calor y de Schrödinger.
- 3. Regularidad y comportamiento asintótico.
  - 3.1. Sistemas con propiedad regularizante.
  - 3.2. Semigrupos diferenciables, holomorfos y compactos.
  - 3.3. Comportamiento asintótico y puntos de equilibrio.
- 4. Semigrupos y ecuaciones no lineales.
  - 4.1. Ecuaciones disipativas no lineales.
  - 4.2. Introducción a las inclusiones diferenciales.
  - 4.3. Puntos y conjuntos de equilibrio.
  - 4.4. Aplicaciones: ecuaciones diferenciales no lineales, optimización, puntos fijos, teoría de juegos, dinámica de poblaciones.

### **Metodología**

Clases expositivas.

Estudio independiente y exposiciones de estudiantes acerca de temas específicos

### **Evaluación**

Tareas y exposiciones.

### **Bibliografía**

1. R Dautray, JL Lions, "Mathematical analysis and numerical methods for science and technology. Vol. 5: Evolution problems I." Springer-Verlag, Berlin, 1992.
2. H Brézis, "Analyse fonctionnelle". Masson Editeur, París, 1983.
3. A Pazy, "Semigroups of linear operators and applications to partial differential equations." Applied Mathematical Sciences, 44. Springer-Verlag, New York, 1983.
4. E Hille, R Phillips, "Functional analysis and semi-groups, rev. ed." American Mathematical Society Colloquium Publications, 31. American Mathematical Society, Providence, R. I., 1957.
5. H Brézis, "Opérateurs maximaux monotones et semi-groupes de contractions dans les espaces de Hilbert." (French) North-Holland Mathematics Studies, No. 5. North-Holland Publishing Co., Amsterdam-London; American Elsevier Publishing Co., Inc., New York, 1973.
6. I. Miyadera, "Nonlinear semigroups." Translations of Mathematical Monographs, 109. American Mathematical Society, Providence, RI, 1992.

# **SISTEMAS DINAMICOS ALEATORIOS**

**Horas semestrales:** 54

## **Descripción**

El curso está orientado a ofrecer los fundamentos de una variedad de temas selectos de la teoría de sistemas dinámicos aleatorios, que abarque a la vez enfoques y resultados clásicos y avances recientes. Se incluyen sistemas a tiempo discreto y tiempo continuo, y tanto la perspectiva trayectorial como fenomenológica de la dinámica estocástica. El curso tiene como pre-requisito un conocimiento básico del análisis estocástico (ecuaciones diferenciales estocásticas y cadenas de Markov) y de la teoría de sistemas dinámicos determinísticos.

## **Objetivo general**

Estudiar temas fundamentales de la teoría clásica y moderna de sistemas dinámicos aleatorios.

## **Objetivos específicos**

1. Comprender los fundamentos que sustentan la teoría de sistemas dinámicos aleatorios.
2. Integrar y complementar el conocimiento previo de análisis estocástico y de dinámica determinística mediante los conceptos y métodos de la teoría de sistemas aleatorios desarrollada en este curso.
3. Entender los supuestos, ventajas, limitaciones y alcance de los modelos y métodos de la teoría de sistemas dinámicos aleatorios.

## **Contenidos**

1. Estabilidad clásica de ecuaciones diferenciales estocásticas: atractores trayectoriales puntuales.
2. Estabilidad fenomenológica de mapas discretos estocásticos y ecuaciones diferenciales estocásticas.
3. Concepto general de sistema dinámico aleatorio. Ciclos. Flujos generados por ecuaciones diferenciales estocásticas y mapas estocásticos discretos.
4. Exponentes de Lyapunov de sistemas dinámicos aleatorios.
5. Dinámica topológica de sistemas dinámicos aleatorios.
6. Bifurcaciones de sistemas dinámicos aleatorios.

## **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por parte del profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos,
- b) la resolución de problemas.

## **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

## **Bibliografía**

- L. Arnold (1999). Random dynamical systems. Springer.
- N. Berglund and B. Gentz (2006). Noise-induced phenomena in slow-fast dynamical systems.
- Dinh-Cong 1997- Topological Dynamics of Random Dynamical Systems.
- Hasminskii (1980) Stochastic stability of differential equations.
- Horsthemke & Lefever (2006, 2dn ed). Noise-induced transitions. Theory and applications in Physics, Chemistry, and Biology.
- A. Lasota and M. C. Mackey (1994). Chaos, fractals and noise.
- Kifer 1988 Random perturbations of dynamical systems.
- Mao (1994) Exponential stability of stochastic differential equations.
- Meyn & Tweedy (2005). Markov chains and Stochastic Stability.

Nombre del Curso :

## **DINAMICA HIPERBOLICA**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

### **Objetivo general**

Presentar las herramientas básicas de la dinámica hiperbólica. Teoría local y global.

### **Objetivos específicos**

### **Contenidos**

1. Teoría local
  - 1.1. Sistemas Lineales.
  - 1.2. Puntos fijos hiperbólicos. Teorema de Hartman.
  - 1.3. Teorema de la Variedad estable. Lema de la Inclinación.
  - 1.4. Genericidad de las órbitas periódicas hiperbólicas y de la intersección transversal. Teorema de Kupka-Smale.
2. Conjuntos uniformemente hiperbólicos.
  - 2.1. Ejemplos: Herradura, Solenoide, difeomorfismos de Anosov.
  - 2.2. Existencia de foliaciones invariantes.
  - 2.3. Teorema de Descomposición Espectral.
  - 2.4. Omega estabilidad.

3. Formas débiles de hiperbolicidad.
  - 3.1. Descomposición dominada e hiperbolicidad parcial.
  - 3.2. Estabilidad y Campos de conos.
4. Obstrucciones a la hiperbolicidad
  - 4.1. Tangencias Homoclinas. Teorema de Pujals Sambarino.
  - 4.2. Ciclos heteroclinicos.
  - 4.3. La conjetura de Palis. Comentarios.

### **Metodología**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Evaluación**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Bibliografía**

1. [Palis, Jacob, Jr.](#); [de Melo, Welington](#) Geometric theory of dynamical systems. An introduction. Translated from the Portuguese by A. K. Manning. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.
2. [Palis, Jacob](#); [Takens, Floris](#) Hyperbolicity and sensitive chaotic dynamics at homoclinic bifurcations. Fractal dimensions and infinitely many attractors.
3. [Shub, Michael](#) Global stability of dynamical systems. With the collaboration of Albert Fathi and Rémi Langevin. Translated from the French by Joseph Christy. Springer-Verlag, New York, 1987.
4. [Katok, Anatole](#); [Hasselblatt, Boris](#) Introduction to the modern theory of dynamical systems. With a supplementary chapter by Katok and Leonardo Mendoza. [Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54](#). Cambridge University Press, Cambridge, 1995.



Nombre del Curso :

**DINAMICA SIMBOLICA**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

#### **Objetivo general**

Introducir conceptos y herramientas de dinámica simbólica. Establecer relación entre los “shifts” y los sistemas dinámicos generales.

#### **Objetivos específicos**

#### **Contenidos**

1. Shifts: definición, representación y caracterización.
  - 1.1 Shift spaces
  - 1.2 Shift de tipo finito.
  - 1.3 Shift sóficos.
2. Entropía
  - 2.1 Definición y propiedades básicas.
  - 2.2 Teoría de Perron-Frobenius.
  - 2.3 Calcular entropía.
  - 2.4 Componentes irreducibles

3. Shifts como sistemas dinámicos.
  - 3.1 Espacios métricos y sistemas dinámicos.
  - 3.2 Invariantes
  - 3.3 Funciones Zeta
  - 3.4 Partición de Markov y conjugación.
  - 3.5 Dinámica simbólica y teoría ergódica.

### **Metodología**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Evaluación**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Bibliografía**

1. D. Lind and B. Marcus, An introduction to symbolic dynamics and coding, Cambridge University Press (1995).
2. B. Kitchens, Symbolic Dynamics: One-sided, Two-sided and Countable State Markov Shifts, Springer (1998).

Nombre del Curso :

## **INTRODUCCION A LOS SISTEMAS DINAMICOS**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

#### **Objetivo general**

Introducir los sistemas dinámicos a tiempo continuo y tiempo discreto. Entregar métodos generales de análisis y conceptos descriptivos. Relacionar sistemas determinísticos con sistemas aleatorios.

#### **Objetivos específicos**

#### **Contenidos**

1. Sistemas dinámicos continuos (ecuaciones diferenciales).
  - 1.1 Nociones de la teoría cualitativa de las ecuaciones diferenciales.
  - 1.2 Sistemas lineales.
  - 1.3 Sistemas no lineales.
  - 1.5 Equilibrio, estabilidad y conjuntos límites.
  - 1.6 Ejemplos: Sistemas hamiltonianos, Sistema de Lorenz.
2. Sistemas dinámicos discretos.
  - 2.1 SD discretos con aplicaciones. Relación con los sistemas continuos.
  - 2.2 Puntos periódicos, estabilidad y caos.
  - 2.3 Bifurcaciones y transición hacia el caos.

2.4 Codificación y dinamica simbolica.

2.5 Entropía topologica.

3. Propiedades estadísticas de sistemas dinámicos.

3.1 Medidas invariantes.

3.2 Operador de Perron-Frobenius.

3.3 Teorema ergódico.

3.4 Mezcla y decrecimiento de las correlaciones.

3.5 Medidas Fisicas.

3.6 Exponentes de Lyapunov.

### **Metodología**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Evaluación**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Bibliografía**

1. P. Collet and J.P. Eckmann, Concepts and Results in Chaotic Dynamics: A Short Course (Theoretical and Mathematical Physics) Springer (2006).
2. B. Hasselblatt and A. Katok, A First Course in Dynamics: with a Panorama of Recent Developments, Cambridge University Press (2003).
3. M. W. Hirsch, S. Smale and R. L. Devaney, Differential Equations, Dynamical Systems and an Introduction to Chaos (Pure and Applied Mathematics) Elsevier Academic Press (2004).

Nombre del Curso :

## **TEORIA ERGODICA**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

#### **Objetivo general**

Presentar las herramientas básicas la Teoría Ergódica y su aplicación a los sistemas diferenciables.

#### **Objetivos específicos**

#### **Contenidos**

1. Transformaciones que preservan medida
  - 1.1. Teorema de recurrencia de Poincaré
  - 1.2. Existencia de medidas invariante para transformaciones continuas.
  - 1.3. Transformaciones con una única medida invariante.
  - 1.5. Shifts.
2. Ergodicidad.
  - 2.1. Teorema de Birkhoff.
  - 2.2. Ergodicidad.
  - 2.3. Teorema de Descomposición Ergódica.
  - 2.4. Transformaciones mixing.

3. Entropía.
  - 3.1. Entropía topológica y métrica
  - 3.2. Teoremas de Shannon Mc Millan Breiman, Teorema de Kolmogorov-Sinai.
  - 3.3. Principio Variacional de la entropía.
4. Dinámica no uniformemente hiperbólica
  - 4.1. Exponentes de Lyapunov. Teorema de Oseledec.
  - 4.2. Desigualdad de Ruelle. Teorema de Pesin.
  - 4.3. Medidas Hiperbólicas. Teorema de Katok.

### **Metodología**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Evaluación**

A definir de acuerdo a los requerimientos del curso.

### **Bibliografía**

1. [Mañé, Ricardo](#) Ergodic theory and differentiable dynamics. Translated from the Portuguese by Silvio Levy. [Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete \(3\) \[Results in Mathematics and Related Areas \(3\)\], 8.](#) Springer-Verlag, Berlin, 1987.
2. [Walters, Peter](#) An introduction to ergodic theory. [Graduate Texts in Mathematics, 79.](#) Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.
3. [Katok, Anatole](#); [Hasselblatt, Boris](#) Introduction to the modern theory of dynamical systems. With a supplementary chapter by Katok and Leonardo Mendoza. [Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54.](#) Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

Nombre del Curso :

## **ANÁLISIS AVANZADO**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura que introduce los conceptos y herramientas básicos del Análisis, Teoría de la Medida y Análisis Funcional. Este curso está destinado a aquellos estudiantes que corresponda tomar un semestre de nivelación, en el área de Análisis.

### **Objetivo general**

El alumno adquirirá los conocimientos básicos necesarios para seguir cursos avanzados de algún área específica del Análisis Matemático.

### **Objetivos específicos**

- Establecer los elementos básicos del análisis real.
- Conocer los conceptos y resultados principales de la Teoría de la Medida.
- Conocer los conceptos y resultados principales del Análisis Funcional.

### **Contenidos**

1. Elementos básicos de topología general: Definiciones; Conexidad; Compacidad.
2. Espacios métricos y normados: Definiciones básicas; Completitud; Compacidad; Desigualdades de Holder y Minkowsky; Teorema de Baire.
3. Espacio de funciones continuas: Convergencias puntual y uniforme; Teorema de Dini; Teorema de Ascoli; Teorema de Weirstrass.
4. Teoría de la medida e integración de Lebesgue: Espacio y funciones medibles; Medidas positivas; Integral de Lebesgue; Teoremas de convergencia.
5. Espacios  $L_p$ : Completitud; Convolución y Densidad; Compacidad.
6. Análisis Hilbertiano: Espacios pre-hilbertianos; Espacios de Hilbert; Proyección sobre convexos cerrados.

7. Análisis Funcional: Teoremas de Hahn-Banach, de Banach-Steinhaus y de la aplicación abierta; Topologías débiles; Operadores acotados; Operadores compactos y descomposición espectral.

### **Metodología**

- Clases expositivas y ayudantías de resolución de ejercicios.
- Estudio independiente y resolución de tareas.

### **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes y dos o tres tareas.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas.

Nota final =  $P1 \cdot C + P2 \cdot T$ .

Los pesos  $P1$  y  $P2$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso.

### **Bibliografía**

1. Aubin, J.P., "*Applied Functional Analysis*", John Wiley, 1979.
2. Brezis H., "*Analyse Fonctionnelle*", Masson 1987.
3. Conway, J. B., "*A Course in Functional Analysis*", Springer-Verlag, 1985.
4. Kreyszig, E., "*Introductory Functional Analysis with Applications*", Wiley, 1989.
5. Munroe, M., "*Introduction to Measure and Integration*", Addison-Wesley, 1953.
6. Rudin, W., "*Real and Complex Analysis*", McGraw-Hill, 1964.
7. Rudin, W., "*Principles of mathematical analysis*", McGraw-Hill Book Co., 1964.



Nombre del Curso :

## **ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

### **Objetivo general**

El alumno adquirirá los conocimientos básicos necesarios para seguir cursos avanzados de algún área específica del Análisis Matemático.

### **Objetivos específicos**

- Fundamentar los conocimientos de ecuaciones diferenciales obtenidos en los niveles básicos (Licenciatura).
- Introducir al estudio cualitativo de las ecuaciones diferenciales ordinarias y sus aplicaciones.

### **Contenidos**

1. Existencia y unicidad de soluciones: El problema de Cauchy. Teoremas de Picard y Peano. Soluciones máximas. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales y ecuaciones de orden superior.
2. Dependencia de las soluciones respecto de las condiciones iniciales y de los coeficientes.
3. Sistemas lineales. Matriz fundamental canónica. Ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Ecuaciones con coeficientes periódicos.
4. Ecuaciones lineales en el plano complejo. Funciones especiales.
5. Sistemas autónomos de 2º orden. Teorema de Poincaré-Bendixson. Sistemas equivalentes. Sistemas hiperbólicos. Teorema de Hartman.
6. Puntos críticos y estabilidad. Estabilidad de sistemas autónomos de 2º orden. Sistemas exactos. Bifurcación.
7. Oscilaciones en ecuaciones de 2º orden. Ecuación de van der Pol. Ecuación de Liénard. Oscilación forzada.
8. Teoría de control.

### **Metodología**

- Clases expositivas y ayudantías de resolución de ejercicios.
- Estudio independiente y resolución de tareas.

### **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes y dos o tres tareas.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas.

Nota final =  $P1 \cdot C + P2 \cdot T$ .

Los pesos  $P1$  y  $P2$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso.

### **Bibliografía**

1. Birkhoff-Rota. "*Ordinary Differential Equations*". John Wiley and Sons, 1978.
2. Arnold, V.I. "*Ordinary Differential Equations*" 1973. MIT
3. "*Lecções de equações diferenciais ordinárias*". Proyecto Euclides 1979, IMPA (Brasil).
4. Sánchez, D., "*Ordinary Differential Equations and Stability Theory: An Introduction*" Dover 1979.
5. Plaata, O. "Ecuaciones Diferenciales Ordinarias". Editorial Reverté S.A. 1974.
6. Imaz, Z., Vorel Z., "*Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*". Editorial Limusa-Wiley. 196

# ÁREA ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso:

**Algebra Lineal**

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### **Objetivo general**

Presentar los tópicos básicos, necesarios en la formación general de los futuros.

### **CONTENIDOS:**

#### **1.- Espacios vectoriales y matrices**

- 1.1 Generalidades: generadores independencia lineal, bases.
- 1.2 Matrices, espacios vectoriales definidos por matrices. Funciones lineales.
- 1.3 Espacios duales. Sumas, productos y cuocientes de espacios vectoriales.
- 1.4 Determinantes. Vectores propios, polinomio característico.

#### **2.- Espacios con producto interno**

- 2.1 Productos internos. Adjunto
- 2.2 Teoría espectral.
- 2.3 Polinomios mínimos. Matrices compañeras. Matrices de Jordan.

#### **3.- Algebra Multilineal**

- 3.1 Formas bilineales. Formas simétricas, alternadas y hermíticas.
- 3.2 Grupos definidos por formas.
- 3.3 Producto tensorial de dos espacios vectoriales. Algebra tensorial
- 3.4 Producto exterior y producto simétrico. Algebra exterior y Algebra simétrica

## **BIBLIOGRAFIA:**

1. Hoffman, K., Kunze, R. Linear Algebra. Prentice-Hall, 1971
2. Roman, S. Advanced Linear Algebra. GTM, Springer, 2008
3. Greub, W. Linear Algebra GTM, Springer, 1981
4. Greub, W. Multilinear Algebra, GTM Springer, 1987

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso:

**Geometría Algebraica**

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura de especialidad de la línea de investigación de Geometría Compleja.

### **Objetivo general**

Introducir los conceptos básicos de geometría algebraica (curvas y variedades algebraicas).

### **Objetivos específicos**

Conocer las propiedades algebraicas y topológicas de las variedades algebraicas. En el caso de curvas algebraicas, establecer su relación con las superficies de Riemann. Analizar grupos de automorfismos birrationales de variedades algebraicas, con especial énfasis en algunos casos particulares como, por ejemplo, curvas de Fermat, curvas p-gonales, superficies cúbicas, variedades abelianas, etc.

### **Contenidos**

Curvas algebraicas afines y proyectivas. Singularidades. Divisores. Funciones meromorfas. El teorema de Riemann-Roch para curvas algebraicas y sus aplicaciones. Aplicación canónica. Grado de curvas proyectivas. Puntos de inflexión. Puntos de Weierstrass. El teorema de Abel y la aplicación de Abel-Jacobi. Variedades Algebraicas y Proyectivas. Funciones racionales, propiedades locales, puntos singulares. Aplicaciones birrationales. Resolución de singularidades. Divisores y Formas Diferenciales. Números de Intersección. Teorema de Bezout. Introducción a la teoría de Superficies algebraicas. Introducción a las variedades analíticas complejas. Toros analíticos complejos. Variedades abelianas polarizadas.

### **Metodología**

Clases expositivas combinadas con técnicas de aprendizaje cooperativo.

Guía de ejercicios con apuntes del profesor y uso de software adecuado.

### **Evaluación**

Examen final y tareas.

### **Bibliografía**

1. W. Fulton, "Curvas Algebraicas", Editorial Reverté, 1971.
2. Miranda R., "Algebraic Curves and Riemann Surfaces", Graduate Studies in Mathematics, volumen N° 5. 1991.
3. R. Shafarevich, "Basic Algebraic Geometry" Springer Verlag 212, 1974.
4. E. Brieskorn, H. Knörrer, "Plane Algebraic Curves", Birkhauser. 1986.
5. P.Griffiths "Introduction to Algebraic Curves". AMS, 1989.
6. K.Kendig "Elementary Algebraic Geometry", Graduate Texts in Mathematics N° 44, Springer verlag, 1977.
7. Semple J.G. and Kneebone G. T., "Algebraic Curves", Oxford Clarendon Press. 1959.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso:

**Topología Algebraica**

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura de especialidad de la línea de investigación de Geometría Compleja.

### **Objetivo general**

Introducir los conceptos de homotopía, homología y cohomología necesarios en el estudio de espacios topológicos, variedades topológicas y/o diferenciables

### **Objetivos específicos**

Conocer las propiedades de grupos de homología y cohomología para espacios topológicos y, en particular, para el caso de variedades topológicas. Conocer y saber usar las sucesiones exactas y calcular los grupos de homología y cohomología de algunas variedades (en especial de aquellas de dimensión 2).

### **Contenidos**

Homotopía. Grupo Fundamental Ejemplos y aplicaciones. Espacios de recubrimiento. Recubrimientos y Grupo Fundamental. Recubrimiento duplo orientado. Recubrimiento universal. Homología celular, simplicial y singular. Cálculo de homologías y aplicaciones. Homología con coeficientes arbitrarios. Homología de espacios producto. Axiomas de Eilenberg-Stenrod. Cohomología. El teorema de coeficientes universales para cohomología. Producto cup y cap. Homología de fibrados. Algebra cohomológica. Operaciones de Stenrod. Cohomología de De Rham. Interpretación geométrica de cocadenas y cociclos.

### **Metodología**

Clases expositivas combinadas con técnicas de aprendizaje cooperativo.



Guía de ejercicios con apuntes del profesor y uso de software adecuado.

### **Evaluación**

Examen final y tareas.

### **Bibliografía**

1. Grenberg, M. "Lectures on Algebraic Topology". New York, W.A. Benjamin, Inc., 1967.
2. Massey, W.S. "A basic course in algebraic Topology", Springer-Verlag, 1991.
3. Bredon, G.E. "Topology and Geometry". Graduate Texts of Mathematics, Vol. 139, Springer-Verlag, 1993.
4. Lima, E., "Grupo Fundamental e Espaços de recobrimento", Projeto Euclides, IMPA, 1993.
5. Massey, W.S., "Singular Homology Theory", Springer-Verlag; Spanier 1980. 1990.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso:

### **Grupos Kleinianos**

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura de especialidad de la línea de investigación de Geometría Compleja.

### **Objetivo general**

Introducir los conceptos de grupos Kleinianos y orbifolds Kleinianos. Estudiar propiedades de tales grupos y sus uniformizaciones.

### **Objetivos específicos**

Conocer la clasificación de las transformaciones de Moebius y la dinámica de sus subgrupos discretos (grupos Kleinianos) como grupo de automorfismos holomorfos de la esfera de Riemann. Analizar, vía la extensión de Poincaré, la acción de las transformaciones de Moebius como isometrías del espacio hiperbólico. En particular, conocer el concepto de variedades y orbifolds hiperbólicas y su relación con las superficies de Riemann. Conocer y manejar los teoremas de uniformización y los teoremas de combinación de Klein-Maskit y realizar construcciones explícitas de grupos Kleinianos.

### **Contenidos**

Transformaciones de Moebius planares. Reflexiones. Extensión de Poincaré. Esferas isométricas. Espacio hiperbólico. Clasificación de transformaciones de Moebius. Isometrías hiperbólicas. Grupos discretos (Kleinianos). Teoremas de combinación de Klein-Maskit. Variedades y orbifolds hiperbólicas, Kleinianas y conformales.

### **Metodología**

Clases expositivas combinadas con técnicas de aprendizaje cooperativo.

Guía de ejercicios con apuntes del profesor y uso de software adecuado.

### **Evaluación**

Examen final y tareas.

### **Bibliografía**

1. B. Maskit. "Kleinian groups". Springer-Verlag, 1980.
2. K. Matsuzaki, M. Taniguchi, "Hyperbolic manifolds and Kleinian groups", Oxford Sciences Publications, 1998.
3. J.G. Ractliffe. "Foundations of hyperbolic manifolds". Graduate Texts of Mathematics, Vol. 149, Springer-Verlag, 1994.
4. R. Benedetti and C. Petronio. "Lectures on hyperbolic geometry". Universitext, Springer-Verlag, 1992.
5. H. Farkas and I. Kra. "Riemann surfaces". Springer-Verlag, 1980.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso:

**Superficies de Riemann**

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura de especialidad de la línea de investigación de Geometría Compleja.

### **Objetivo general**

Introducir los conceptos de superficies de Riemann, uniformizaciones y grupos de automorfismos.

### **Objetivos específicos**

Conocer las propiedades topológicas y analíticas de las superficies de Riemann y su relación con curvas algebraicas y variedades abelianas. Estudiar grupos de automorfismos de superficies de Riemann y las uniformizaciones de estas por medio de grupos Kleinianos (en particular, grupos Fuchsianos). Estudiar los teoremas de existencia de diferenciales meromorfas.

### **Contenidos**

Teoremas de uniformización. Diferenciales abelianas. Existencia de funciones armónicas, y meromorfas. Automorfismos y puntos fijos. Matrices de Riemann y jacobianos. Teorema de Torelli. Curvas algebraicas. Teorema de uniformización. Grupos Fuchsianos. Geometría hiperbólica. Curvas elípticas.

### **Metodología**

Clases expositivas combinadas con técnicas de aprendizaje cooperativo.

Guía de ejercicios con apuntes del profesor y uso de software adecuado.

## **Evaluación**

Examen final y tareas.

## **Bibliografía**

1. H. Farkas and I. Kra. "Riemann surfaces". Springer-Verlag, 1991.
2. G. Springer, "Introduction to Riemann surfaces", Addison-Wesley; 1957.
3. C.L. Siegel, "Topics in complex function theory", Vol. I, 1969.
4. C.L. Siegel, "Elliptic functions and uniformization theory", Vol. II, 1971.
5. C.L. Siegel, "Abelian functions and modular functions of several variables", Vol. III, 1973.
6. L. Ford, "Automorphic Functions", Chelsea, 1951.
7. R.C. Gunning, "Lectura on Riemann surfaces", Mathematical notes, Princeton Univ. Press, 1967.

## **PROGRAMA**

**Nombre del Curso.**

### **TÓPICOS EN ALGEBRA**

**Horas semestrales.** 54 horas (2 Cátedras semanales)

**Créditos.** 10 créditos transferibles

**Descripción.** Curso de la línea de Representaciones de grupos y Aplicaciones

**Objetivo general.** El presente curso otorga tres tópicos complementarios del álgebra, necesarios para abordar temas de investigación en la línea de representaciones de grupos y aplicaciones.

**Objetivos específicos.** Introducir al alumno en los temas mencionados en los contenidos de modo tal que le sean útiles para estudiar las “álgebras de nudos” (e.g. álgebra de Temperley-Lieb, álgebra de Hecke, BMW), ya sea desde un punto puramente representacionista o sus aplicaciones a la teoría de nudos.

### **Contenidos:**

- I. Presentaciones de Grupos: Grupos libres, Presentaciones de grupos, Presentaciones de grupos famosos (Grupo de Heisenberg, grupo Simétrico, grupo de Trenzas). Teorema de Nielsen-Schreier. Método de Reidemeister Schreier. Una mirada al grupo de Trenzas Puras. Extensiones de Grupos.
- II. Tensores en espacios vectoriales: Espacio dual, Formas bilineales, Producto tensorial, álgebra tensorial, álgebra simétrica, álgebra exterior.
- III. Anillos y Módulos: Localización, suma y producto de módulos. Módulos semisimples, condiciones de cadena, producto tensorial. Introducción a la teoría de representaciones de grupos, teoría de caracteres.

**Metodología:** Dos sesiones de cátedra.

**Evaluación:** Dos pruebas escritas y tareas dirigidas.

### **Bibliografía**

1. GREUB, W. H. Multilinear Algebra, GTM 136, Springer, 1981.
2. HUNGERFORD, Thomas W. Algebra. United States of América: Springer-Verlag New
3. JOHNSON, D. L. Presentations of Groups. 2nd. ed. United Kingdom: Cambridge University Press England, 1997. 216 p.

## PROGRAMA

**Nombre del Curso.**

### REPRESENTACIONES DE GRUPOS Y TEORÍA DE NUDOS

**Horas semestrales.** 54 horas (2 Cátedras semanales)

**Créditos.** 10 créditos transferibles

**Descripción.** Curso de la línea de Representaciones de grupos y Aplicaciones

**Objetivo general.** El presente curso es introductorio para conocer la rica interacción entre Representaciones de Grupos y teoría de Nudos, a través de la construcción de invariantes de nudos polinomiales.

**Objetivo específicos.** Introducir el polinomio de Jones, el polinomio de Homfly-pt y el polinomio de Kauffman. Las definiciones se harán usando herramientas de la teoría de grupo y combinatoria. Se verá la relación entre ellos y sus principales propiedades.

**Prerequisito.** Grupos Finitos y Álgebra Lineal.

### Contenidos:

- I. Rudimentos de teoría de Nudos: Algunas invariantes clásicas. Teorema de Reidemeister. Polinomio de Kauffman.
- II. Elementos de representaciones de grupos finitos: Álgebras conmutantes. Rep. Grupo general lineal finito. Álgebra de Iwahori-Hecke, álgebra de Temperley-Lieb.
- III. Grupo de trenzas.
- IV. Teoremas de Alexander y Markov.
- V. El polinomio de Jones y polinomio de Homfly-pt.
- VI. Polinomio de Alexander.

**Metodología:** Dos sesiones de cátedra.

**Evaluación:** Dos pruebas escritas y tareas dirigidas.

### Bibliografía

1. V.F.R. Jones, Hecke algebra representations of braid groups and link polynomials, Ann. Math. 126, 335–388 (1987).
2. L.H. Kauffman, Knots and Physics, Series on Knots and everything, 40, World Scientific Publ. Co. Ltd. 1991
3. K. Murasugi y B. I. Kurpita, *A study of braids*, MIA, Kluwer Academic Publishers (1999).
4. T. Ohtsuki Quantum Invariants: A Study of Knots, 3-Manifolds and Their Sets, Series on Knots and everything Vol. 29. World Scientific Publ. Co. Ltd. 2002.
5. P. de la Harpe et al, *On Jones Polynomial*, L'Enseignement Mathématique 32 (1986) 271-335.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso:

**Introducción a la función L- de Artin**

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura de especialidad de la línea de investigación de Representaciones de grupos y aplicaciones.

### **Prerequisito**

Grupos finitos

### **Objetivo general**

Introducir conceptos básicos de la función L-de Artin asociada a una representación de un grupo  $G = \text{Gal}(K/Q)$ .

### **Objetivos específicos**

Estudiar el comportamiento analítico de funciones L, relaciones y propiedades que se obtienen a partir de las representaciones y algunos problemas abiertos, como por ejemplo la conjetura de Artin.

### **Contenidos**

- Elementos de teoría algebraica de números: Cuerpos de números, anillo de enteros, factorización de ideales primos en extensiones, grupo de descomposición y de inercia, acción del grupo de Galois sobre los ideales primos.
- Definición y propiedades básicas de la función L- de Artin: sus propiedades analíticas y comportamiento con respecto a inducción, restricción y suma de representaciones: Teorema de Artin-Brauer, Conjetura de Artin, completación y ecuación funcional, ceros y polos de L.



### **Metodología**

Clases expositivas.

### **Evaluación**

Dos pruebas y tareas.

### **Bibliografía**

1. J. Neukirch, Algebraic Number Theory, Springer-Verlag, Berlin, 1999.
2. R. Murty, On Artin L- functions, Class field theory-its centenary and prospect (Tokyo, 1998), Adv. Stud. Pure Math., vol. 30, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2001, pp. 13--29.
3. J-P. Serre, Linear representations of finite groups, Springer-Verlag, New York, 1996.
4. M. Ram Murty y V. Kummar Murty, Non-vanishing of L- functions and applications, vol. 157, Birkhauser, 1997.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso:

### **Grupos Finitos**

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### **Objetivo general**

Este es un primer curso en la Teoría de Representaciones de Grupos. Es conveniente su prerrequisito para el estudio de representaciones en grupos con mas estructura, y también para el estudio de la teoría desde el punto de vista de módulos

### **CONTENIDOS:**

1. Generalidades
  - 1.1 Definición de representación. Representaciones lineales complejas de grupos. Entrelazamientos. Ejemplos
  - 1.2 Subrepresentaciones. Sumas y productos. Irreducibilidad. Semisimplicidad.
  - 1.3 Caracteres. Relaciones de ortogonalidad. Criterio de completitud de representaciones irreducibles.
  - 1.4 El álgebra de grupo. Módulos versus representaciones.
2. Inducción
  - 2.1 Definiciones de representaciones inducidas.
  - 2.2 Reciprocidad de Frobenius.
  - 2.3 Teoremas de Mackey: de los entrelazamientos entre inducidas, de restricción de una inducida, de los productos semidirectos.
  - 2.4 Aplicaciones.

### **BIBLIOGRAFIA:**

1. J-P Serre Linear Representations of Finite Groups. Word Book Press. (2008)
2. Curtis Ch. & Reiner I. Representation Theory of Finite Groups and Assosiative Algebras. AMS. (2006)
3. Isaacs I. Character Theory of Finite Groups. Dover. (1994)

## PROGRAMA

Nombre del Curso:

### Anillos y Módulos

Horas semestrales: 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos: 10 créditos transferibles

### Objetivo general

Presentar algunos de los resultados mas importantes de la Teoría de Módulos sobre un anillo general (conmutativo o no conmutativo).

### CONTENIDOS:

#### 1.- Caso conmutativo

- 1.1 Generalidades sobre anillos y módulos. Anillos de fracciones y localizaciones
- 1.2 Divisibilidad. Dominios con factorización única. Módulos sobre un dominio a ideales principales
- 1.3. Módulos libres, proyectivos e inyectivos
- 1.4 Anillos y módulos noetherianos y artinianos.
- 1.5 Extensiones de anillos. Clausura entera. Dominios de Dedekind

#### 2.- Caso no conmutativo.

- 2.1 Anillos simples y semisimples. Teorema de Wedderburn.
- 2.2 Radical de Jacobson.
- 2.3 Módulos semisimples. Caracterizaciones de anillos semisimples
- 2.4 Teorema de Skolem-Noether., del Doble centralizador, de los anillos con división finitos.

### BIBLIOGRAFIA:

1. Dummit, D., Foote, R.M., Abstract Algebra, John Wiley, 2004
2. Hungerford, T.W., Algebra, Springer, 1996
3. Herstein, I.N., Noncommutative rings, Cambridge Univ. Press, 2005

# **ÁREA PROBABILIDADES Y ESTADÍSTICA**

# PROGRAMA

***Nombre del Curso:***

## **PROBABILIDADES E INFERENCIA**

Horas semestrales: 54 horas

Créditos: 10 creditos

### **Descripción:**

#### **Curso de Nivelación**

### **Objetivo general:**

Conocer, con rigor matemático, los conceptos y métodos básicos de la teoría de probabilidades y la inferencia estadística en el espacio muestral euclideo finito-dimensional. Desarrollar habilidades en la aplicación de los conceptos y métodos básicos de la teoría de probabilidades y la inferencia estadística a modelos estadísticos paramétricos de uso común

### **Objetivos específicos**

- 1) Conocer, con rigor matemático, los conceptos y métodos básicos de la teoría de probabilidades y la inferencia estadística en el espacio muestral euclideo finito-dimensional.
- 2) Desarrollar habilidades en la aplicación de los conceptos y métodos básicos de la teoría de probabilidades y la inferencia estadística a modelos estadísticos paramétricos de uso común.

### **Contenidos**

**Tema 1. Conceptos básicos de teoría de probabilidades.** Definición axiomática de probabilidad. Eventos independientes; probabilidad condicional; teorema de Bayes. Variable aleatoria y función de distribución. Variables aleatorias discretas y continuas; funciones de masa y de densidad.

**Tema 2. Características numéricas de variables aleatorias.** Esperanza, varianza y momentos. Algunas desigualdades probabilísticas que involucran momentos. Mediana y moda. Ejemplos en familias de distribuciones comunes.

**Tema 3. Vectores aleatorios.** Distribuciones y densidades conjuntas y marginales. Vector de medias, matriz de covarianza y matriz de correlaciones. Independencia de variables aleatorias; distribuciones y densidades condicionales; esperanza y varianza condicionales.

**Tema 4. Convergencia de variables aleatorias.** Convergencia casi segura, convergencia en distribución (o débil) y convergencia en media de orden  $p$ . Ordenes estocásticos; teorema de Taylor estocástico. Leyes de grandes números fuertes y débiles. Distribución límite normal. Teorema central límite. Método delta.

**Tema 5. Estimación puntual.** Métodos de construcción de estimadores: método de momentos; estimadores por mínimos cuadrados; estimadores máximo verosímiles; estimadores bayesianos; estimadores por mínimos cuadrados y

verosimilitud penalizados. Criterios para evaluar estimadores: sesgo, varianza, error cuadrático medio. Desigualdad de Rao-Cramer. Estimadores insesgados de mínima varianza.

**Tema 6. Propiedades asintóticas de estimadores.** Consistencia y eficiencia. Propiedades asintóticas de estimadores máximo verosímiles.

**Tema 7. Prueba de hipótesis. Conceptos generales:** probabilidades de errores, función de potencia. Métodos de construcción de docimas: docimas por cociente de verosimilitudes, docimas bayesianas, docimas por unión-intersección y docimas por intersección-unión. Teoría de Neyman-Pearson sobre docimas uniformemente más potentes en familias exponenciales. Propiedades asintóticas de docimas por cocientes de verosimilitudes.

**Tema 8. Estimación por regiones de confianza.** Métodos de construcción de intervalos de confianza: funciones pivotaes; inversión de docimas; intervalos Bayesianos. Ejemplos en modelos comunes. Intervalos de confianza asintóticos.

**Tema 9. Modelo lineal.** Estimación por mínimos cuadrados, y sus propiedades. Aplicaciones al modelo de regresión lineal simple (univariado) y al modelo ANOVA de un factor. Estimación regularizada del modelo lineal. Pruebas F para el modelo lineal. Aplicaciones al modelo de regresión lineal univariado y al modelo ANOVA de un factor. Regiones de confianza de Scheffe para el modelo lineal.

## **Metodología**

Clases de conferencias.

Clases prácticas (ejercitación).

## **Evaluación**

Prueba parcial (escrita).

Prueba final (escrita).

## **Bibliografía**

-George Casella & Robert L. Berger (2002, 2nd ed). Statistical Inference. Duxbury: USA

-George Casella, Robert L. Berger & Damaris Santana (2001) Solutions Manual for Statistical Inference, Second Edition.

-George Roussas (2003). An Introduction to Probability and Statistical Inference. Academic Press..

# PROGRAMA

Nombre del Curso:

**TEORÍA DE LA MEDIDA**

Horas semestrales: 54 horas

Créditos: 10

## **Descripción**

En la primera parte del curso daremos una introducción a la teoría de la medida, entregando conceptos básicos como funciones medibles, integración de funciones simples y teoremas de convergencia. En el segundo capítulo analizaremos la teoría de integración dando énfasis, en dos teoremas de convergencia. El Capítulo tres está orientado a las medidas producto y aplicaciones en estadística y probabilidades. El capítulo cuatro, pondrá énfasis en el teorema de Radon – Nokodym. Finalmente en el Capítulo seis estudiaremos los espacios  $L_p$ .

## **Objetivo general**

El objetivo principal es desarrollar los principios básicos de la teoría de la medida. Proveer al alumno con una base sólida de integración y conocimiento de los espacios  $L_p$ .

## **Objetivos específicos**

- a) Conocer los elementos básicos de la teoría de la medida.
- b) Estudiar teoría de integración.
- c) Estudiar los espacios de funciones medibles y espacios  $L_p$ .

## **Contenidos**

### **I Medidas**

- 1. Medidas positivas
- 2. Medidas de Lebesgue
- 3. Medidas de Lebesgue – Stieltjes.
- 4. Medidas de Hausdorff.

## **II Integración**

1. Funciones medibles.
2. Propiedades de la integral.
3. Integral de funciones simples
4. Integral de funciones medibles positivas
5. Teorema de la convergencia dominada.

## **II Medida producto**

1. Medida producto.
2. El teorema de Fubini - Convolución.
3. Aplicación a la medida de Lebesgue
4. Aplicaciones en Probabilidades y Estadística: Función de Distribución.

## **IV Teorema de Radón Nikodym.**

1. Medidas reales y medidas complejas.
2. Medidas con signo
3. Teorema de descomposición de Hahn
4. Teorema de Radon Nikodym.
5. Teorema de cambio de variable.

## **V Espacios $L_p$ .**

1. Funciones convexas
2. Desigualdad de Jensen.
3. Desigualdad de Holder y de Minkowski
4. Espacios  $L_p$
5. Completitud.

## **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

## **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita



involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

### **Bibliografía**

- 1) Capinsky M. Measure, Integral and Probability Springer (2007).
- 2) Folland, G. B., Real Analysis, John Wiley, New York, (1984).
- 3) Hawkins, T., Lebesgue's Theory of Integration, Chelsea, New York, (1975).
- 4) Cohn, D. L., Measure Theory, Birkhauser, Basel, (1980).
- 5) Dudley, R. M., Real Analysis and Probability, Wadsworth & BrooksCole, NewYork, (1989).
- 6) Halmos, P. R., Measure Theory, Springer, New York, (1974).
- 7) Rudin, W., Análisis Real y Complejo, McGraw-Hill, Madrid, (1988).

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

**ANÁLISIS AVANZADO**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Asignatura que introduce los conceptos y herramientas básicos del Análisis, Teoría de la Medida y Análisis Funcional. Este curso está destinado a aquellos estudiantes que corresponda tomar un semestre de nivelación, en el área de Análisis.

### **Objetivo general**

El alumno adquirirá los conocimientos básicos necesarios para seguir cursos avanzados de algún área específica del Análisis Matemático.

### **Objetivos específicos**

- Establecer los elementos básicos del análisis real.
- Conocer los conceptos y resultados principales de la Teoría de la Medida.
- Conocer los conceptos y resultados principales del Análisis Funcional.

### **Contenidos**

8. Elementos básicos de topología general: Definiciones; Conexidad; Compacidad.
9. Espacios métricos y normados: Definiciones básicas; Completitud; Compacidad; Desigualdades de Holder y Minkowsky; Teorema de Baire.
10. Espacio de funciones continuas: Convergencias puntual y uniforme; Teorema de Dini; Teorema de Ascoli; Teorema de Weirstrass.
11. Teoría de la medida e integración de Lebesgue: Espacio y funciones medibles; Medidas positivas; Integral de Lebesgue; Teoremas de convergencia.
12. Espacios  $L_p$ : Completitud; Convolución y Densidad; Compacidad.
13. Análisis Hilbertiano: Espacios pre-hilbertianos; Espacios de Hilbert; Proyección sobre convexos cerrados.

14. Análisis Funcional: Teoremas de Hahn-Banach, de Banach-Steinhaus y de la aplicación abierta; Topologías débiles; Operadores acotados; Operadores compactos y descomposición espectral.

### **Metodología**

- Clases expositivas y ayudantías de resolución de ejercicios.
- Estudio independiente y resolución de tareas.

### **Evaluación**

Se realizarán dos o tres certámenes y dos o tres tareas.

Se define  $C$  = Promedio de las notas de certámenes.

$T$  = Promedio de las notas de tareas.

Nota final =  $P1 \cdot C + P2 \cdot T$ .

Los pesos  $P1$  y  $P2$  son definidos por el profesor y conocidos por los estudiantes al comienzo del curso.

### **Bibliografía**

8. Aubin, J.P., "*Applied Functional Analysis*", John Wiley, 1979.
9. Brezis H., "*Analyse Fonctionnelle*", Masson 1987.
10. Conway, J. B., "*A Course in Functional Analysis*", Springer-Verlag, 1985.
11. Kreyszig, E., "*Introductory Functional Analysis with Applications*", Wiley, 1989.
12. Munroe, M., "*Introduction to Measure and Integration*", Addison-Wesley, 1953.
13. Rudin, W., "*Real and Complex Analysis*", McGraw-Hill, 1964.
14. Rudin, W., "*Principles of mathematical analysis*", McGraw-Hill Book Co., 1964.

## PROGRAMA

Nombre del Curso :

### ESTIMACIÓN NO-PARAMÉTRICA

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

El curso consta de cuatro partes. La primera esta relacionada al estudio de test no-paramétricos. En la segunda parte del curso se estudian los métodos de bootstrap y jackknife para datos independientes. La tercera parte está relacionada con estimadores de kernel de la densidad y estimadores wavelet y splines. La cuarta parte del curso está orientada a la regresión no-paramétrica.

### **Objetivo general**

Aprender y estudiar métodos de estimación no-paramétrica, así como aplicaciones y estudio de simulación.

### **Objetivos específicos**

- Entender la noción de estimación no-paramétrica.
- Aprender y estudiar métodos de estimación no-paramétrica de funciones clásicas: función de densidad y función de regresión.
- Usar software para la programación de estimadores y métodos no-paramétricos.
- Estudiar un tema que prolonga el curso que implica la lectura de artículos, capítulos de libros y redacción de un informe.

### **Contenidos**

- I. Tests no-paramétricos:
  - I.1 Test no-paramétricos sobre la media y la varianza
  - I.2 Función de distribución empírica, Test de Kolmogorov Smirnov.
  - I.3. Otros tests.

- II. Métodos bootstrap
  - II.1 Método bootstrap y jackknife para datos independientes
  - II.2 Intervalos de confianza basados en métodos bootstrap
  - II.3 Bootstrap para datos dependientes
- III. Estimación no-paramétrica de la densidad.
  - III.1. Estimadores de kernel de la densidad y sus propiedades: Sesgo, varianza, consistencia en media cuadrática de los estimadores de Kernel. Velocidad de convergencia. Métodos de substitución. Métodos de validación cruzada. Normalidad asintótica de los estimadores.
  - III.2. Otros estimadores de la densidad y sus propiedades: Estimadores de los k vecinos más cercanos, estimadores wavelets. Estimadores splines.
- IV. Estimación no-paramétrica de la función de regresión.
  - IV.1 El regresograma, estimador de media móvil, estimador de Priestley Chao, estimador de Nadaraya Watson.
  - IV.2 Consistencia de los estimadores.
  - IV.3 Velocidad de convergencia.
  - IV.4 Métodos de substitución y validación cruzada.

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

## **Bibliografía**

1. Efron, B. and Tibshirani R. (1993), An introduction to bootstrap, Chapman and Hall.
2. Lahiri, S. Resampling (2003), Methods for dependent data, Springer.
3. Hollander M. and Wolfe D. (1973), Nonparametric statistical methods, Hardcover
4. Silverman B. W. (1986), Density Estimation for Statistics and Data Analysis, Monographs on Statistics and Applied Probability, Chapman and Hall, London.
5. Tsybakov, A. B. (2004), Introduction à l'estimation non-paramétrique, Mathématiques et Applications, Springer.
6. Wand M.P. and Jones M.C (1995), Kernel Smoothing, Chapman and Hall.
7. Wasserman Larry (2006), All of Nonparametric Statistics, Springer, New York.

# PROGRAMA

Nombre del Curso:

## PROCESOS FUERTEMENTE DEPENDIENTES

Horas semestrales: 54 horas

Créditos: 10

### **Descripción**

En la primera parte del curso daremos una introducción a la noción de dependencia, entregando conceptos básicos como mixing, covarianzas y teoremas de convergencia. En el segundo capítulo se dará una introducción a los procesos dependientes. En el Capítulo tres analizaremos procesos fuertemente dependientes en media condicional que incluyen los modelos de larga memoria y movimientos Brownianos fraccionarios, dando énfasis en identificación y estimación. El Capítulo final está orientado a los procesos fuertemente dependientes en varianza condicional, poniendo énfasis en modelos para la volatilidad.

### **Objetivo general**

El objetivo principal es desarrollar los principios básicos de la teoría de procesos dependientes. Proveer al alumno conocimiento de modelos fraccionarios y de volatilidad estocástica.

### **Objetivos específicos**

- a) Conocer los elementos básicos de procesos dependientes.
- b) Estudiar modelos fraccionarios.
- c) Estudiar modelos de volatilidad condicional.

### **Contenidos**

#### **I De la independencia a la dependencia**

- 1. Condiciones mixing
- 2. Desigualdades
- 3. Teoremas límites para procesos mixing
- 4. Otras condiciones de dependencia débil: Mixingales y NED
- 5. Asociación
- 6. Nuevas condiciones de dependencia débil

## **II Introducción a procesos fuertemente dependientes**

1. Ejemplos empíricos
2. Persistencia y antipersistencia
3. Volatilidad y co-volatilidad
4. Estacionariedad de segundo orden
5. Movimiento Browniano
6. Procesos autosimilares

## **III Procesos fuertemente dependientes en media condicional**

1. Procesos gaussianos y de media móvil
2. Procesos integrados
3. Procesos fraccionarios: ARFIMA y fBm
4. Estimación en procesos fraccionarios
5. Limitaciones de los procesos fraccionarios
6. Aplicaciones en Finanzas e Hidrología

## **IV Procesos fuertemente dependientes en varianza condicional**

1. Procesos GARCH/ARCH
2. Procesos de volatilidad estocástica
3. Estructura de dependencia
4. Métodos de estimación
5. Aplicaciones en Finanzas

## **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en

- c) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- d) la resolución de problemas prácticos.

## **Evaluación**

- c) Dos controles parciales escritos.
- d) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.



## **Bibliografia**

- 1) Beran J., Statistics for Long-Memory Processes, New York: Chapman & Hall (1994)
- 2) Brillinger, D., Time Series. Data Analysis and Theory. Holden-Day (1981)
- 3) Doukhan, P., Mixing: Properties and Examples, Lecture Notes in Statistics 85, Springer-Verlag Berlin (1994)
- 4) Doukhan, P., Oppenheim, G., Taqqu, M.S. Long-Range Dependence: Theory and Applications. Birkhauser, Boston. (2003).
- 5) Embrechts P., Maejima M., Selfsimilar Processes. Princeton University Press, Princeton (2002)
- 6) Hall, P., Heyde, C.C., Martingale limit theory and its applications, Academic Press, New York (1980)
- 7) Ibragimov, I.A., Hasminskii, R. Z., Statistical estimation, Asymptotic theory, Applications (1981)
- 8) Palma, W. Long-Memory Time Series: Theory and Methods. Wiley Series in Probability (2007)
- 9) Rao, P. Statistical Inference for Fractional Diffusion Processes, Wiley Series in Probability (2010)
- 10) Rio, E. Théorie asymptotique des processus aléatoires faiblement dépendants, Springer, New York (2000)
- 11) Straumann, D. Estimation in conditionally heteroscedastic time series models, [Lecture Notes in Statistics](#), Vol. 181 (2005)
- 12) Taniguchi, M. y Kakizawa, Y. Asymptotic theory of statistical inference for time series, Springer Series in Syayistics (2000)

## PROGRAMA

Nombre del curso :

### TEORÍA ESTADÍSTICA

Horas semestrales : 54

Créditos : 10

### Descripción

Este curso provee de una fundamentación matemática rigurosa para el material esencial de teoría estadística. Se adopta los enfoques de teoría de decisión e inferencia estadística para introducir el tópico de estimación puntual. Se presenta una serie de criterios de optimalidad, tal como insesgamiento, equivarianza y admisibilidad. Se realiza un estudio detallado del problema general de test de hipótesis. A lo largo del curso se discute con particular interés la aplicación de la metodología presentada a la familia exponencial.

### Objetivo general

Estudiar la teoría de estimación y prueba de hipótesis.

### Objetivos específicos

1. Comprender los fundamentos que sustentan la teoría de estimación puntual, test de hipótesis e intervalos de confianza.
2. Integrar el conocimiento previo de inferencia estadística con la teoría desarrollada en este curso.
3. Entender los supuestos y limitaciones de los procedimientos inferenciales y su relación con la teoría de decisiones.

### Contenidos

1. Modelo estadístico, estimadores, familias de distribución, teoremas de factorización, suficiencia mínima completa, ancillaries, estimadores de varianza mínima, teorema de Rao-Blackwell, teorema de Lehmann- Scheffé.
2. Insesgamiento, familias no paramétricas, desigualdades de información, extensiones al caso multiparamétrico.
3. El principio de equivarianza, equivarianza funcional, equivarianza en modelos lineales normales y modelos de poblaciones finitas.

4. Formulación del problema de decisión estadística, estimadores óptimos, admisibilidad, estimadores minimax, clases completas, riesgo Bayesiano, equivarianza de Bayes, Bayes jerárquico y empírico, comparaciones de riesgo. Estimadores robustos.
5. Formulación general del problema de test de hipótesis, lema de Neyman-Pearson y test UMP. Test de razón de verosimilitudes. Test insesgados, similaridad y completitud, aplicaciones a tablas de contingencia y comparación de variables binomiales y poisson.
6. Simetría e invarianza, invarianza maximal, test UMP invariantes, insesgamiento e invarianza.
7. Conjuntos de confianza, intervalos de confianza insesgados, intervalos de confianza y familias de test, parámetros molestos, cantidad pivotal, p-valor, test de permutaciones y aleatorización.

## **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por parte del profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos,
- b) la resolución de problemas.

## **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

## **Bibliografía**

1. Keener, R.W. (2010). Theoretical Statistics. Springer, New York.
2. Lehmann, E.L., and Casella, G. (1998). Theory of Point Estimation. Springer, New York.
3. Lehmann, E.L., and Romano, J.P. (2005). Testing Statistical Hypotheses. Springer, New York.
4. Schervish, M.J. (1995). Theory of Statistics. Springer, New York.

## PROGRAMA

Nombre del curso :

**ESTADÍSTICA ASINTÓTICA**

Horas semestrales : 54

Créditos : 10

### Descripción

El curso está orientado como un complemento de las nociones básicas de teoría estadística. Los contenidos presentados a lo largo del curso proveen una justificación apropiada a los resultados aproximados que permiten caracterizar el comportamiento de ciertos estimadores y test de hipótesis de uso común en estadística. Se discute extensiones al contexto multivariado así como para procedimientos más generales de estimación. Se realiza un estudio de la calidad o eficiencia de procedimientos estadísticos.

### Objetivo general

Estudiar el comportamiento de procedimientos estadísticos en muestras grandes.

### Objetivos específicos

1. Comprender los fundamentos que sustentan la teoría de muestras grandes, con motivo de caracterizar el comportamiento asintótico de estimadores, test de hipótesis así como definir regiones de confianza.
2. Complementar el conocimiento adquirido en la disciplina de teoría estadística con la metodología desarrollada en este curso.
3. Entender los supuestos y limitaciones de los procedimientos estadísticos en el contexto de muestras grandes.

### Contenidos

1. Órdenes de magnitud. Convergencia débil y fuerte de estimadores, casos univariado y multivariado, teoremas de Slutsky.
2. Teoremas central del límite para el caso multivariado. El teorema de Cramér-Wold. El teorema de Hájek-Sidak. El método delta y transformaciones estabilizadoras de

- varianza. Extensiones del teorema central del límite para variables aleatorias dependientes.
3. Expansiones asintóticas.
  4. Comportamiento asintótico de las estadísticas de orden y de la función de distribución empírica.
  5. Comportamiento asintótico de los estimadores de máxima verosimilitud y de los obtenidos por el método de los momentos. Eficiencia asintótica.
  6. Comportamiento asintótico de los test de razón de verosimilitudes, de Wald y score.
  7. Métodos de estimación robustos y ecuaciones de estimación.

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por parte del profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos,
- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

### **Bibliografía**

1. Lehmann, E.L. (1999). Elements of Large-Sample Theory. Springer, New York.
2. Ferguson, T.S. (1996). A Course in Large Sample Theory. Chapman and Hall, London.
3. Sen, P.K., Singer, J.M. (1993). Large Sample Methods in Statistics: An Introduction with Applications. Chapman and Hall, London.
4. Serfling, R.J. (1980). Approximation Theorems of Mathematical Statistics. Wiley, New York.
5. van der Vaart, A.W. (1998). Asymptotic Statistics. Cambridge University Press. Cambridge.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

**ESTADÍSTICA ESPACIAL**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

En la primera parte de este curso se estudian los tipos de datos espaciales, la teoría de procesos estacionarios, campos aleatorios y densidad espectral. En la segunda parte del curso se estudia la correlación espacial, el variograma y los modelos paramétricos para éste. Se estudian modelos lineales con varianza espacial y autorregresivos espaciales. En la tercera parte del curso se estudia correlación entre procesos espaciales y una breve introducción a los procesos espacio temporales.

### **Objetivo general**

Estudiar las herramientas de Estadística Espacial de modo sea capaz de aplicar algunos de los modelos de uso más frecuente. Analizar la aplicación de la Geoestadística en el ámbito de la Epidemiología y en el del Medio Ambiente.

### **Objetivos específicos**

- Introducir al alumno en los tipos de problemas en los cuales las técnicas usadas en estadística espacial y geoestadística son aplicables.
- Resolver problemas en clasificación de problemas puntuales en el plano, modelamiento de correlación espacial y predicción espacial (kriging).
- Aplicar extensiones de los modelos usados en regresión y series de tiempo.
- Aplicar la Geoestadística en modelos como Epidemiología y Medio Ambientales.
- Presentar la metodología tanto desde una perspectiva frecuentista como Bayesiana.

### **Contenidos**

1. Tipos de datos espaciales. Datos geoestadísticos, datos definidos sobre grillas rectangulares, patrones puntuales, datos espacio-temporales. Índice de Morán y Geary.

2. Procesos Espaciales. Procesos estocásticos fuertemente estacionarios, débilmente estacionarios e intrínsecamente estacionarios. Ejemplos y contraejemplos. Continuidad espacial y diferenciabilidad. Campos aleatorios en el dominio de la frecuencia. Representación de la convolución, covarianza y densidad espectral. Propiedades de la densidad espectral. Filtros lineales.
3. Correlación Espacial. El variograma y la función de correlación. Existencia de la función de correlación de un proceso. Modelos paramétricos para el variograma, estimación, efecto nugget, rango y alcance. Análisis exploratorio espacial. Procesos isotrópicos y variogramas direccionales.
4. Predicción Espacial. El mejor predictor lineal, el mejor predictor lineal insesgado, kriging simple, ordinario y universal. Transgaussian kriging para distribuciones no simétricas. Kriging para variables binarias. Kriging por bloques.
5. Regresión Espacial. Modelos lineales con covarianza espacial, modelos autorregresivos espaciales, CAR y SAR, estimación, diagnóstico y aplicaciones.
6. Patrones Puntuales. Análisis exploratorio de procesos puntuales, procesos de Poisson homogéneos en el plano, aleatoriedad completa, método del vecino más cercano, índice K de Ripley, estudios de casos.
7. Correlación entre procesos espaciales. Coeficiente de Matheron y coeficiente de Tjostheim, propiedades del coeficiente de codispersión. Estudios de casos y extensiones al caso de grillas no rectangulares. Estimación no paramétrica de la codispersión. Aplicaciones en series de tiempo.
8. Introducción a los procesos espacio-temporales. Definición de un proceso espacio-temporal. Funciones de covarianza separables. Método de la función monótona y método espectral. El semivariograma espacio-temporal. Modelos hierárquicos. Implementación computacional usando estimación Bayesiana.

## **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

## **Evaluación**

- a) Dos pruebas parciales escritas.

- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

### **Bibliografía**

1. Schabenberger, O., Gotway, C. Statistical Methods for Spatial Data Analysis. Chapman & Hall/CRC, L, 2005.
2. Banerjee, S., Carlin, B., and Gelfand, A. Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data. Chapman & Hall/CRC, FL, 2004.
3. Bivand, R. S., Pebesma, E. J., Gómez-Rubio, V. Applied Spatial Data Analysis with R. Springer, 2008.
4. Cressie, N. Statistics for Spatial Data. Wiley, NY, 1993.
5. Diggle, P.J. and Ribeiro, P.J. . Model-based Geostatistics. NY, Springer, 2007.
6. Stein, M. Interpolation of Spatial Data Some Theory of Kriging. Springer, 1999.



## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

**ESTADÍSTICA BAYESIANA**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

En este curso se presentarán las bases y las metodologías recientes de los modelos estadísticos bayesianos, tanto desde un punto de vista teórico como práctico.

### **Objetivo general**

Los objetivos de este curso son familiarizar al alumno con los métodos de estadística

bayesiana, tanto desde el punto de vista de la estadística matemática como desde el punto de vista del modelamiento.

### **Objetivos específicos**

- a) Familiarizar al alumno de una visión de conjunto del paradigma bayesiano, describiendo sus fundamentos y sus métodos más sencillos.
- b) Proporcionar al alumno de los elementos necesarios para la solución de problemas de inferencia estadística desde el punto de vista bayesiano.
- c) Dar énfasis en las aplicaciones.

### **Contenidos**

#### **I Introducción: los principios bayesianos.**

El paradigma bayesiano. Distribuciones condicionales e independencia. Principio de verosimilitud. Distribuciones a priori y a posteriori. Distribuciones impropias.

#### **II Una introducción a la teoría de decisión.**

Evaluando estimadores. Función de pérdida y riesgo. Utilidad. Funciones de pérdida usuales.

#### **III Distribuciones a priori.**

Especificación de probabilidades iniciales. Distribuciones conjugadas y familias exponenciales.

#### **IV Estimación puntual.**

Métodos de inferencia. Modelos de muestreo. Modelo normal. Modelos dinámicos.

#### **V Contraste de hipótesis y estimación por intervalos.**

Estimación por intervalos. Contraste de hipótesis.

#### **VI El cálculo bayesiano.**

Métodos de Monte Carlo. Cadenas de Markov. El algoritmo Metropolis-Hastings. El muestreo de Gibbs.

#### **VII Modelo de regresión lineal.**

El modelo de regresión normal. Análisis conjugado. Distribuciones a priori no informativas. Contraste de hipótesis y estimación por intervalos. Comparación de modelos. Selección de variables.

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

### **Bibliografía**

1. Christian P. Robert, The Bayesian Choice. Springer Verlag, New York; 2nd edition, 2007.
2. Bernardo, J. M. and Smith, A.F.M, Bayesian theory. Wiley, New York, 1994.
3. Christian P. Robert and George Casella, Monte Carlo Statistical Methods. Springer, 2004.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

### **SERIES DE TIEMPO AVANZADAS**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Al aprobar el curso, el alumno será capaz de usar herramientas multivariadas en series de tiempo y aplicar la teoría clásica de series de tiempo no lineales en problemas de interés. También, el alumno estará capacitado para implementar computacionalmente extensiones de los procedimientos estudiados en este curso y proponer variantes de los modelos tratados, especialmente en el ámbito de las series de tiempo financieras.

### **Objetivo general**

Estudiar herramientas multivariadas en series de tiempo y aplicar la teoría clásica de series de tiempo no lineales en problemas de interés.

### **Objetivos específicos**

- Estudiar herramientas multivariadas en series de tiempo.
- Aplicar la teoría clásica de series de tiempo no lineales en problemas aplicados.
- Implementar computacionalmente extensiones de los procedimientos estudiados en este curso.
- Proponer variantes de los modelos tratados, especialmente en el ámbito de las series de tiempo financieras.

### **Contenidos**

1. Series de Tiempo Multivariadas. Procesos estables y estacionarios. Procesos autoregresivos multivariados, función de autocovarianza y autocorrelación, predicciones puntuales y por intervalos, análisis estructural de procesos VAR, causalidad de Granger e instantánea, análisis de respuesta de impulsos. Estimación de Yule-Walker y de máxima verosimilitud de procesos VAR, propiedades asintóticas. Predicciones estimadas y test de causalidad. Selección del orden del proceso y chequeo de los supuestos. Modelos VARMA

2. Cointegración. Procesos integrados y cointegrados. Modelo de corrección de errores. Estimación de mínimos cuadrados y de máxima verosimilitud. Estimación del modelo de corrección de errores con restricciones. Test de causalidad de Granger. Comovimiento entre series de tiempo. Exceso de comovimiento. Implementación computacional y aplicaciones a estudio de casos.
3. Modelos no Lineales. Series de tiempo lineales. Representación de Volterra, representación espectral, test de linealidad. Estimación y diagnóstico de modelos TAR. Procesos ARCH y GARCH, Estimación y propiedades asintóticas del estimador de máxima verosimilitud condicionada, intervalos de confianza usando técnicas de re-muestreo, test para contrastar el efecto ARCH, modelamiento de series de tiempo financieras usando modelos ARCH, volatilidad estocástica. Modelos bilineales, representación Markoviana, estimación y el biaspectro.
4. Series de Tiempo no Paramétricas. Estimación de funciones de regresión, órdenes de convergencia, propiedades asintóticas, modelos parcialmente lineales, selección de las componentes aditivas no lineales. Suavizamiento en el dominio del tiempo, suavizamiento en el espacio de estado. Aplicaciones.

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

### **Bibliografía**

1. Lutkepohl, H. New introduction to Multiple Time Series. Springer, 2005.
2. Fan, J., Yao, Q. Nonlinear Time Series. Springer, 2003.
3. Li, Q., Racine, J. S. Nonparametric Econometrics Theory and Practice. Princeton University Press. 2007.
4. Francq, C., Zakoian, F-M. GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications. Wiley, 2010.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

### **MODELOS LINEALES**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

El propósito de este curso es proveer de una introducción rigurosa a los aspectos básicos de la teoría de estimación lineal y pruebas de hipótesis. A lo largo del curso son desarrollados los pre-requisitos necesarios referentes a la distribución normal multivariada y distribuciones de formas cuadráticas. El curso se plantea como un marco unificador para la inferencia en modelos lineales con un mínimo de suposiciones, discutiendo la conexión de la metodología presentada con técnicas máximo verosímiles sólo en ciertas circunstancias. Algunos tópicos adicionales en los que se realiza un énfasis especial son extensiones al contexto multivariado y a modelos con efectos mixtos.

### **Objetivo general**

Estudiar la teoría de estimación lineal y prueba de hipótesis.

### **Objetivos específicos**

- Estudiar los aspectos básicos de la teoría de estimación lineal y pruebas de hipótesis.
- Estudiar la distribución normal multivariada y distribuciones de formas cuadráticas.
- Aplicar técnicas de estimación de parámetros como estimación máximo verosímiles.
- Estudiar algunos tópicos adicionales en los que se realiza un énfasis especial son extensiones al contexto multivariado y a modelos con efectos mixtos.

### **Contenidos**

#### **1. Introducción**

- 1.1. Vectores aleatorios y matrices.
- 1.2. Distribución normal multivariada.
- 1.3. Distribución de formas cuadráticas.

1.4. Modelo lineal general.

## **2. Estimación y pruebas de hipótesis**

2.1. Identificabilidad y estimabilidad.

2.2. Estimación mínimos cuadrados.

2.3. Estimación insesgada de varianza mínima y teorema de Gauss-Markov.

2.4. Mínimos cuadrados generalizados y máxima verosimilitud.

2.5. Clasificaciones one-way y two-way.

2.6. Hipótesis lineales generales y regiones de confianza.

## **3. Tópicos en modelos lineales**

3.1. Modelo lineal multivariado.

3.2. Modelo lineal con efectos mixtos.

## **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

## **Evaluación**

- I. Dos controles parciales escritos.
- II. Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

## **Bibliografía**

- 1. Christensen, R. (2010). Plane Answers to Complex Questions: The Theory of Linear Models. Springer, New York.
- 2. Eaton, M.L. (2007). Multivariate Statistics: A Vector Space Approach. Lecture Notes Vol. 53. Institute of Mathematical Statistics, Beachwood, Ohio.
- 3. Grob, J. (2003). Linear Regression. Springer, New York.
- 4. Wichura, M.J. (2006). The Coordinate-free Approach to Linear Models. Cambridge University Press, Cambridge.

# PROGRAMA

Nombre del Curso:

## PROCESOS DEBILMENTE DEPENDIENTES

Horas semestrales: 54 horas

Créditos: 10

### **Descripción**

En la primera parte del curso damos algunas herramientas para investigar la dependencia, luego introducimos formalmente la noción de dependencia débil y luego presentamos diversos modelos débilmente dependientes. En la segunda parte se presentan las herramientas que serán usadas para obtener teoremas límites, dos herramientas principales serán detalladas: desigualdades de momentos y argumentos de acoplamiento. En la tercera parte se presentan resultados acerca de la Ley Fuerte de Grandes Números para secuencias débilmente dependientes y algunas aplicaciones para obtener la convergencia casi segura de algoritmos estocásticos considerando ruidos débilmente dependiente, además se establecen resultados del Teorema Central del Límite para secuencias débilmente dependientes. La última parte es dedicada a presentar algunas aplicaciones en estadística.

### **Objetivo general**

El objetivo es desarrollar los principios básicos de la teoría de procesos débilmente dependientes. Proveer al alumno el conocimiento de modelos de dependencia débil y las herramientas para establecer teoremas límites bajo este contexto.

### **Objetivos específicos**

- d) Conocer las nociones básicas de la dependencia débil.
- e) Estudiar modelos de dependencia débil.
- f) Estudiar resultados de teoremas límites en el contexto de dependencia débil.
- g) Estudiar aplicaciones de la teoría de procesos débilmente dependientes en campos como la estadística o econometría.

### **Contenido**

## **PARTE 1**

### **I INTRODUCCIÓN**

1. De la independencia a la dependencia.
2. Mixing
3. Mixingales y NED
4. Asociación
5. Modelos no-mixing.

### **II DEPENDENCIA DÉBIL**

1. Definición
2. Tipos de dependencia débil
3. Medidas proyectivas de dependencia

### **III MODELOS**

1. Shifts de Bernoulli
2. Secuencias markovianas
3. Procesos LARCH
4. Procesos asociados, procesos gaussianos
5. Otros modelos

## **PARTE 2**

### **IV HERRAMIENTAS PARA EL CASO NO CAUSAL**

1. Indicadores de procesos débilmente dependientes
2. Desigualdades de momentos y exponenciales
3. Cumulantes propiedades y desigualdades

### **V HERRAMIENTAS PARA EL CASO CAUSAL**

1. Comparación de resultados
2. Desigualdad de covarianza
3. Acoplamiento
4. Desigualdades de Momentos y exponenciales

### **VI LEY FUERTE DE GRANDES NÚMEROS y APLICACIONES**

1. Algoritmos estocásticos con ruido débilmente dependiente no causal
2. Arreglos triangulares dependientes



3. Regresión lineal

## **VII TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE**

1. Teorema central del límite caso no causal
2. Método de Lindeberg
3. Teorema central del límite caso causal
4. Aplicaciones: convergencia estable, condiciones para secuencias estacionarias, condiciones para arreglos triangulares

## **PARTE 3**

## **V TÓPICOS ESPECIALES**

1. Aplicación en estimación funcional: algunos problemas no paramétricos
2. Aplicación en estimación espectral: periodograma integrado, estimación de Whittle, estimación de la densidad espectral
3. Otras aplicaciones en econometría

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes. Además se reforzará en la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Exposición oral de uno de los tópicos especiales relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones.

### **Bibliografía**

- 1) Jérôme Dedecker, Paul Douchan, Gabriel Lang, José León, Sana Louhichi, Clémentine Prieur. *Weak Dependence with examples and applications*, Lecture Notes in Statistics 190, Springer, 2007.
- 2) Paul Doukhan. *Mixing: Properties and Examples*, Lecture Notes in Statistics 85, Springer-Verlag Berlin, 1994.
- 3) Patrice Bertail, Paul Doukhan, and Philippe Soulier (Editors). *Dependence in Probability and Statistics*, Lecture Notes in Statistics 187, Springer, New York, 2006.

## PROGRAMA

Nombre del Curso :

### ANÁLISIS ESTOCÁSTICO II

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

#### Descripción

En este curso se estudia la teoría de integración estocástica, ecuaciones diferenciales estocásticas (EDEs) y definición de solución débil y fuerte. En una segunda parte se estudia métodos numéricos asociados a soluciones de EDEs y los tipos de convergencia asociadas. En la tercera parte del curso se estudia los semigrupos Markovianos.

#### Objetivo general

Proveer al alumno con una base sólida integración estocástica y ecuaciones diferenciales estocásticas, tanto la teoría de existencia y unicidad como aplicaciones.

#### Objetivos específicos

- Conocer los elementos básicos de la teoría de integración estocástica.
- Estudiar existencia y unicidad de ecuaciones diferenciales estocásticas.
- Conocer aplicaciones de EDE.
- Conocer propiedades de las soluciones de EDEs.
- Conocer métodos numéricos asociados a soluciones de EDEs.
- Estudiar la teoría de semigrupos Markovianos.

#### Contenidos

#### IV Integración Estocástica

1. Estructura de las Martingalas locales
2. La integral estocástica
3. Variación cuadrática
4. Fórmula de Itô
5. Caracterización del Proceso de Poisson y Movimiento Browniano
6. Ecuaciones Diferenciales Estocásticas.

7. Métodos Numéricos de Ecuaciones Diferenciales Estocásticas.
8. Ecuaciones Diferenciales Estocásticas Backward

## **V Procesos Markovianos**

1. La integral de Bochner
2. Generadores y Semigrupos
3. Procesos de Markov

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

La forma de evaluar la asignatura dependerá absolutamente del criterio del profesor.

### **Bibliografía:**

- 1) P. Protter: *Stochastic Integration and Differential Equations*, Springer.
- 2) Y. Karatzas and S. Shreve: *Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer.
- 3) Lecture notes on T. Kurtz's homepage: <http://www.math.wisc.edu/~kurtz/m735.htm>

# PROGRAMA

Nombre del Curso:

## PROCESOS FUERTEMENTE DEPENDIENTES

Horas semestrales: 54 horas

Créditos: 10

### **Descripción**

En la primera parte del curso daremos una introducción a la noción de dependencia, entregando conceptos básicos como mixing, covarianzas y teoremas de convergencia. En el segundo capítulo se dará una introducción a los procesos dependientes. En el Capítulo tres analizaremos procesos fuertemente dependientes en media condicional que incluyen los modelos de larga memoria y movimientos Brownianos fraccionarios, dando énfasis en identificación y estimación. El Capítulo final está orientado a los procesos fuertemente dependientes en varianza condicional, poniendo énfasis en modelos para la volatilidad.

### **Objetivo general**

El objetivo principal es desarrollar los principios básicos de la teoría de procesos dependientes. Proveer al alumno conocimiento de modelos fraccionarios y de volatilidad estocástica.

### **Objetivos específicos**

- h) Conocer los elementos básicos de procesos dependientes.
- i) Estudiar modelos fraccionarios.
- j) Estudiar modelos de volatilidad condicional.

### **Contenidos**

#### **I De la independencia a la dependencia**

1. Condiciones mixing
2. Desigualdades
3. Teoremas límites para procesos mixing
4. Otras condiciones de dependencia débil: Mixingales y NED

5. Asociación
6. Nuevas condiciones de dependencia débil

## **II Introducción a procesos fuertemente dependientes**

1. Ejemplos empíricos
2. Persistencia y antipersistencia
3. Volatilidad y co-volatilidad
4. Estacionariedad de segundo orden
5. Movimiento Browniano
6. Procesos autosimilares

## **III Procesos fuertemente dependientes en media condicional**

1. Procesos gaussianos y de media móvil
2. Procesos integrados
3. Procesos fraccionarios: ARFIMA y fBm
4. Estimación en procesos fraccionarios
5. Limitaciones de los procesos fraccionarios
6. Aplicaciones en Finanzas e Hidrología

## **IV Procesos fuertemente dependientes en varianza condicional**

1. Procesos GARCH/ARCH
2. Procesos de volatilidad estocástica
3. Estructura de dependencia
4. Métodos de estimación
5. Aplicaciones en Finanzas

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas prácticos.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

## **Bibliografia**

- 1) Beran J., Statistics for Long-Memory Processes, New York: Chapman & Hall (1994)
- 2) Brillinger, D., Time Series. Data Analysis and Theory. Holden-Day (1981)
- 3) Doukhan, P., Mixing: Properties and Examples, Lecture Notes in Statistics 85, Springer-Verlag Berlin (1994)
- 4) Doukhan, P., Oppenheim, G., Taqqu, M.S. Long-Range Dependence: Theory and Applications. Birkhauser, Boston. (2003).
- 5) Embrechts P., Maejima M., Selfsimilar Processes. Princeton University Press, Princeton (2002)
- 6) Hall, P., Heyde, C.C., Martingale limit theory and its applications, Academic Press, New York (1980)
- 7) Ibragimov, I.A., Hasminskii, R. Z., Statistical estimation, Asymptotic theory, Applications (1981)
- 8) Palma, W. Long-Memory Time Series: Theory and Methods. Wiley Series in Probability (2007)
- 9) Rao, P. Statistical Inference for Fractional Diffusion Processes, Wiley Series in Probability (2010)
- 10) Rio, E. Théorie asymptotique des processus aléatoires faiblement dépendants, Springer, New York (2000)
- 11) Straumann, D. Estimation in conditionally heteroscedastic time series models, [Lecture Notes in Statistics](#), Vol. 181 (2005)
- 12) Taniguchi, M. y Kakizawa, Y. Asymptotic theory of statistical inference for time series, Springer Series in Syayistics (2000)

## **SISTEMAS DINAMICOS ALEATORIOS**

**Horas semestrales:** 54

### **Descripción**

El curso está orientado a ofrecer los fundamentos de una variedad de temas selectos de la teoría de sistemas dinámicos aleatorios, que abarque a la vez enfoques y resultados clásicos y avances recientes. Se incluyen sistemas a tiempo discreto y tiempo continuo, y tanto la perspectiva trayectorial como fenomenológica de la dinámica estocástica. El curso tiene como pre-requisito un conocimiento básico del análisis estocástico (ecuaciones diferenciales estocásticas y cadenas de Markov) y de la teoría de sistemas dinámicos determinísticos.

### **Objetivo general**

Estudiar temas fundamentales de la teoría clásica y moderna de sistemas dinámicos aleatorios.

### **Objetivos específicos**

1. Comprender los fundamentos que sustentan la teoría de sistemas dinámicos aleatorios.
2. Integrar y complementar el conocimiento previo de análisis estocástico y de dinámica determinística mediante los conceptos y métodos de la teoría de sistemas aleatorios desarrollada en este curso.
3. Entender los supuestos, ventajas, limitaciones y alcance de los modelos y métodos de la teoría de sistemas dinámicos aleatorios.

### **Contenidos**

1. Estabilidad clásica de ecuaciones diferenciales estocásticas: atractores trayectoriales puntuales.
2. Estabilidad fenomenológica de mapas discretos estocásticos y ecuaciones diferenciales estocásticas.
3. Concepto general de sistema dinámico aleatorio. Ciclos. Flujos generados por ecuaciones diferenciales estocásticas y mapas estocásticos discretos.
4. Exponentes de Lyapunov de sistemas dinámicos aleatorios.
5. Dinámica topológica de sistemas dinámicos aleatorios.
6. Bifurcaciones de sistemas dinámicos aleatorios.

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por parte del profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos,

- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

### **Bibliografía**

- L. Arnold (1999). Random dynamical systems. Springer.
- N. Berglund and B. Gentz (2006). Noise-induced phenomena in slow-fast dynamical systems.
- Dinh-Cong 1997- Topological Dynamics of Random Dynamical Systems.
- Hasminskii (1980) Stochastic stability of differential equations.
- Horsthemke & Lefever (2006, 2dn ed). Noise-induced transitions. Theory and applications in Physics, Chemistry, and Biology.
- A. Lasota and M. C. Mackey (1994). Chaos, fractals and noise.
- Kifer 1988 Random perturbations of dynamical systems.
- Mao (1994) Exponential stability of stochastic differential equations.
- Meyn & Tweedy (2005). Markov chains and Stochastic Stability.



## PROGRAMA

Nombre del curso :

### INFERENCIA ESTADÍSTICA EN PROCESOS ESTOCASTICOS

Horas semestrales : 54

Créditos : 10

#### Descripción

Este curso provee de una fundamentación matemática rigurosa para el material esencial de la teoría de inferencia en procesos estocásticos. En la primera parte desarrollaremos la teoría de procesos estocásticos. La segunda parte está relacionada con la función de Verosimilitud y sus teoremas límites. Finalmente en la tercera parte del curso damos algunos ejemplos motivacionales de modelos simples.

#### Objetivo general

Estudiar la teoría de inferencia paramétrica en modelos estocásticos.

#### Objetivos específicos

1. Comprender los fundamentos que sustentan la teoría de procesos estocásticos.
2. Integrar el conocimiento previo de inferencia estadística con la teoría de procesos..
3. Estudiar modelos en los cuales se realice estimación paramétrica.

#### Contenidos

##### Capítulo I: Procesos Estocásticos

1. Introducción
2. Movimiento Browniano
3. Martingalas
4. Semimartingalas.
5. Integración Estocástica
6. Procesos de Variación acotada. Variación cuadrática.

##### Capítulo II: Teoremas Límites

1. Ley de los Grandes Números
2. Teorema Central del Límite
3. Fórmula de Ito.
4. Teorema de Girsanov.

### **Capítulo III: Función de Verosimilitud y teoremas límites**

1. Función de Verosimilitud para procesos con Saltos.
2. Funciones de Verosimilitud para procesos Gaussianos.
3. Quasi verosimilitud para semimartingalas.

### **Capítulo IV: Algunos Modelos Estocásticos**

1. Modelo de Black-Scholes
2. Modelo de Ornstein-Uhlenbeck.
3. Modelo de Cox-Ingersoll-Ross.
4. Modelo Logístico

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por parte del profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos,
- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

- a) Dos controles parciales escritos.
- b) Trabajo escrito en el cual se desarrolle un tópico especial relacionado con los temas del curso que le será asignado por el profesor. Este trabajo de exposición escrita involucrará consultas bibliográficas (libros y artículos) y desarrollo de aplicaciones y problemas.

### **Bibliografía**

1. N. U. Prabhu (1990) Statistical Inference in Stochastic Processes (Probability: Pure and applied).
2. M.M. Rao (2000) Stochastic Processes: Inference Theory Mathematics and its Applications). Kluwer Academics Publisher.

3. P. Rao (1999) Semimartingales and their Statistical Inference. Monographs on Statistics and Applied Probability. 83. Chapman and Hall.
4. S. M. Iacus (2008) Simulation and Inference for Stochastic Differential Equations. Springer.
5. Yu. A. Kutoyants (1984) [Parameter Estimation for Stochastic Processes](#), Heldermann, Berlin.
6. Yu A. Kutoyants (2004) [Statistical Inference for Ergodic Diffusion Processes](#), Springer Series in Statistics, London.
7. J. Bishwal (2008) Parameter estimation in Stochastic Differential Equations. Lecture Notes in Mathematics 1923. Springer – Verlag Berlin Heidelberg.

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

### **MODELOS ESTOCÁSTICOS EN FINANZAS**

Horas semestrales : 54 horas

Créditos : 10 créditos

#### **Descripción**

En este curso se estudia en una primera una introducción a los modelos simples en finanzas. Modelos de opciones y fórmula de Black and Scholes. En la segunda parte estudiamos el Movimiento Browniano y las Ecuaciones Diferenciales Estocásticas con una pequeña introducción a las Ecuaciones del tipo Backward. Finalmente en la tercera parte nos centramos en modelos de tasas de interés, opciones, dando algunos conceptos de simulación y algoritmos computacionales.

#### **Objetivo general**

Proveer al alumno con una base sólida sobre modelamiento estocástico con aplicaciones en Finanzas.

#### **Objetivos específicos**

- Conocer los elementos básicos de la teoría de finanzas.
- Estudiar existencia y unicidad de ecuaciones diferenciales estocásticas.
- Conocer aplicaciones y propiedades de las soluciones de EDEs.
- Estudiar modelos de tasas de interés y opciones.
- Realizar algoritmos computacionales para simular modelos en finanzas.

#### **Contenidos**

##### **I Introducción**

1. Derivados, contratos futuros. Mercados, precios, arbitrage y cobertura.
2. Mercados completos, riesgo.
3. Modelos en Finanzas a tiempo discreto.

4. Modelos Binomiales.
5. Parada Óptima.
6. Opciones Europeas y Americanas.

## **II Movimiento Browniano y Ecuaciones Diferenciales Estocásticas**

1. Movimiento Browniano
2. Ecuaciones Diferenciales Estocásticas
3. Métodos Numéricos para EDE
4. Modelo de Black-Scholes
5. Opciones y Ecuaciones en derivadas parciales.

## **II Modelos en Finanzas**

1. Modelo de Black-Scholes.
2. Modelos de tasas de interés.
3. Simulación y algoritmos computacionales.

### **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

### **Evaluación**

La forma de evaluar la asignatura dependerá absolutamente del criterio del profesor.

### **Bibliografía:**

- 1) John Hull, (2008). Options, futures and other derivatives, ( International 7<sup>th</sup> Edn), Prentice Hall.
- 2) M.Baxter and A.Rennie, (1996). Financial Calculus, Cambridge University Press.
- 3) N.Bingham and R.Keisel , (1998). Risk-Neutral Valuation, Springer.

- 4) D. Lamberton and . Lapeyre. (2007) Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance. (Chapman & Hall/CRC Financial Mathematics Series).
- 5) S. E. Shreve **(2004)** Stochastic Calculus for Finance II: Continuous-Time Models (Springer Finance) (v. 2)
- 6) S.E. Shreve (2005) (Stochastic Calculus for Finance I: The Binomial Asset Pricing Model (Springer Finance) .
- 7) M. Baxter and A. Rennie (1996) Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing.
- 8) B: Oksendal (2010) Stochastic Differential Equations: An Introduction with Applications (Universitext).
- 9) P. Glasserman (2003) Monte Carlo Methods in Financial Engineering (Stochastic Modelling and Applied Probability) (v. 53)
- 10) T: Mikosch (1999) Elementary Stochastic Calculus With Finance in View (Advanced Series on Statistical Science & Applied Probability, Vol 6) (Advanced Series on Statistical Science and Applied Probability)

## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

### **MATRICES ALEATORIAS LIBRES**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

#### **Descripción**

El curso contiene elementos básicos de combinatoria, teoría de matrices, grupos, espacios de operadores destinados a alumnos familiarizados con teoría de la probabilidad.

#### **Objetivo general**

Entregar a los alumnos herramientas de combinatoria algebraica y teoría de operadores necesarias para trabajar en teoría de matrices aleatorias; especialmente con vistas a desarrollar probabilidad no conmutativa.

#### **Objetivos específicos**

Introducir a los alumnos en el estudio de probabilidad libre o no-conmutativa.

#### **Contenidos**

1. Matrices de Wigner reales: trazas, momentos y combinatoria. La distribución semicircular, números de Catalan y caminos de Dick. Valores propios maximales y enumeración de Furedi-Komlós. Teoremas centrales del límite por momentos. Matrices de Wigner complejas
2. Productos libres: álgebras unitarias, espacios de Hilbert, representaciones y estados.
3. Variables aleatorias libres en teoría de probabilidad no-conmutativa: espacios de probabilidad no-conmutativos, variables aleatorias en espacios no-conmutativos, independencia y libertad, análogo de un proceso Gaussiano.

4. Análisis armónico libre: Convolución aditiva libre, la R-transformada, teoría de funciones analíticas para la R-transformada, Teorema Central del Límite, convolución multiplicativa libre, productos libres con amalgamas.

### **Metodología**

Se dictarán 3 horas de clases semanales. Se trabajará en base a la bibliografía, y los alumnos deberían exponer durante el último mes de clase.

### **Evaluación**

Constará de un examen al final del semestre y de un trabajo a presentar durante el transcurso del mismo, que deberea ser expuesto en clase. Para aprobar el curso los alumnos deberán obtener al menos un puntaje de 5.

### **Bibliografía**

1. G. Anderson, A. Guionnet and O. Zeitouni, An introduction to random matrices, Cambridge Studies in Advanced Mathematics. 118, 2010.
2. K. Dykema, A. Nica and D. Voiculescu, Free Random Variables, CRM Monographs Series Vol 1, American Math. Soc.
3. Nica, Lectures in the combinatorics of free probability, London math. Lecture Notes Series 335.



## **PROGRAMA**

Nombre del Curso :

### **ANÁLISIS ESTOCÁSTICO I**

Horas semestrales : 54 horas (2 Cátedras semanales)

Créditos : 10 créditos transferibles

### **Descripción**

Este curso es una introducción al Análisis Estocástico. En una primera parte se estudia la teoría general de Procesos Estocásticos: Definición formal de proceso estocástico. Procesos Opcionales y previsibles. Tiempos de Parada. En la segunda parte se estudia Martingalas y cuasimartingalas. Teoremas de convergencia. Teorema de Doob. Teorema de la descomposición de Doob-Meyer. En la tercera parte se trabajan los siguientes temas: Proyecciones Opcionales y Previsibles, Procesos Crecientes, Proyecciones Duales y el Teorema de Descomposición de Supermartingalas.

### **Objetivo general**

Proveer al alumno con una base sólida de la teoría general de Procesos Estocásticos.

### **Objetivos específicos**

- a) Conocer los elementos básicos de la teoría de Procesos Estocásticos.
- b) Estudiar la Teoría de Martingalas.
- c) Estudiar el Teorema de Descomposición de Supermartingalas.

### **Contenidos**

#### **I Filtraciones y Tiempos de Parada**

- 1. Bases Estocásticas y Procesos
- 2. Procesos Opcionales y Previsibles
- 3. Tiempos de Parada

## **II Elementos de Martingalas**

1. Generalidades y Ejemplos
2. Martingalas de Tiempo Discreto
3. Desigualdades de Doob
4. Martingalas de Tiempo Continuo

## **III Teoremas de Proyección**

1. Proyecciones Opcionales y Previsibles
2. Procesos Crecientes
3. Integración respecto de un Proceso Creciente
4. Proyecciones Duales
5. El Teorema de Descomposición de Supermartingalas

## **Metodología**

La dinámica central del curso estará centrada en la exposición sistemática de los temas por el profesor (clases presenciales) y en la participación de los estudiantes.

Además se reforzará en:

- a) la discusión de los resultados teóricos, su interpretación y ejemplos
- b) la resolución de problemas.

## **Evaluación**

La forma de evaluar la asignatura dependerá absolutamente del criterio del profesor.

## **Bibliografía**

1. Dellacherie et Meyer. Probabilités et Potentiel. Vol. I y II. Herman París 1980.
2. Karatzas and Shreve. Brownian Motion and Stochastic Calculus. Springer Verlag New York 1988.
3. Kuo, H., Introduction to Stochastic Integration. Springer, 2006.
4. Kussmaul A.U. Stochastic Integration and Generalized Martingales.
5. Stroock y Varadhan. Multidimensional Difusión Processes. Springer Verlag New York.