Projekt 1 STP
Adam Misiak 310204

Zadanie 25

Proces dynamiczny opisany jest transmitancją ciągłą:

$$G(s) = \frac{(s+0,5)\,(s+5,5)}{(s+6)\,(s+7)\,(s+8)} \tag{1}$$

Po wymnożeniu nawiasów transmitancja G(s) opisana jest wzorem (2)

$$G(s) = \frac{4\,s^2+24\,s+11}{4\,s^3+84\,s^2+584\,s+1344} \tag{2}$$

1) Wyznaczyć dwie wersje modeli ciągłych w przestrzeni stanu.

Do wyznaczenia pierwszego modelu ciągłego w przestrzeni stanu używam polecenia **tf2ss** w następujący sposób:

```
[A, B, C, D] = tf2ss([0 4 24 11], [4 84 584 1344])
```

Otrzymane w ten sposób macierze **A**, **B**, **C** oraz **D** są elementem równań w przestrzeni stanu:

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$$
$$y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u$$

Otrzymane macierze to:

$$\mathbf{A_1} = \begin{bmatrix} -21 & -146 & -336 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C_1} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2,75 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D_1} = 0$$

Do wyznaczenia macierzy drugiego modelu ciągłego w przestrzeni stanu należy przekształcić otrzymane wcześniej macierze w następujący sposób:

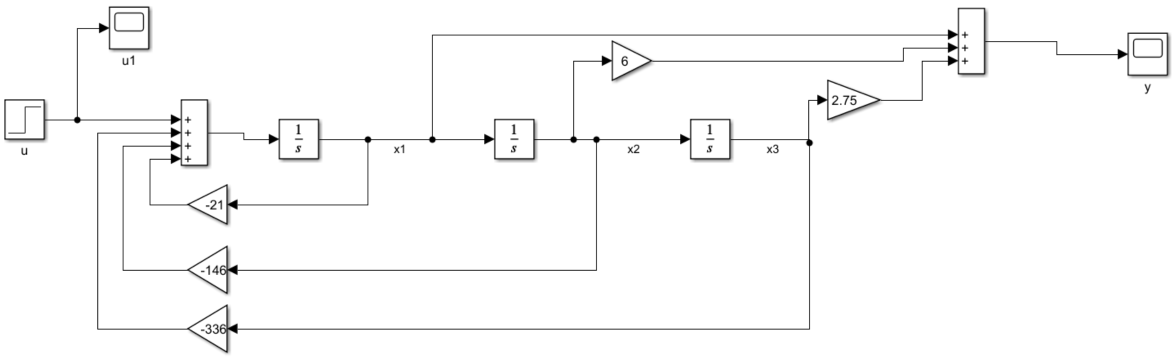
$$\mathbf{A_2} = \mathbf{A_1^T} \qquad \mathbf{B_2} = \mathbf{C_1^T} \qquad \mathbf{C_2} = \mathbf{B_1^T} \qquad \mathbf{D_2} = \mathbf{D_1^T}$$

Otrzymane w ten sposób macierze to:

$$\mathbf{A_2} = \begin{bmatrix} -21 & 1 & 0 \\ -146 & 0 & 1 \\ -336 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \\ 2{,}75 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{C_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{D_2} = 0$$

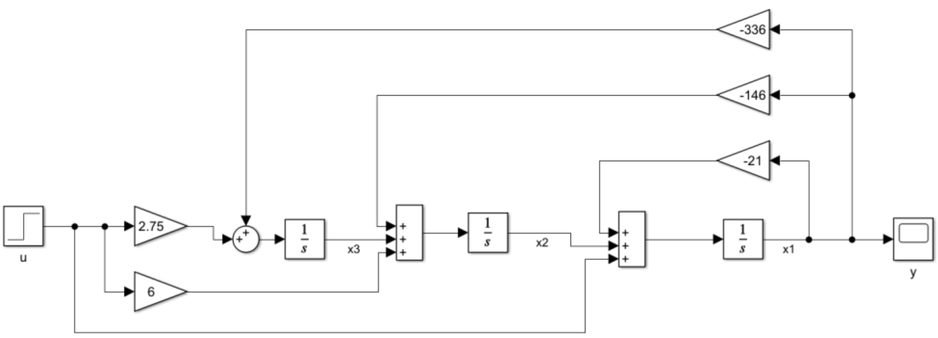
Modele graficzne:

Pierwszy model w przestrzeni stanu na rys. 1



Rys 1. Przedstawienie graficzne pierwszego modelu w przestrzeni stanu obrazujący stan pliku uklad1.slx

Drugi model w przestrzeni stanu na rys. 2

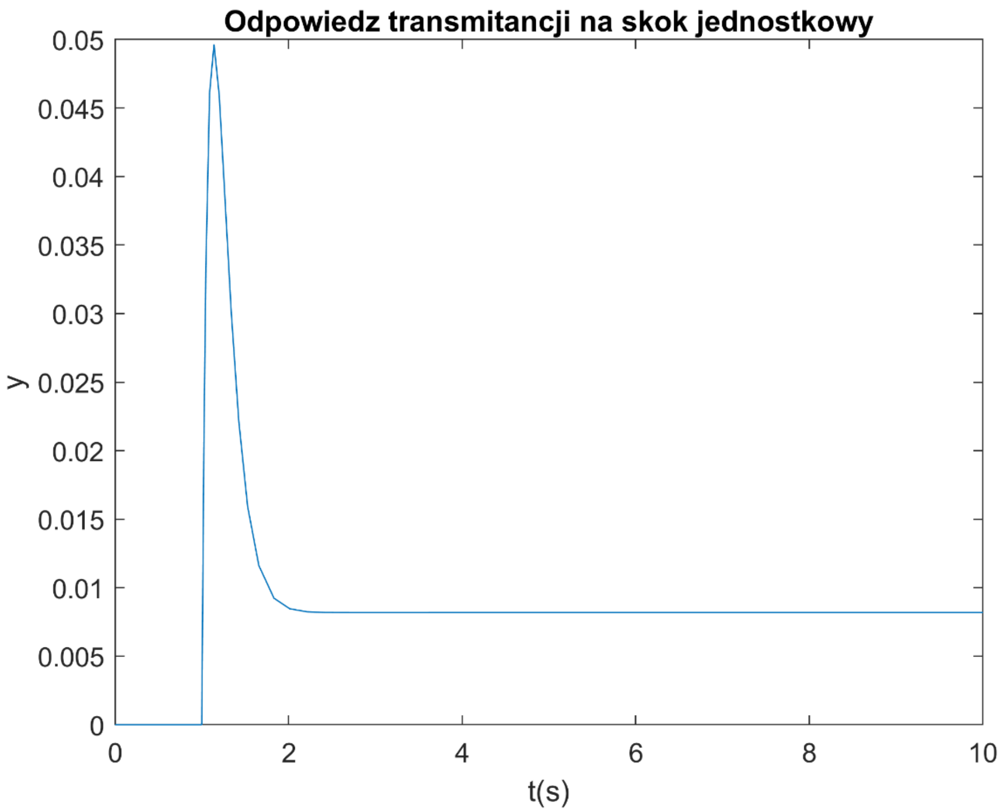


Rys 2. Przedstawienie graficzne drugiego modelu w przestrzeni stanu obrazujący stan pliku uklad2.slx

2) Porównanie odpowiedzi skokowe transmitancji obu modeli w przestrzeni stanu.

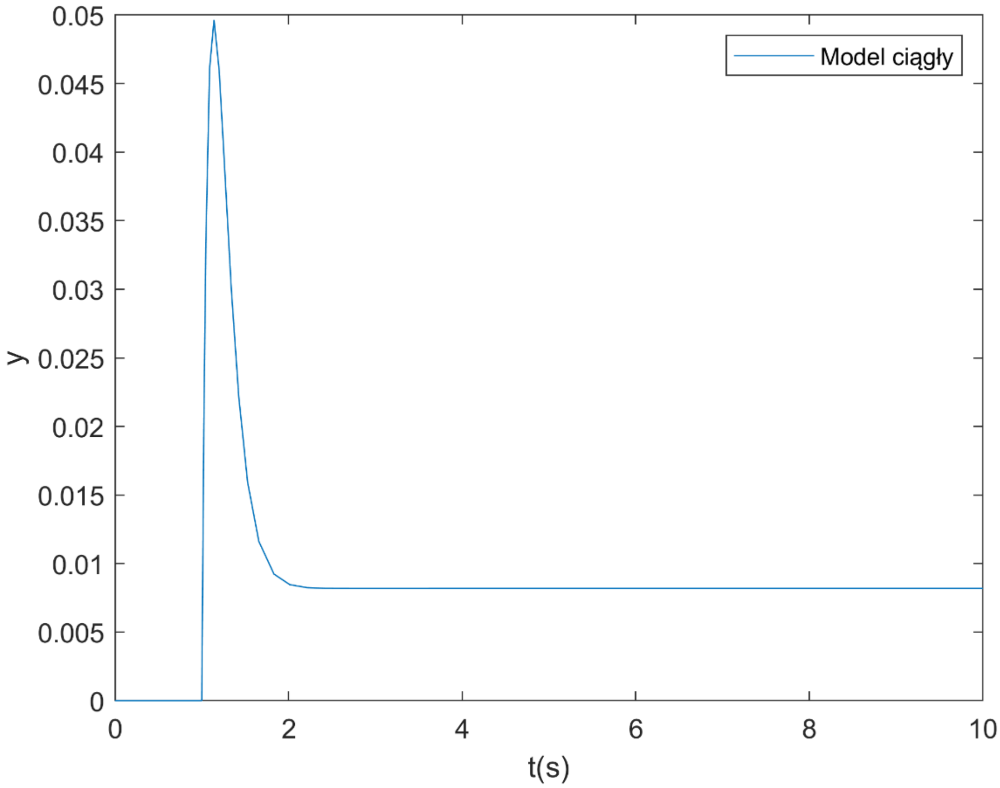
Zerowe warunki początkowe:

Odpowiedź skokowa transmitancji:



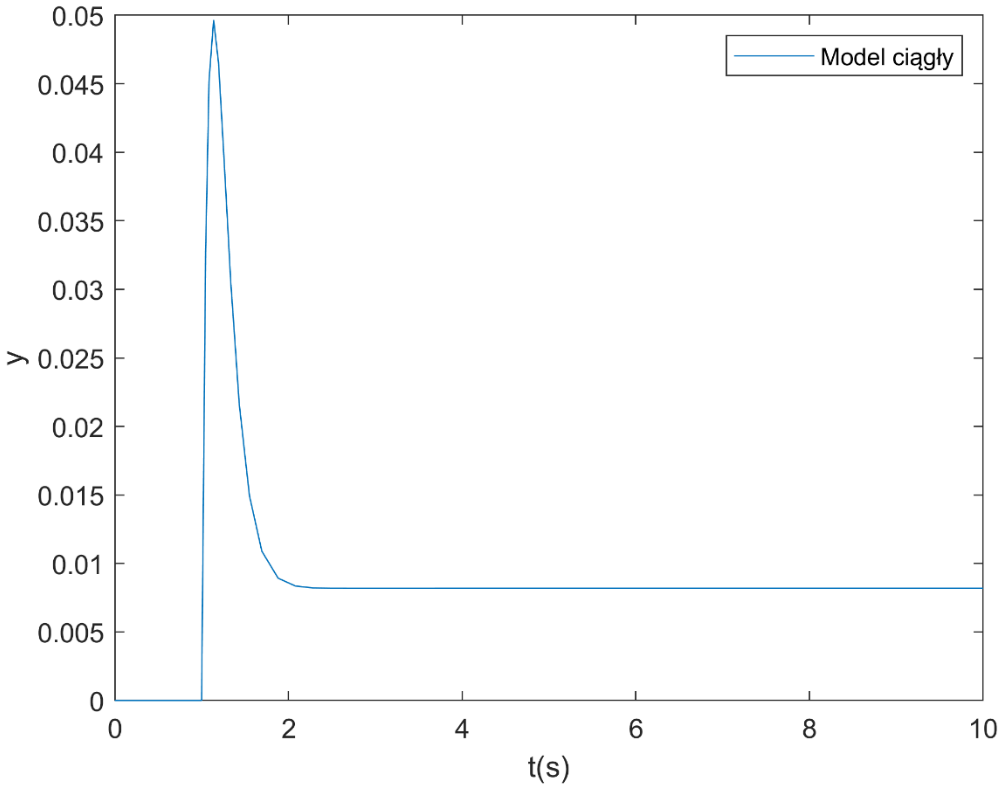
Rys. t1 Odpowiedź skokowa transmitancji (plik: transmitancja1.slx)

Odpowiedź skokowa modelu pierwszego



Rys 3. Odpowiedź skokowa transmitancji z modelu pierwszego

Odpowiedź skokowa modelu drugiego rys 4.

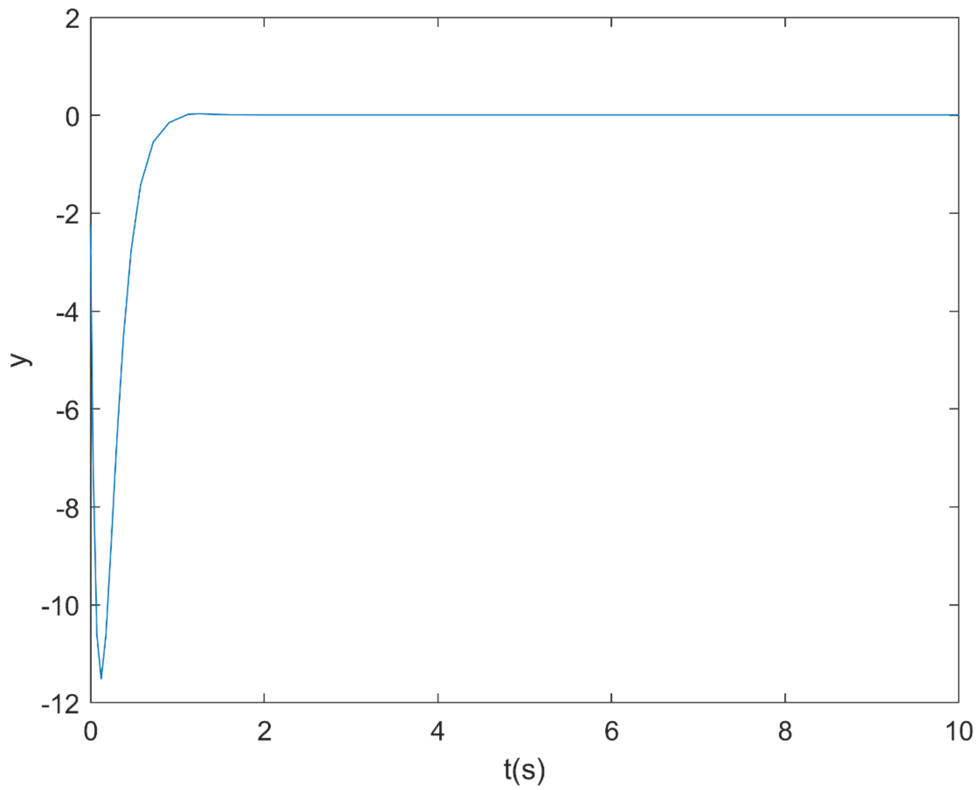


Rys 4. Odpowiedź skokowa transmitancji z modelu drugiego

Niezerowe warunki początkowe:

Odpowiedź skokowa modelu pierwszego rys 5.

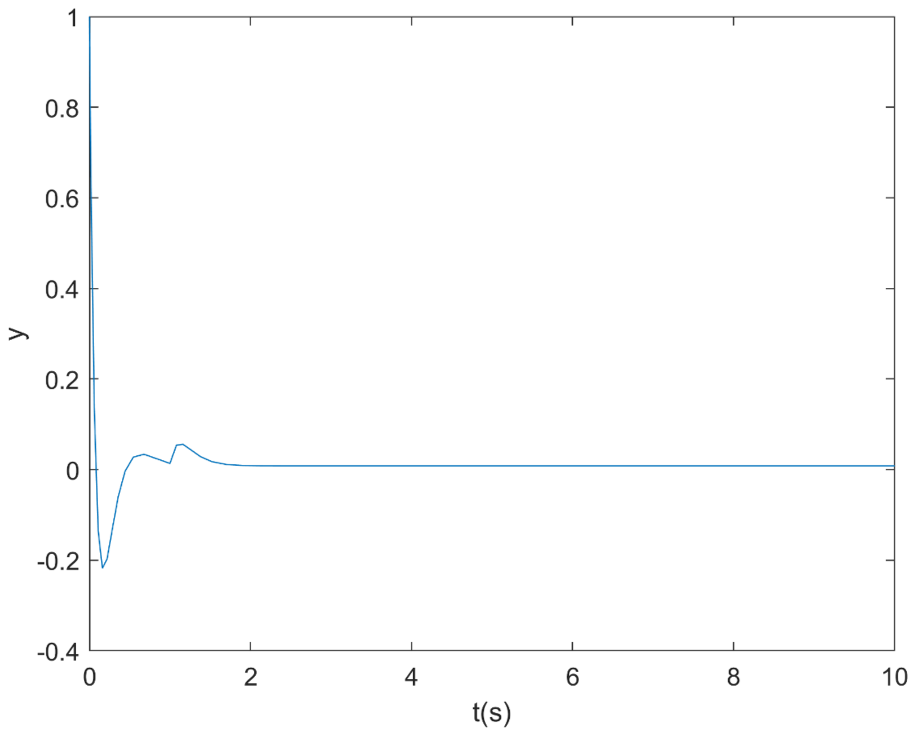
Warunki początkowe x = [1, -1, 1]



Rys 5. Odpowiedź skokowa transmitancji z modelu pierwszego przy niezerowych warunkach początkowych

Odpowiedź skokowa modelu drugiego rys 6.

Warunki początkowe x = [1, -1, 1]



Rys 6. Odpowiedź skokowa transmitancji z modelu pierwszego przy niezerowych warunkach początkowych

Wnioski:
Jak widać odpowiedzi w przypadku zerowych warunków początkowych są jednakowe, jednakże przy niezerowych warunkach początkowych nie są one jednakowe.
Oba układy mają taką samą transmitancję, a zakłada one zerowe warunki początkowe, dlatego wtedy przebiegi są identyczne.
Nie wyklucza to jednak różnic w odpowiedzi układów dla niezerowych warunków początkowych

Dalsze badania przeprowadzam dla pierwszej wersji modelu ciągłego w przestrzeni stanu.

3) Regulator ze sprzężeniem od stanu o potrójnym biegunie układu zamkniętego.

Wyznaczanie symboliczne zależności elementów wektora K od wartości s_b.

Do wyznaczenia elementów wektora k wykorzystam równania charakterystyczne układu zamkniętego:

1) det(sI – A +Bk) = 0

2) $(s - s_b)^3 = 0$

W wyniku otrzymałem wartości macierzy k:

$k_1 = -3 \cdot s_b - 21$

$k_2 = 3 \cdot s_b^2 - 146$

$k_3 = -s_b^3 - 336$

Sprawdzenie numeryczne dla 3 przykładowych wartości s_b za pomocą funkcji:

```
acker(A, B, [sb sb sb])
```

$S_b = -1$

$k_1 = -18$ $k_2 = -143$ $k_3 = -335$

$S_b = -3$

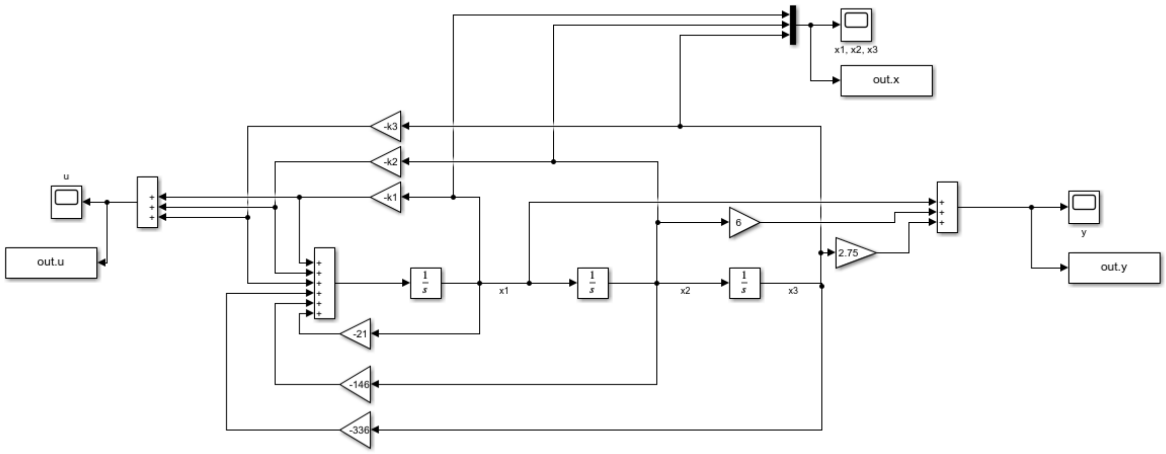
$k_1 = -12$ $k_2 = -119$ $k_3 = -309$

$S_b = -7$

$k_1 = -0$ $k_2 = 1$ $k_3 = 7$

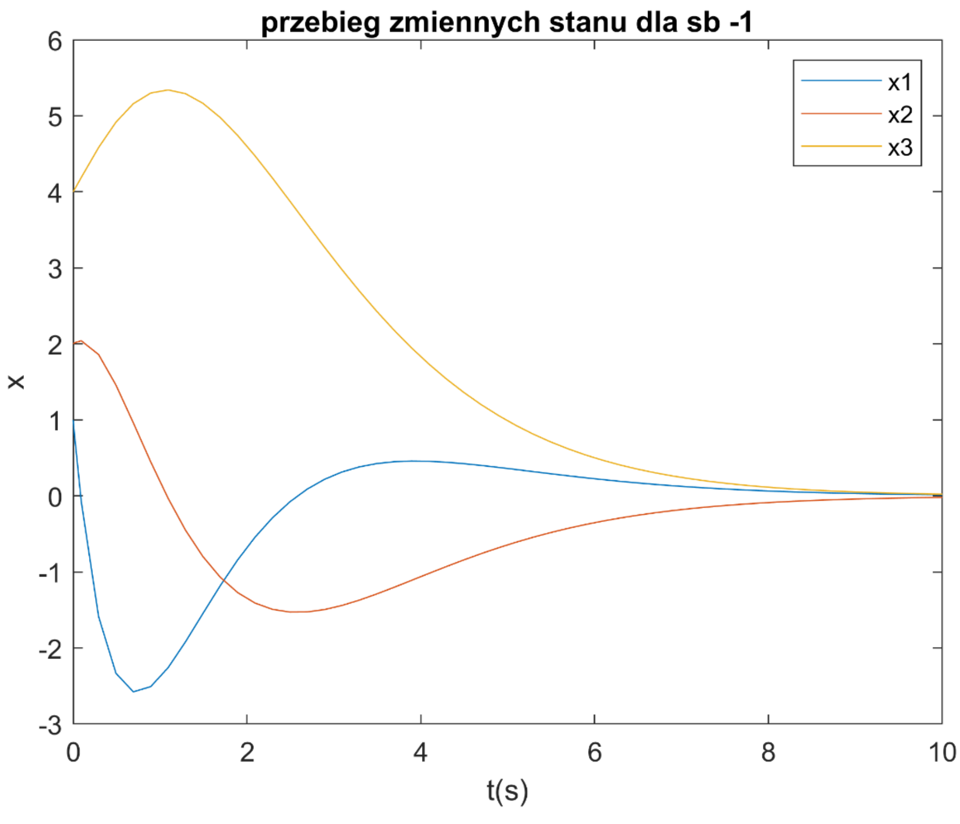
4) Przeprowadzić symulację obiektu z regulatorem ze sprzężeniem od stanu (do powtórzenia)

Regulator ze sprzężeniem od stanu



Rys 7. Układ z regulatorem ze sprzężeniem od stanu, plik reg_ze_sp_od_stanu.slx

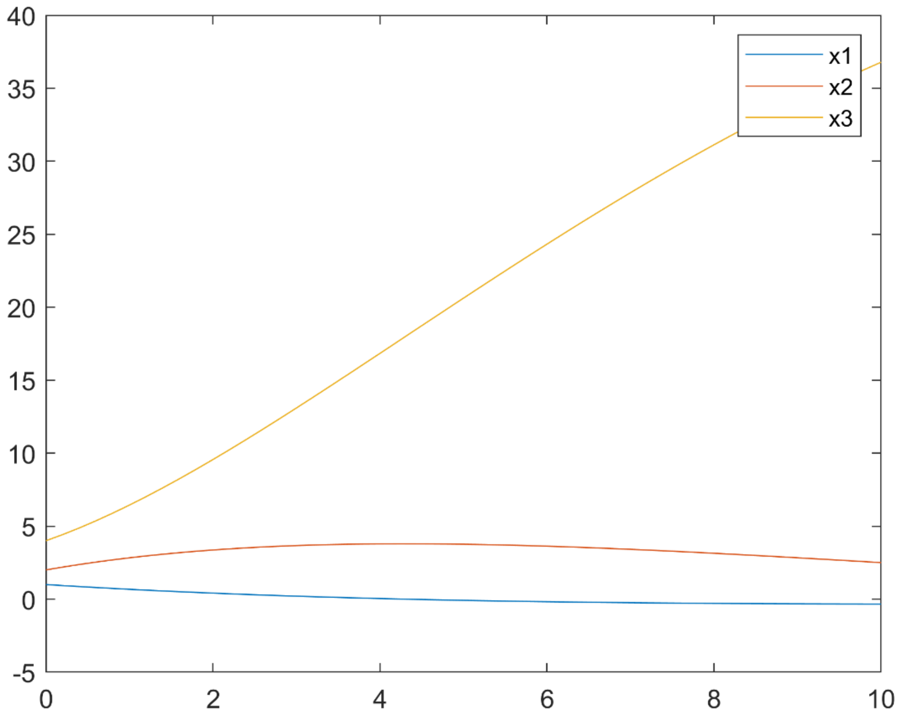
Przebiegi dla bieguna $s_b = -1$



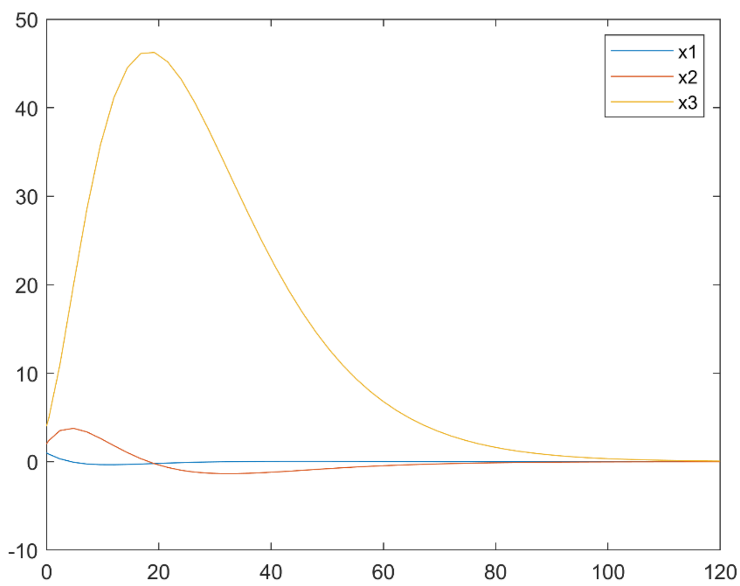
Rys 8. Przebiegi zmiennych stanu dla $s_b = -1$

Przebiegi zmiennych stanu oraz sterowania dla trzech rodzajów biegunów s_b:
Jako sensowny czas regulacji wybieram 10 sekund

Przebiegi dla bieguna wolnego s_b = -0,1

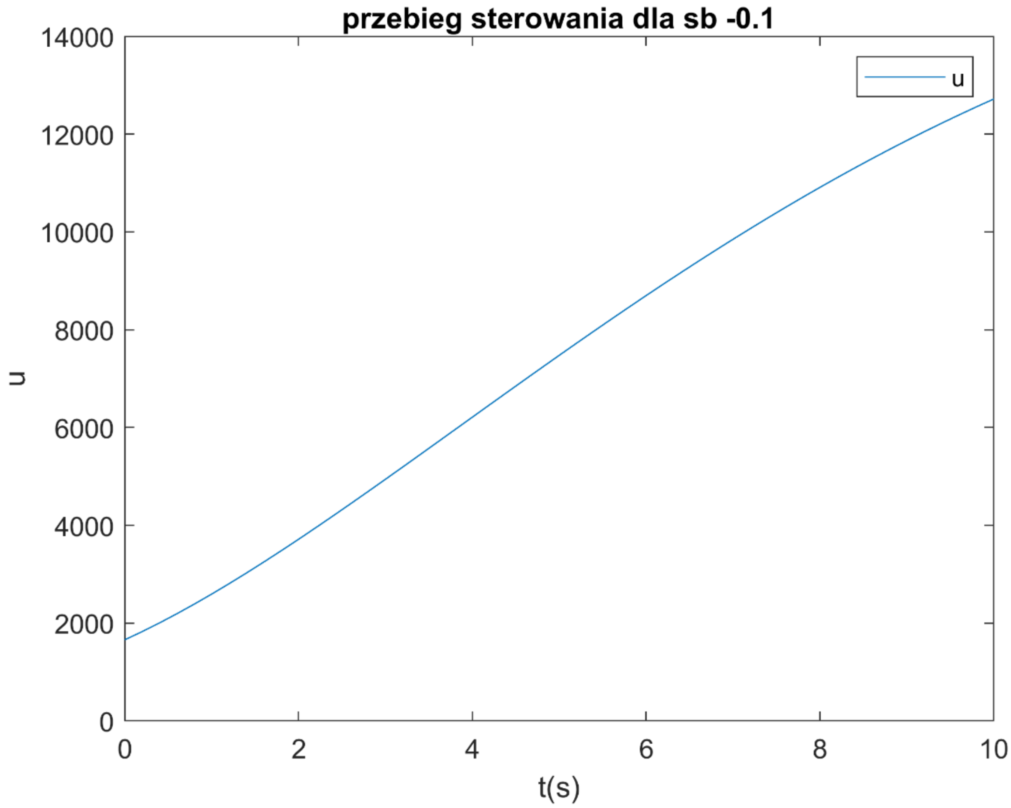


Rys 9a. Przebieg zmiennych stanu dla bieguna wolnego

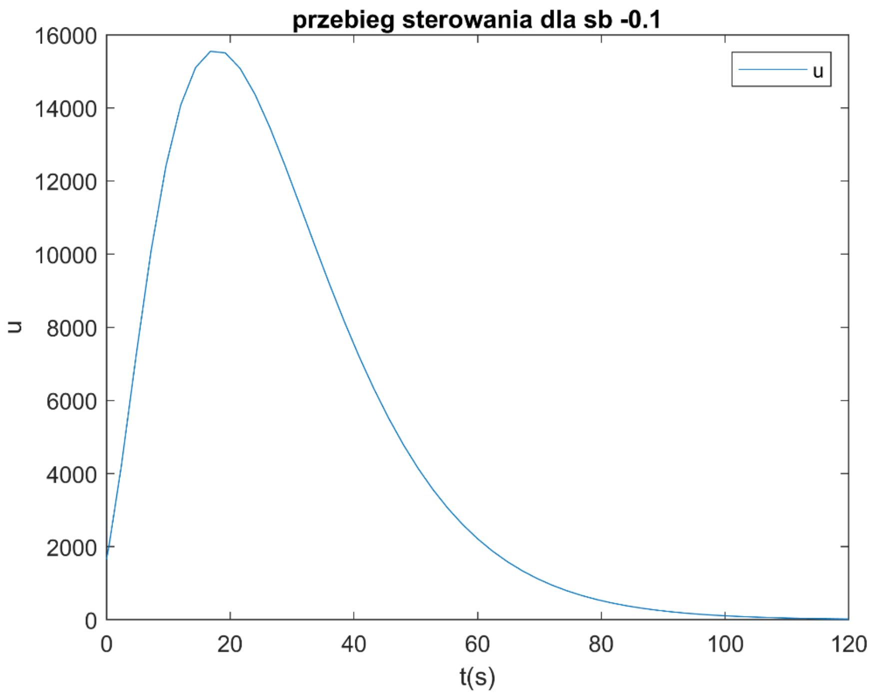


(Poglądowy przebieg dla pełnego czasu regulacji układu z wolnym biegunem)

Przebieg sterowania dla bieguna wolnego s_b = -0,1

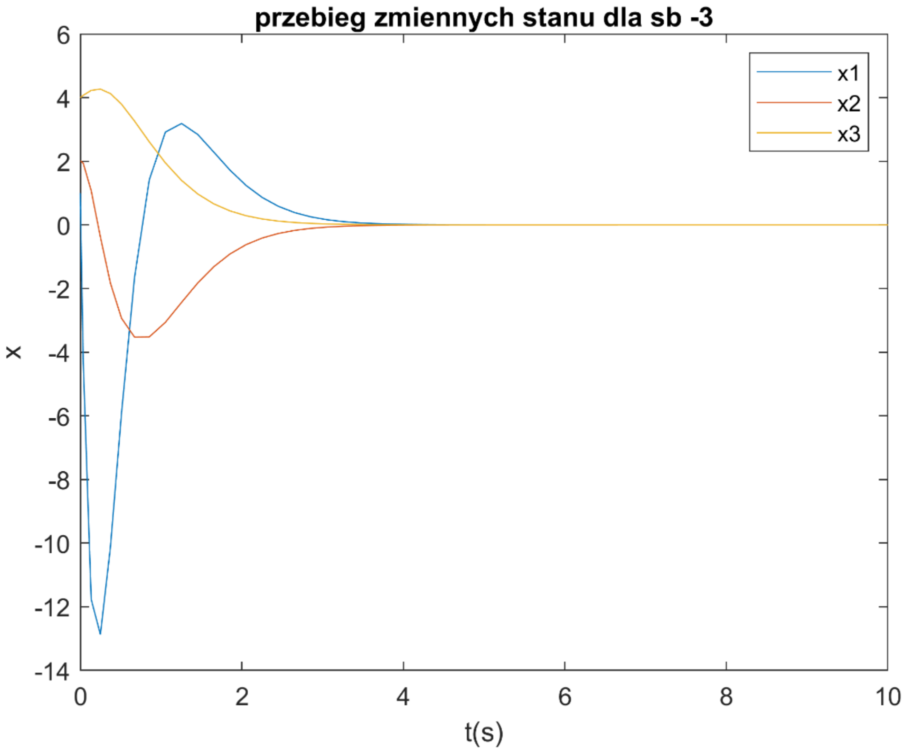


Rys 9b. Przebieg sterowania dla bieguna wolnego



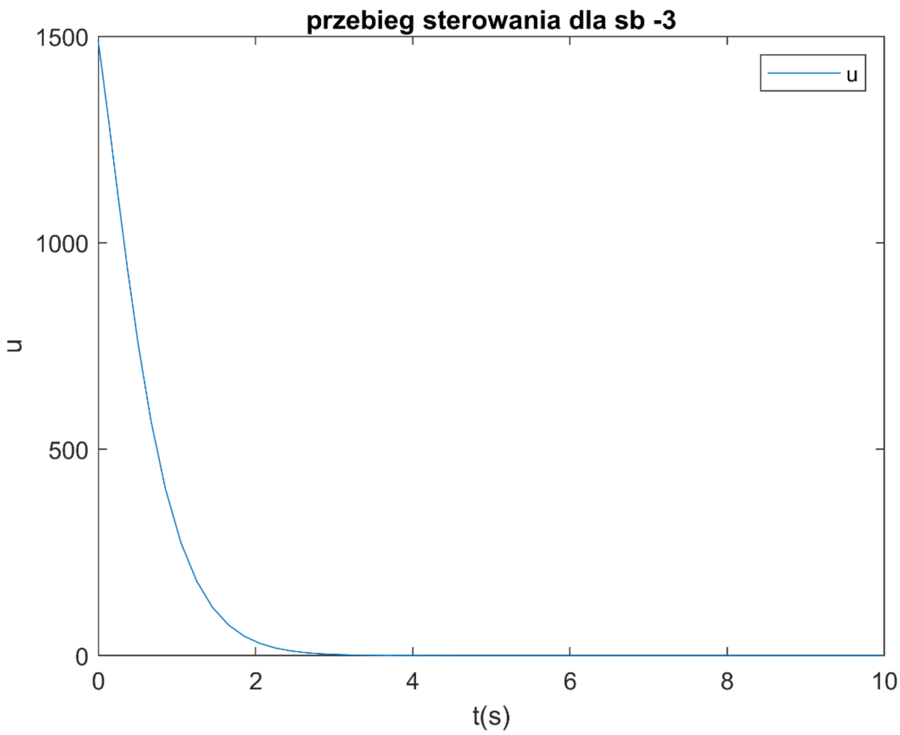
(Poglądowy przebieg dla pełnego czasu regulacji układu z wolnym biegunem)

Przebiegi dla bieguna średniego s_b = -3



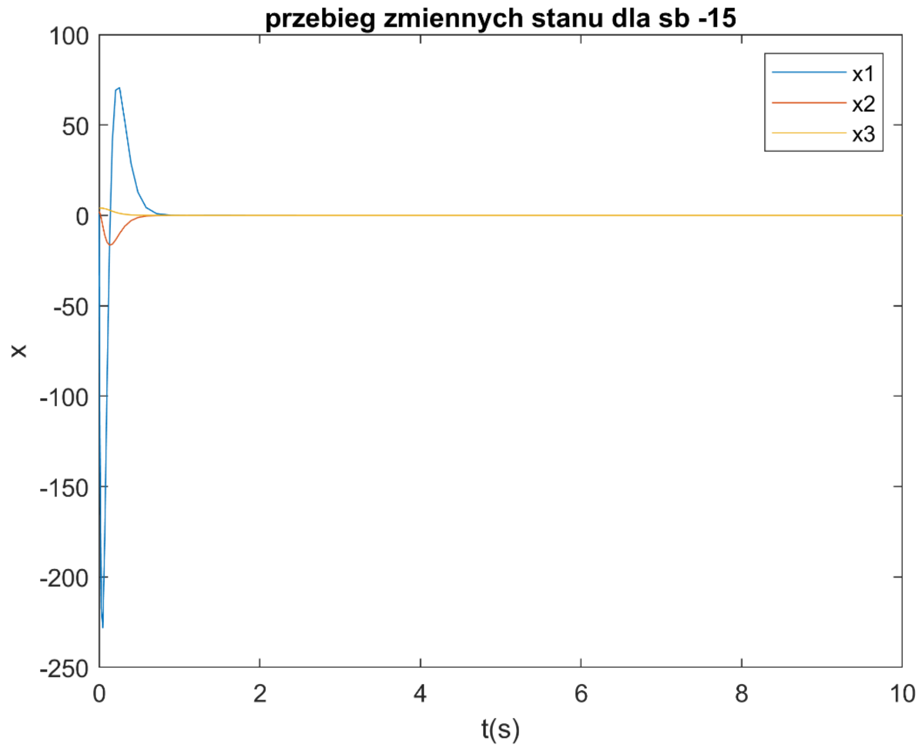
Rys 10a. Przebieg zmiennych stanu dla bieguna średniego

Przebieg sterowania dla bieguna średniego s_b = -3



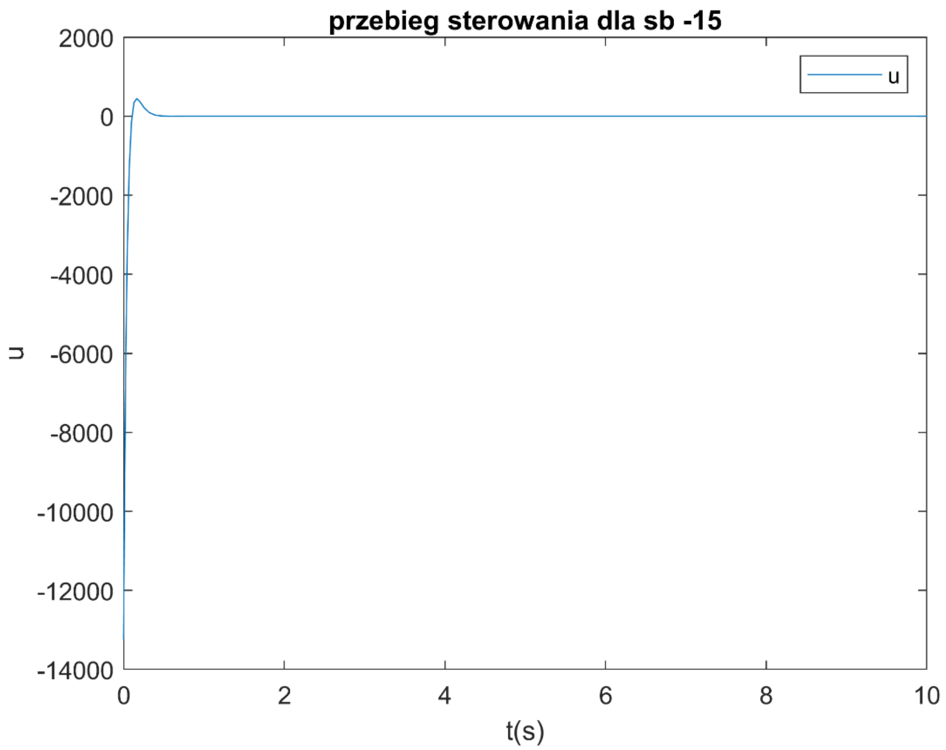
Rys 10b. Przebieg sterowania dla bieguna średniego

Przebiegi dla bieguna szybkiego s_b = -15



Rys 11a. Przebieg zmiennych stanu dla bieguna szybkiego

Przebieg sterowania dla bieguna szybkiego s_b = -15



Rys 11b. Przebieg sterowania dla bieguna szybkiego

Ocena jakości regulacji:

Biegun wolny przedstawiony na **Rys. 9** miał najwolniejszy czas regulacji wynoszący 100 sekund. Przebiegi zmiennych stanu stanowczo odbiegały od wartości początkowych.

Biegun średni przedstawiony na **Rys. 10** miał akceptowalny czas regulacji wynoszący 4 sekundy. Przebiegi zmiennych stanu nie odbiegały znacząco od wartości początkowych.

Biegun szybki przedstawiony na **Rys. 11** miał najszybszy czas regulacji wynoszący 1 sekundę. Przebiegi zmiennych stanu stanowczo odbiegały od wartości początkowych.

Pod względem sterowania pozytywnie wyróżniał się biegun średni, dla zarówno bieguna szybkiego oraz wolnego sterowanie sięgało wartości rzędu 10^5, gdy dla bieguna średniego maksymalna wartość to „tylko” 1500.

Ze względu na akceptowalny czas regulacji oraz brak znaczącego odbiegania wartości zmiennych stanu od wartości początkowych jako zapewniający kompromis między szybkością regulacji a jej jakością wybieram regulator z **średnim biegunem s_b = -3**.

5) Wyprowadzenie równać obserwatora pełnego rzędu o potrójnym biegunie s_o.

Równanie wyprowadzam z równań charakterystycznych obserwatora

1) $\det(sI - A + LC) = 0$
2) $(s-s_o)^3 = 0$

Otrzymałem wartości macierzy L w zależności od wartości bieguna s_o:

$$L_1 = -\frac{34604\,so^3}{10725} - \frac{190332\,so^2}{3575} - \frac{1057556\,so}{3575} - \frac{2015716}{3575}$$

$$L_2 = \frac{2096\,so^3}{3575} + \frac{34604\,so^2}{3575} + \frac{190332\,so}{3575} + \frac{1057556}{10725}$$

$$L_3 = -\frac{1136\,so^3}{10725} - \frac{6288\,so^2}{3575} - \frac{34604\,so}{3575} - \frac{63444}{3575}$$

Następnie sprawdziłem rozwiązanie numeryczne podstawiając jako $s_o = -1$

$L_1 = -318.03$ $L_2 = 54.4600$ $L_3 = -9.7201$

Takie same wartości otrzymałem wyliczając wartości elementów wektora L za pomocą polecenia

```
L = acker(A',C',[so so so])
```

Ogólny wzór na obliczenie równań obserwatora:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t))$$

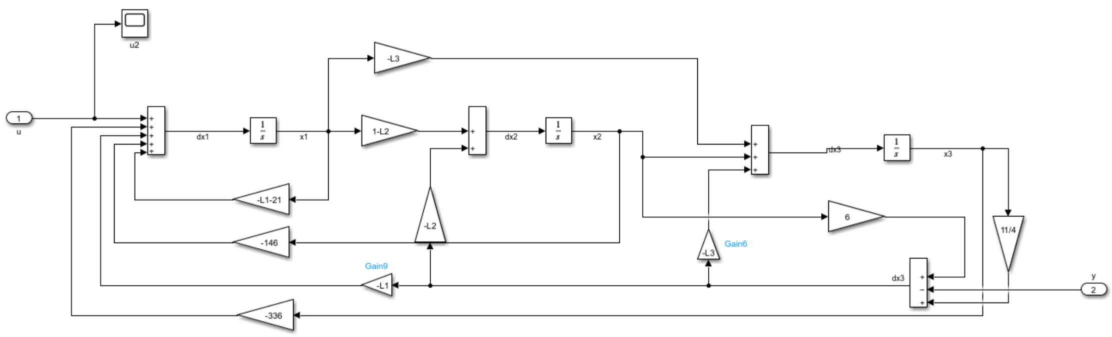
Równania obserwatora pełnego rzędu:

$$\frac{dx_1}{dt} = (-L_1 - 21)\, x_1 + u - 146\, x_2 - 336\, x_3 - L_1 \left(6\, x_2 + \frac{11\, x_3}{4} - y\right)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = (1 - L_2)\, x_1 - L_2 \left(6\, x_2 + \frac{11\, x_3}{4} - y\right)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = (-L_3)\, x_1 + x_2 - L_3 \left(6\, x_2 + \frac{11\, x_3}{4} - y\right)$$

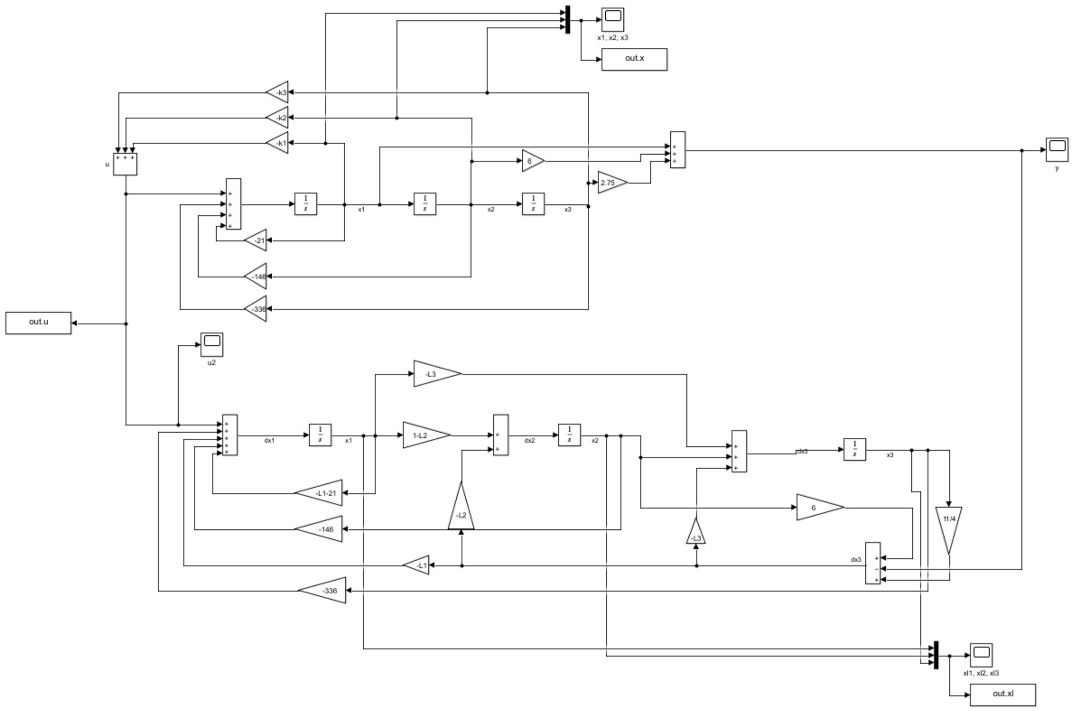
Schemat obserwatora w simulinku:



Rys. 12 Schemat obserwatora, plik obserwator.slx

6) Przetestować działanie obserwatora przy regulatorze korzystającym z mierzonego stanu.

Schemat układu w symulinku



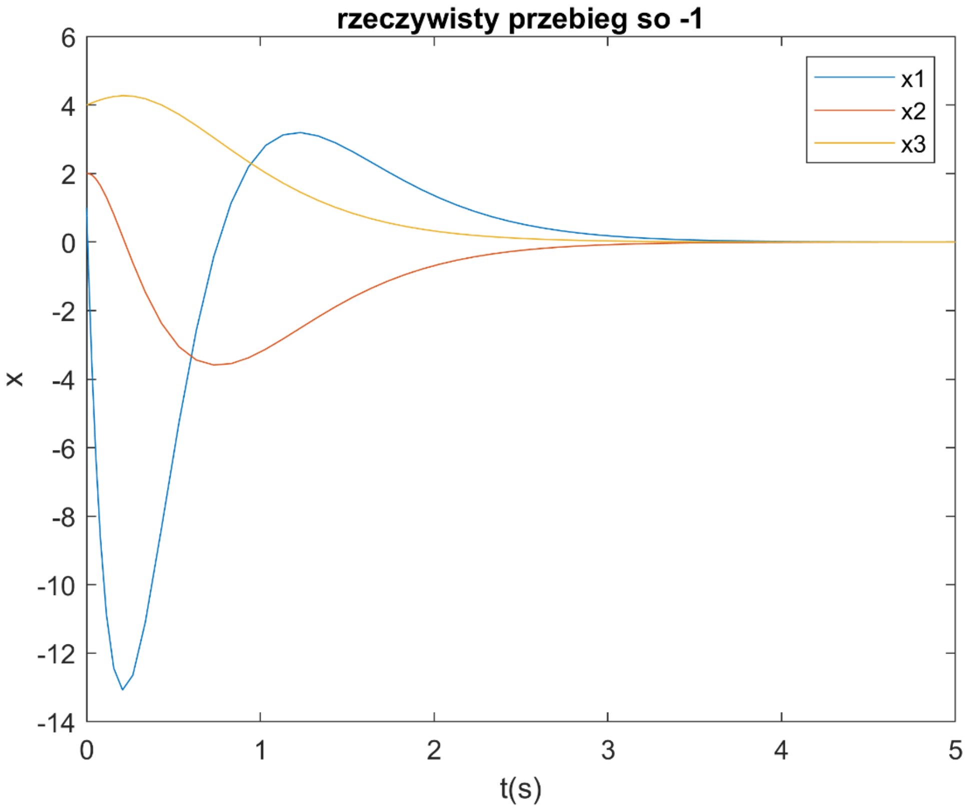
Rys. 13 Schemat układu, plik zad6.slx

Badanie wpływu potrójnego bieguna obserwatora s_o na jego działanie. **Przyjmuje zerowe warunki początkowe obserwatora oraz warunki początkowe jako x = [1 2 4].**

Biegun średni

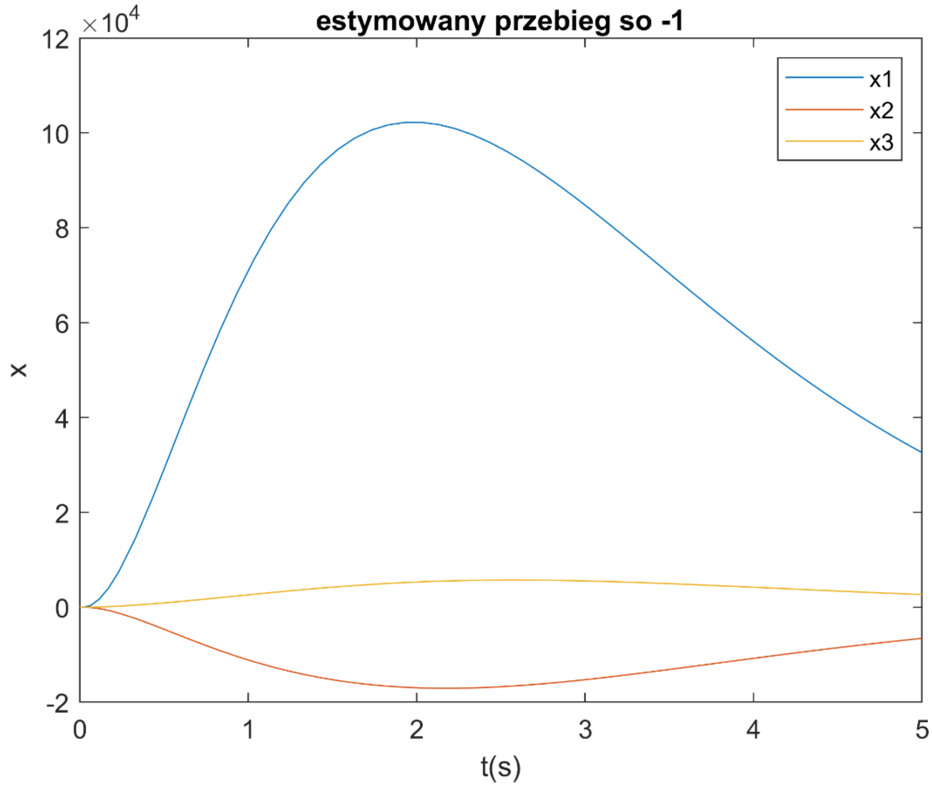
S_o = -1

Rzeczywiste zmienne stanu:



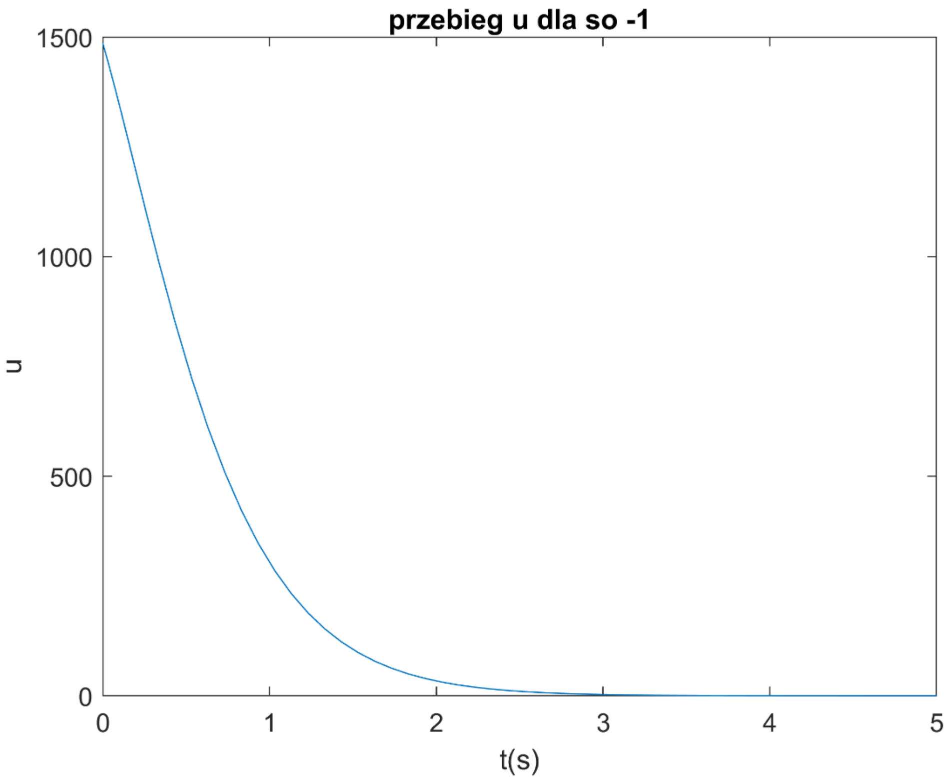
Rys. 14a Rzeczywiste zmienne stanu dla s_b = -3

Estymowane zmienne stanu



Rys. 14b Estymowane zmienne stanu dla s_o = -1

Przebiegi sterowania:

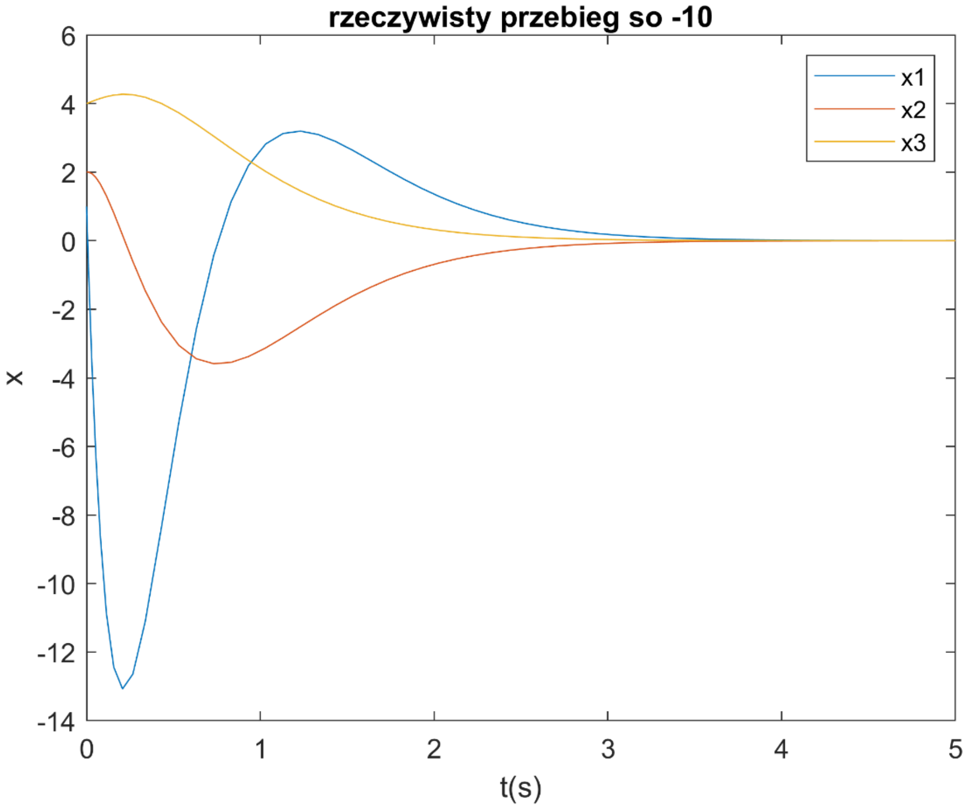


Rys. 14c przebieg sterowania dla bieguna obserwatora s_o=-3

Biegun szybki

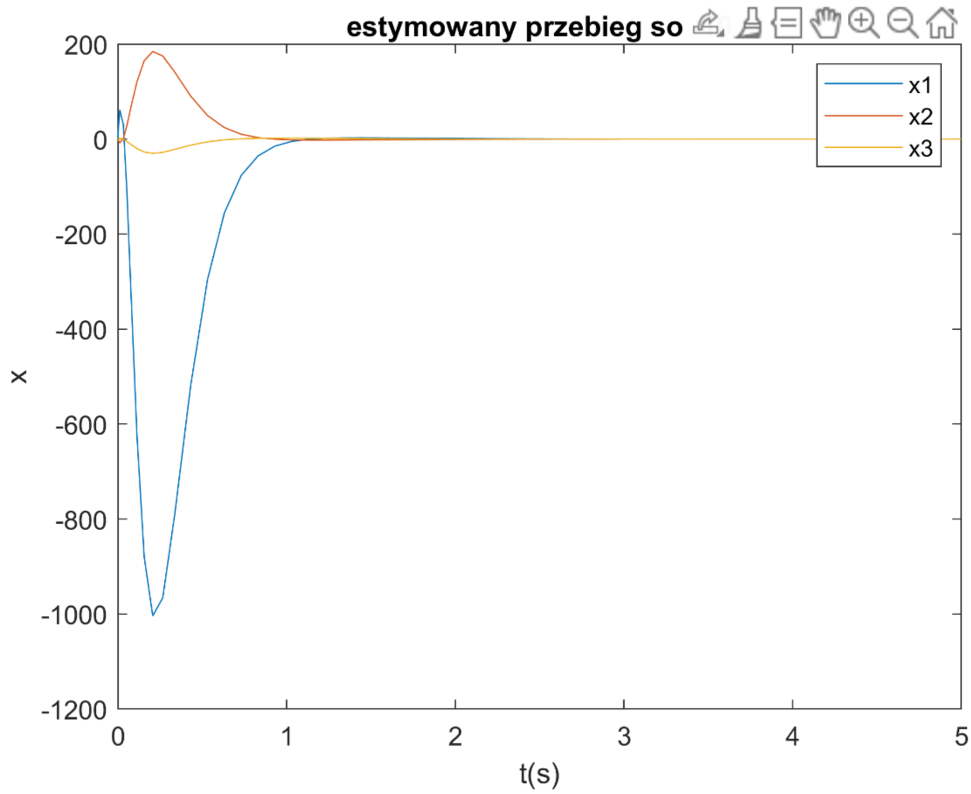
S_o = -10

Rzeczywiste zmienne stanu:



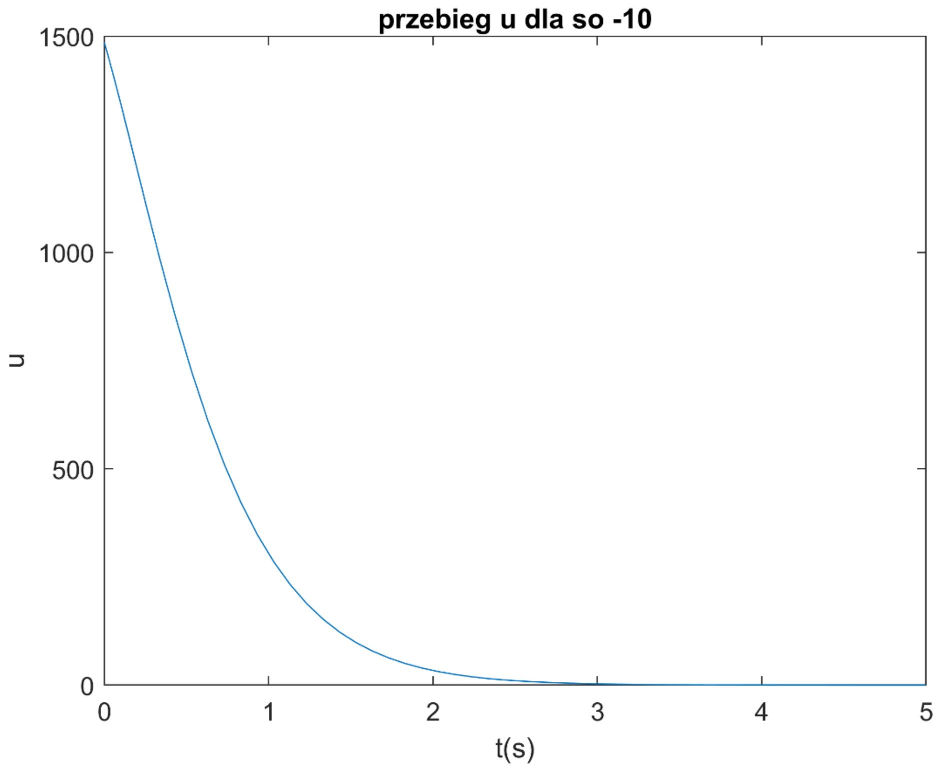
Rys. 15a Rzeczywiste zmienne stanu dla s_b = -3

Estymowane zmienne stanu



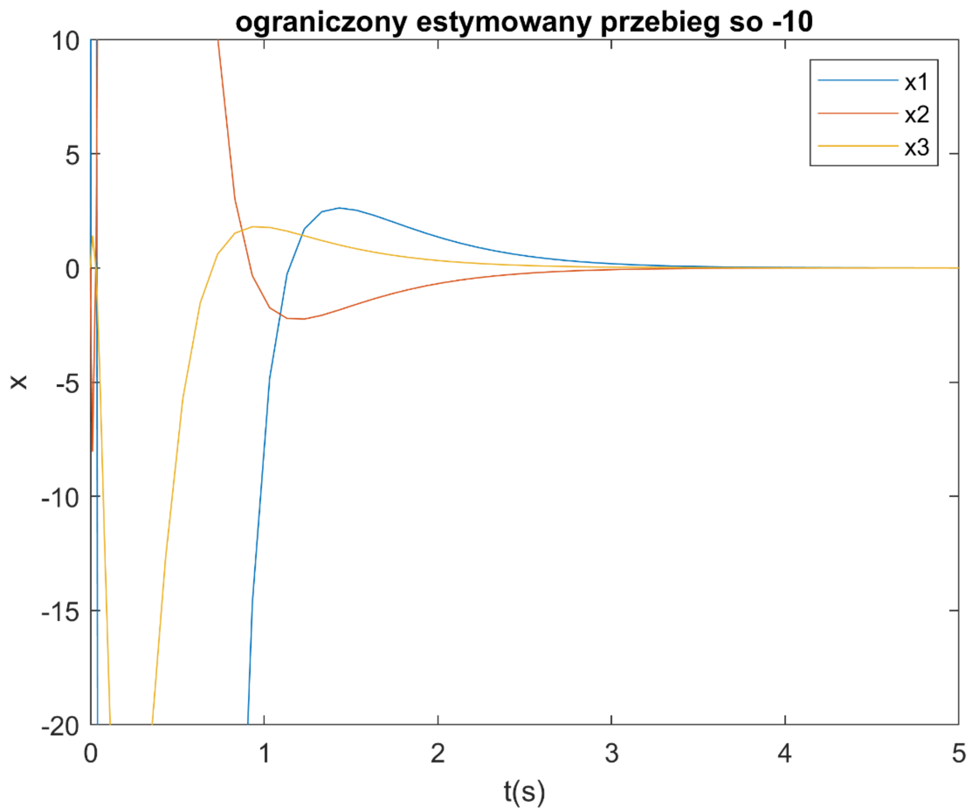
Rys. 15b Estymowane zmienne stanu dla s_o = -10

Przebiegi sterowania:



Rys. 15c przebieg sterowania dla bieguna obserwatora s_o=-10

Powiększony estymowany przebieg:

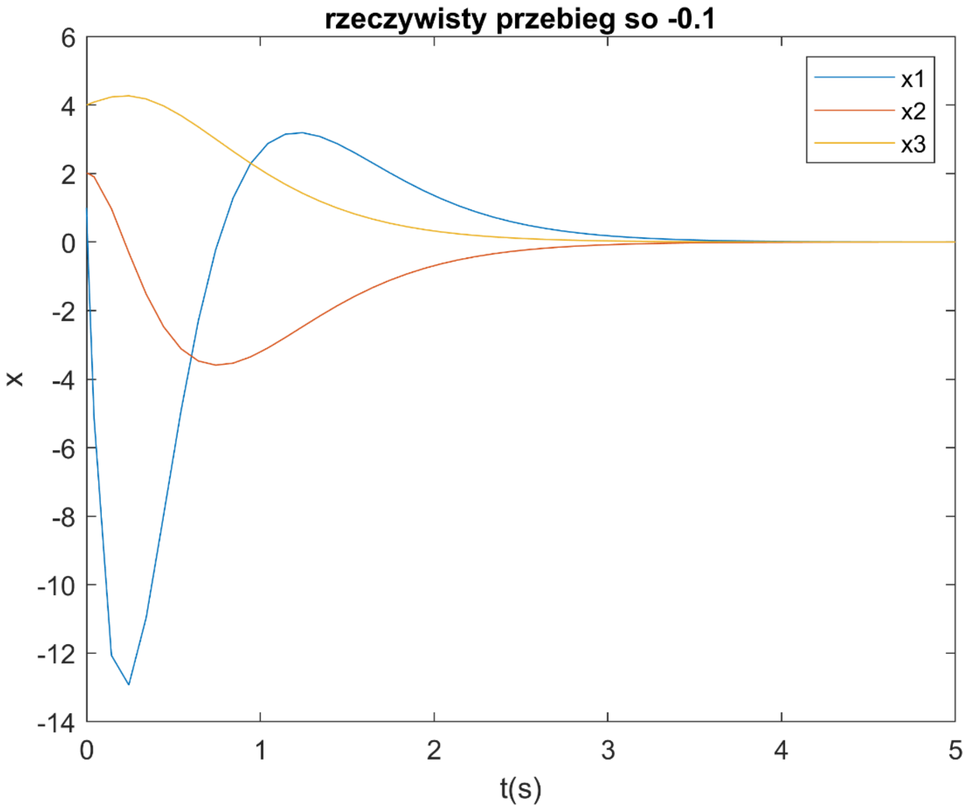


Rys. 15d Powiększone w celach estetycznnych estymowane zmienne stanu dla s_o = -10

Biegun wolny

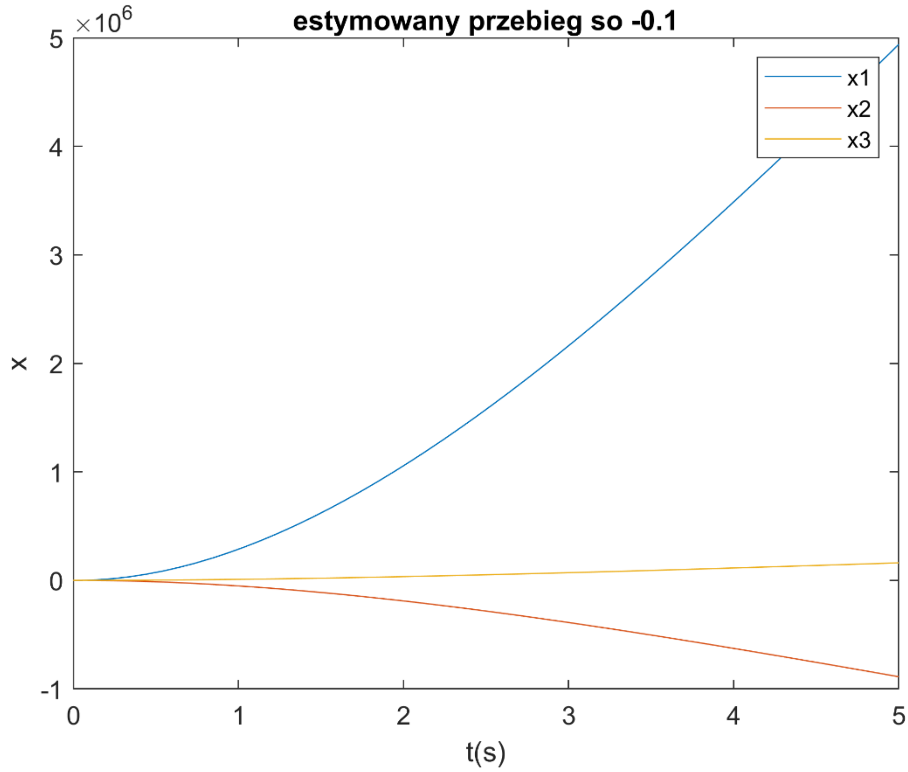
S_o = -0,1

Rzeczywiste zmienne stanu:



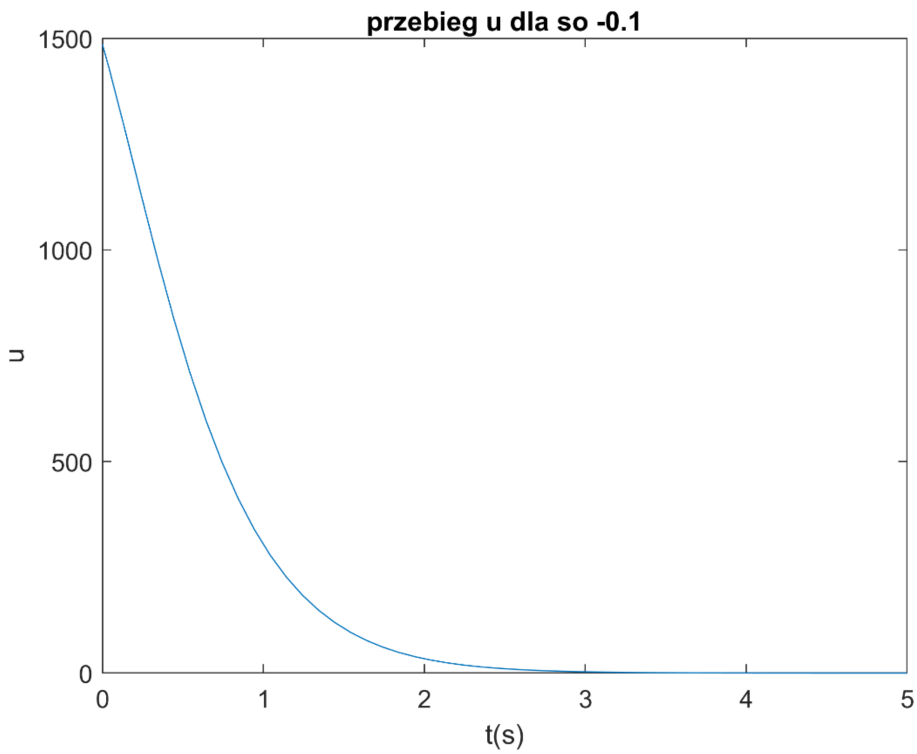
Rys. 16a Rzeczywiste zmienne stanu dla s_b = -3

Estymowane zmienne stanu:



Rys. 16b Estymowane zmienne stanu dla s_o = -0,1

Przebiegi sterowania:



Rys. 16c przebieg sterowania dla bieguna obserwatora s_o=-0,1

Wnioski:

Biegun szybki o wartości $\mathbf{S_o = -10}$ prawidłowo estymował zmienne stanu po pewnym czasie, początkowo jednak wartości przez niego generowane były niepoprawne.

Wynika to z różnicy w wartościach początkowych układów, obserwator zaczynał pracę z zerowych warunków początkowych.

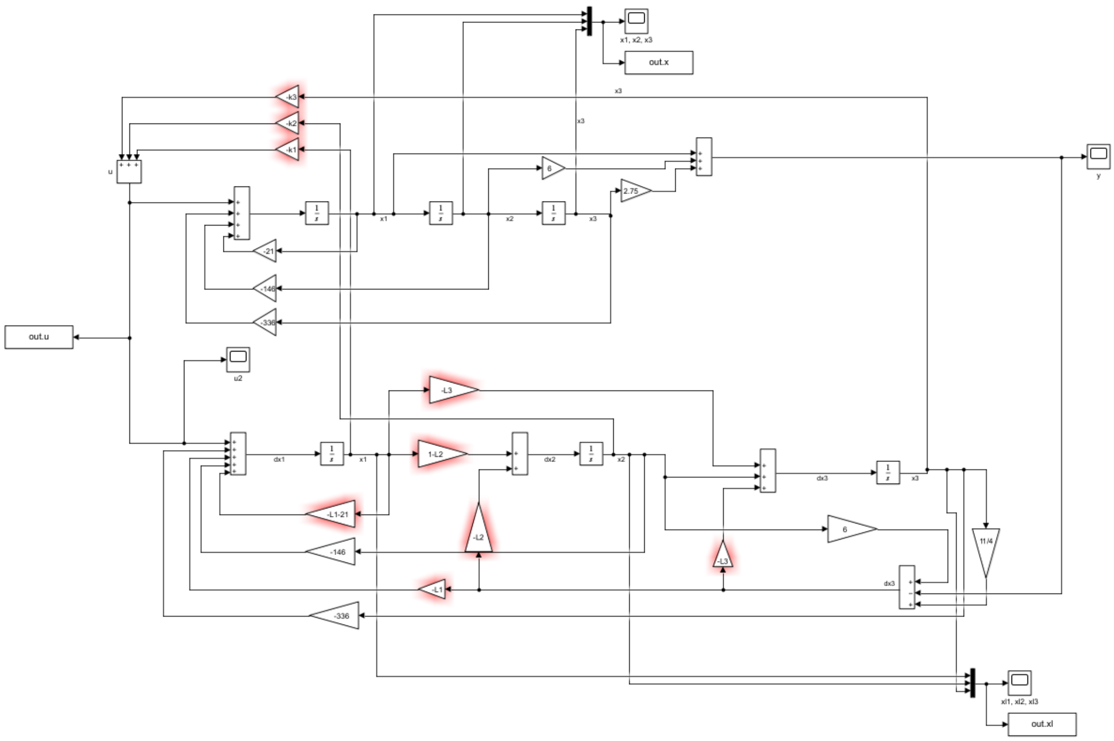
Po przybliżeniu przebiegu widać, że po upływie 1 sekundy zarówno biegun szybki jak i średni prawidłowo odwzorowują zmienne stanu.

Bieguny wolny oraz średni za wolno estymowały zmienne stanu, nie byłby wystarczające do estymacji stanu obiektu.

Warto również zauważyć, że szybkość bieguna obserwatora nie ma wpływu na wartość sterowania u, przez co nie generuje problemów, w przeciwieństwie do biegunów regulatora, które mają bezpośredni wpływ na wartość u.

7) Przetestować działanie obserwatora gdy brak jest pomiaru zmiennych stanu

Symulowany system:

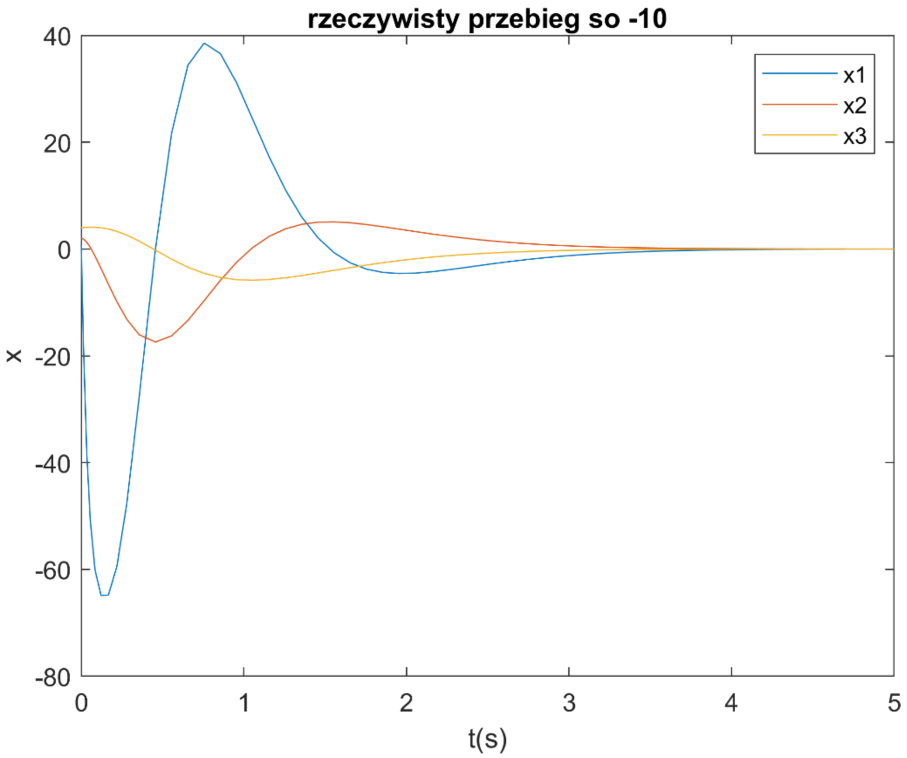


Rys. 17 symulowany system (regulator podłączony do obserwatora) plik: zad7.slx

Biegun szybki

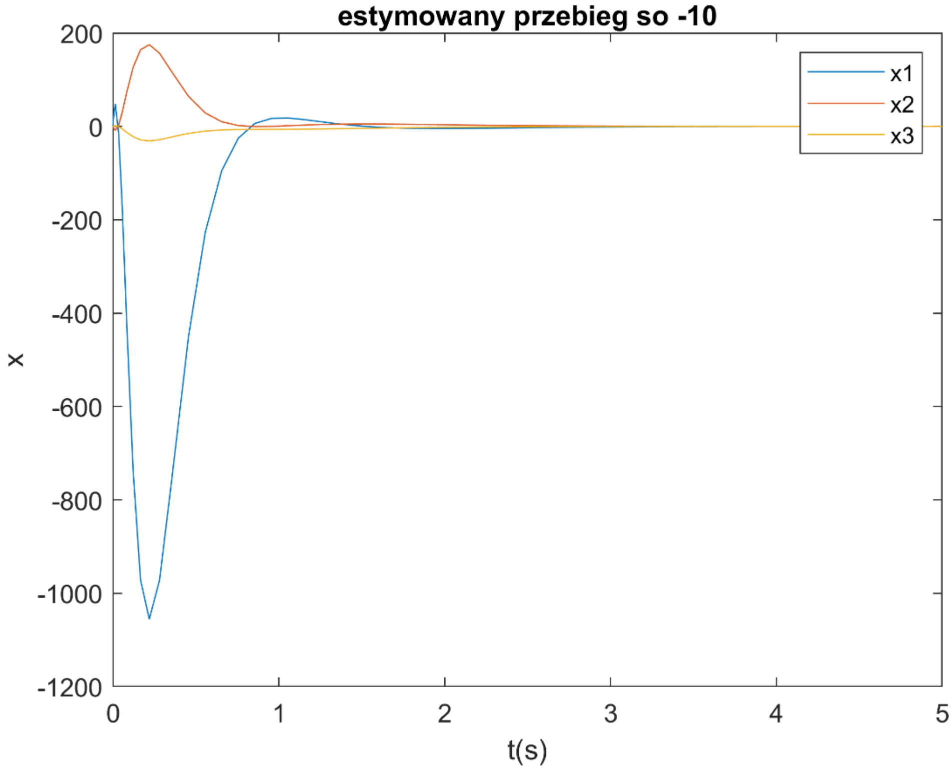
S_o = -10

Przebieg zmiennych stanu:



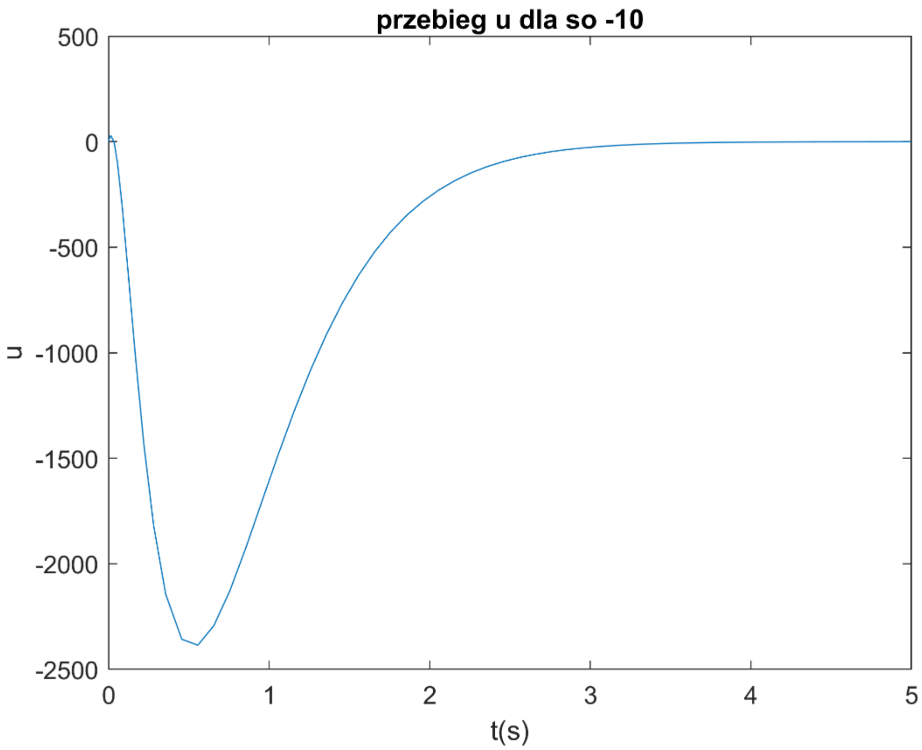
Rys. 18a Rzeczywiste zmienne stanu dla s_b = -3

Przebieg estymowanych zmiennych stanu:



Rys. 18b Estymowane zmienne stanu dla s_o = -10

Przebieg sterowania:

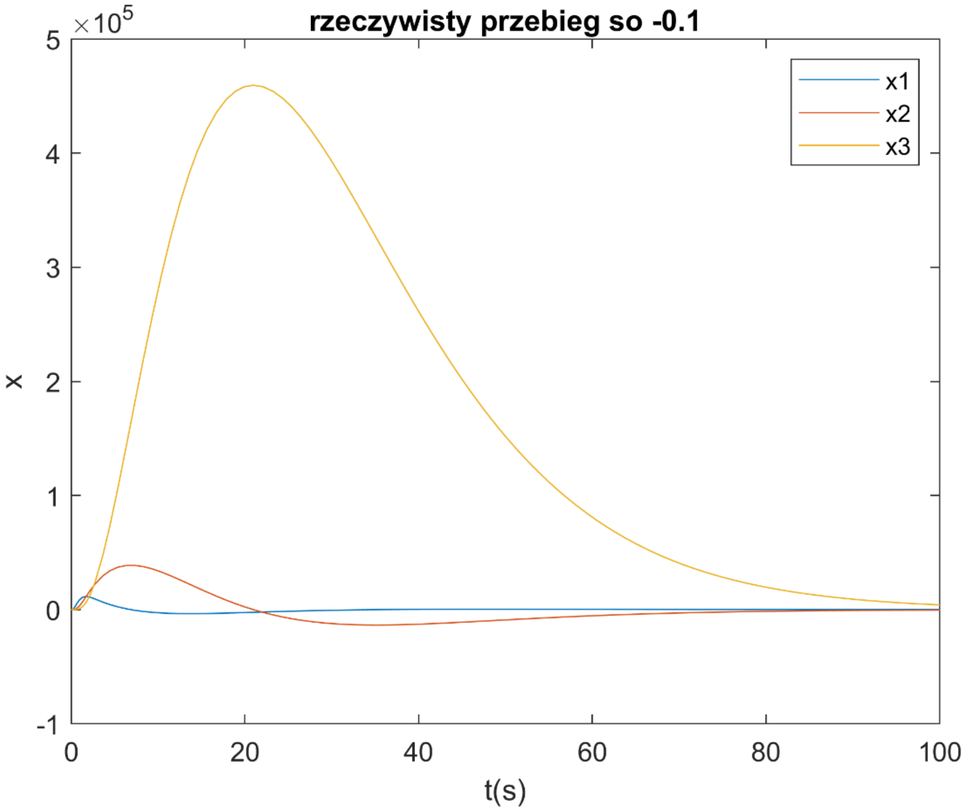


Rys. 18c Przebieg sterowania dla s_o = -10

Biegun wolny

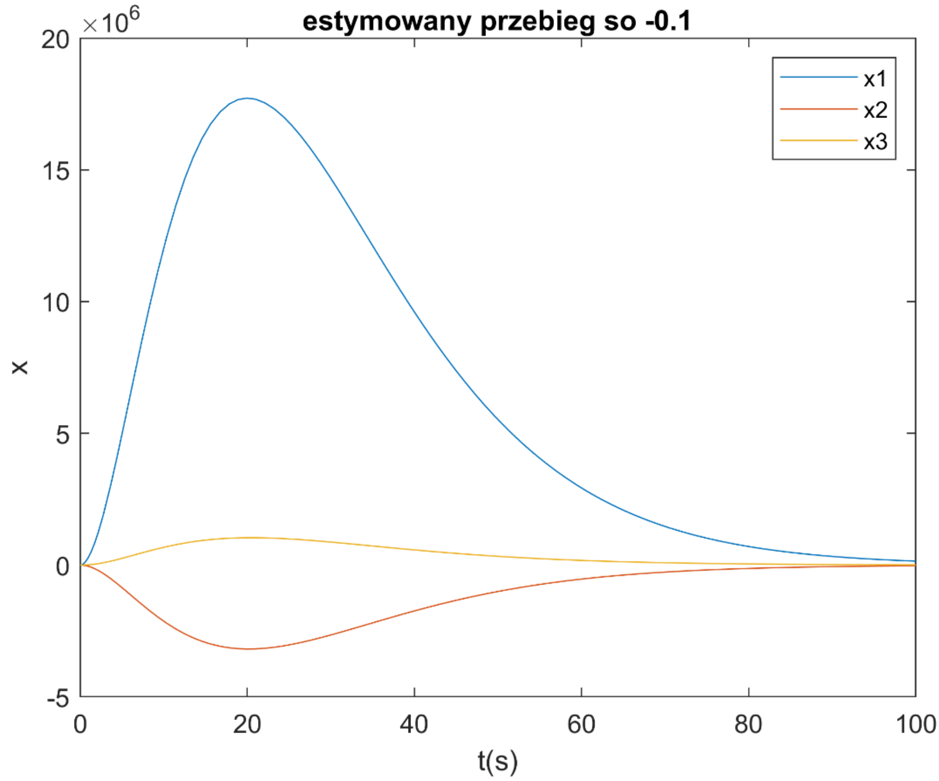
S_o = -0.1

Przebieg zmiennych stanu:



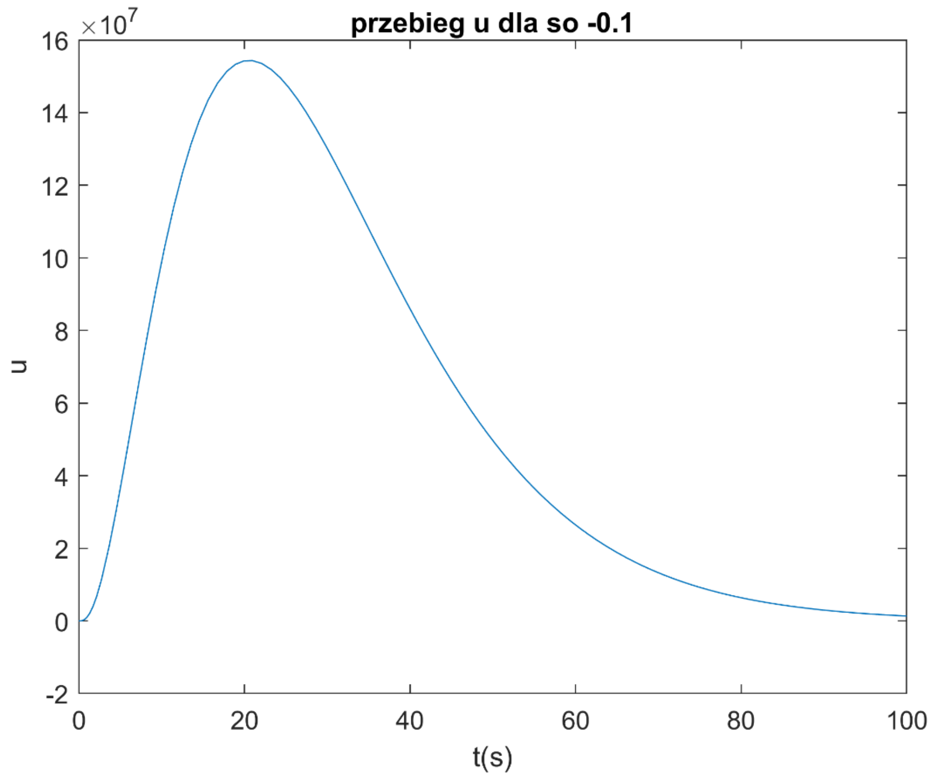
Rys. 19a Rzeczywiste zmienne stanu dla s_b = -3

Przebieg estymowanych zmiennych stanu:



Rys. 19b Estymowane zmienne stanu dla s_o = -0.1

Przebieg sterowania:



Rys. 19c Przebieg sterowania dla s_o = -0.1

Wnioski:

Układ działający z szybkim obserwatorem osiągnął zadowalające rezultaty, sprowadził zmienne stanu do zera w czasie 4 sekund.

W tym przypadku bieguny obserwatora mają znaczący wpływ na wartość sterowania, ponieważ obserwator bezpośrednio wpływa na regulator ze sprzężeniem do stanu.

Układ działający z wolnym obserwatorem również osiągnął zadowalające rezultaty, lecz w dłuższym czasie.

Zadanie dodatkowe:

Zaprojektować regulator ze sprzężeniem do stanu i całkowaniem.

Model wyjściowy obiektu:

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$$
$$y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u$$

Macierzy pierwotne:

$$\mathbf{A_1} = \begin{bmatrix} -21 & -146 & -336 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 2{,}75 \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = 0$$

Należy wyznaczyć macierze A_r ,B_r oraz E_r w których zostanie uwzględniony dodatkowy stan x_e.
Macierze C oraz D pozostają bez zmian

$$A_r = \begin{bmatrix} -21 & -146 & -336 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -6 & -2{,}75 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B_r} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{E_r} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Model wyjściowy regulatora ze sprzężeniem od stanu i całkowaniem:

$$\dot{x} = \mathbf{A_r}x + \mathbf{B_r}u + \mathbf{E}_r y_{zad}$$
$$y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u$$

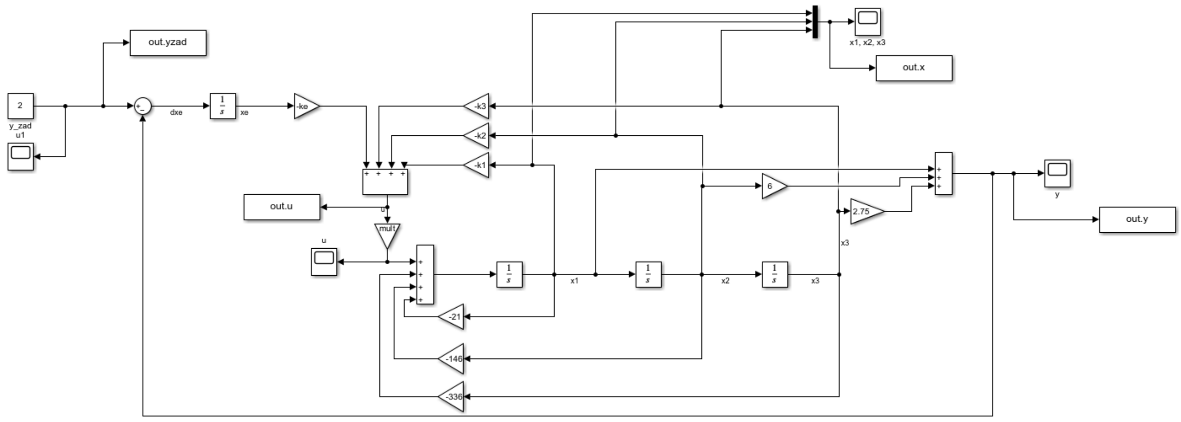
Prawo regulacji:

$$u(t) = -[K_1\ K_2\ K_3\ K_e] \cdot [x_1\ x_2\ x_3\ x_e]^T$$

Współczynniki macierzy K wyznaczona za pomocą polecenia acker:

```
K = acker(A, B, [sb sb sb sb]);
```

Rysunek regulatora z całkowaniem: (wartość zmiennej mult = 1)

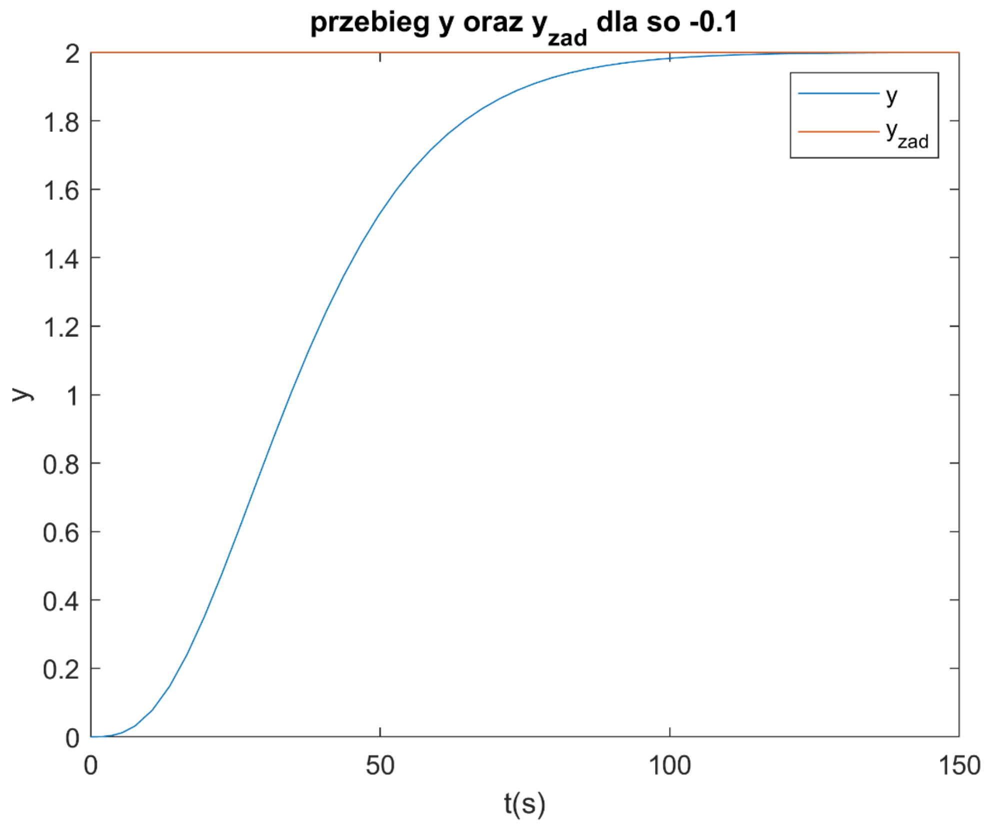


Rys. 20 Regulator z całkowaniem plik: reg_z_calk.slx

Dla bieguna wolnego

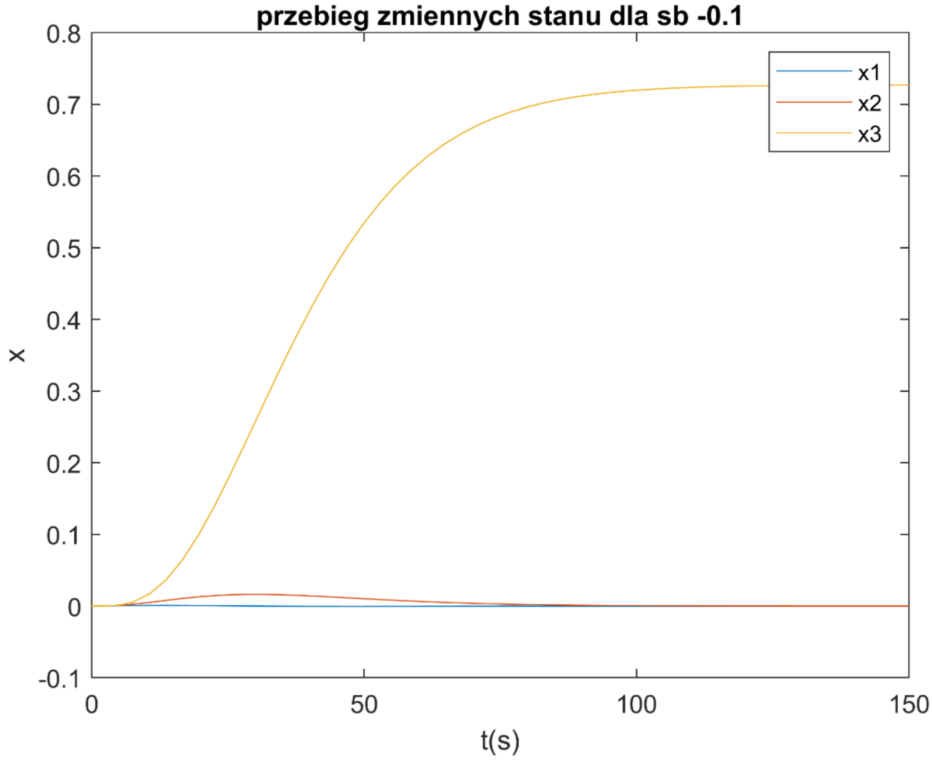
s_b **= -0.1**

Przebieg wartości wyjścia:



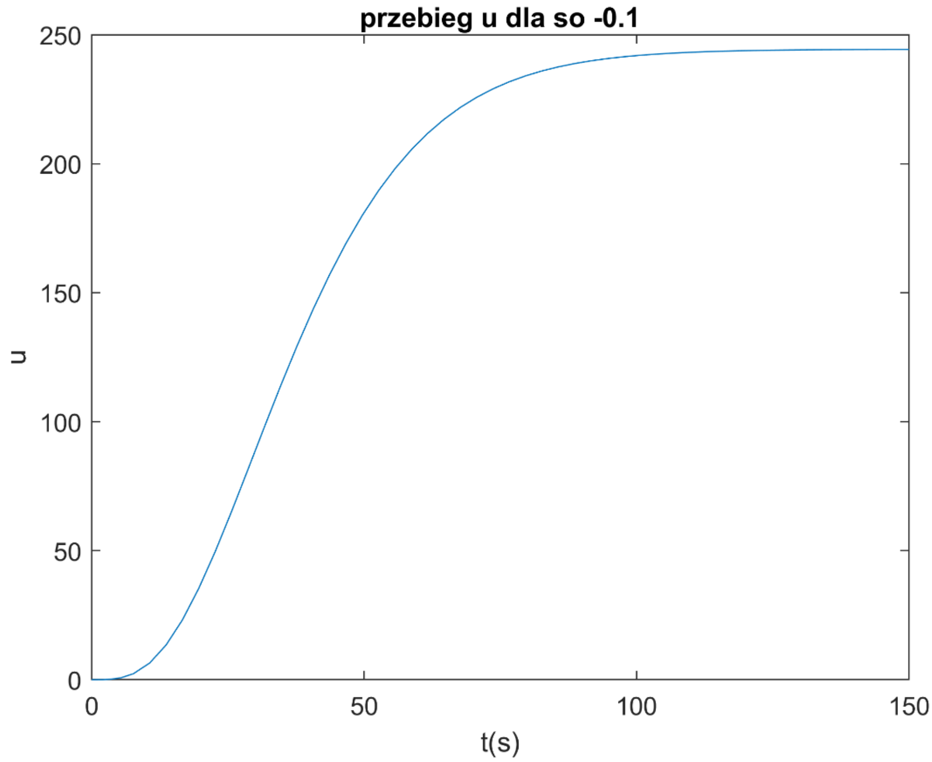
Rys. 21a Przebieg y oraz y_{zad}

Przebiegi zmiennych stanu:



Rys. 21b Przebieg zmiennych stanu

Przebieg sterowania:

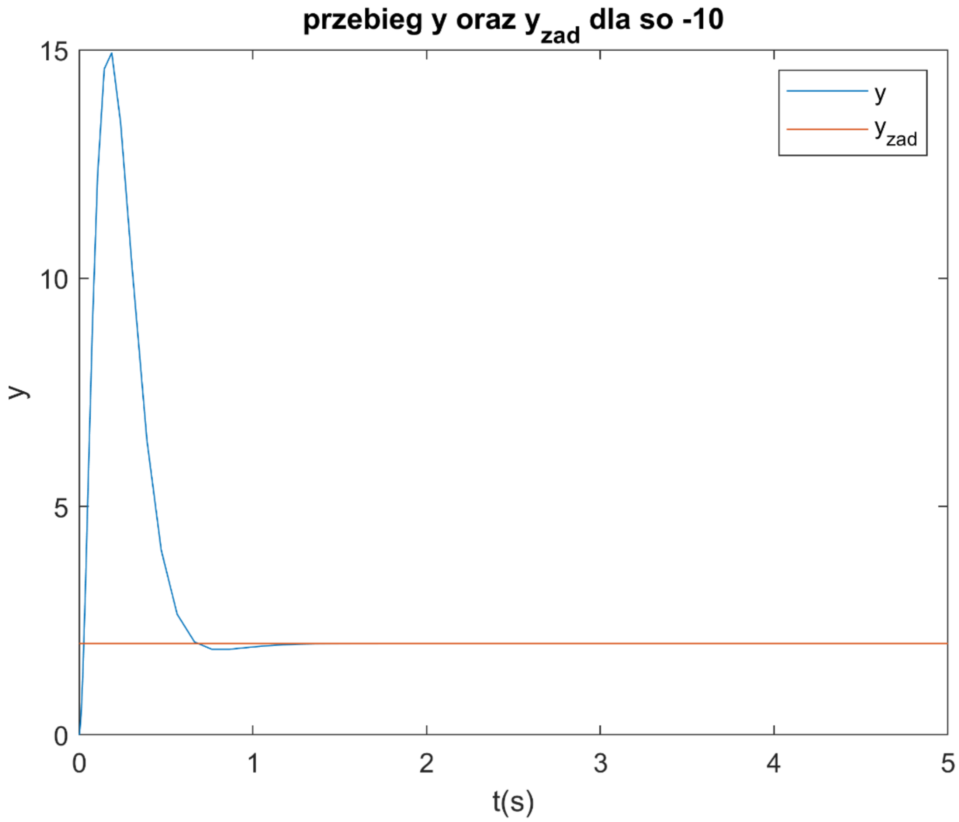


Rys. 21c Przebieg sterowania

Dla bieguna szybkiego

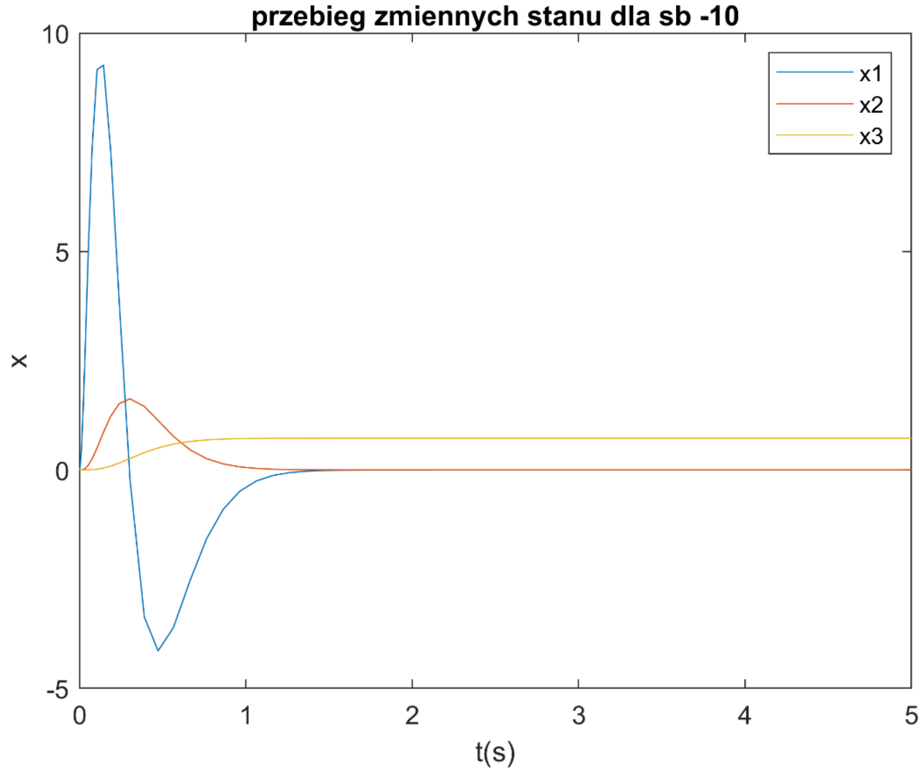
s_b = -10

Przebieg wartości wyjścia:



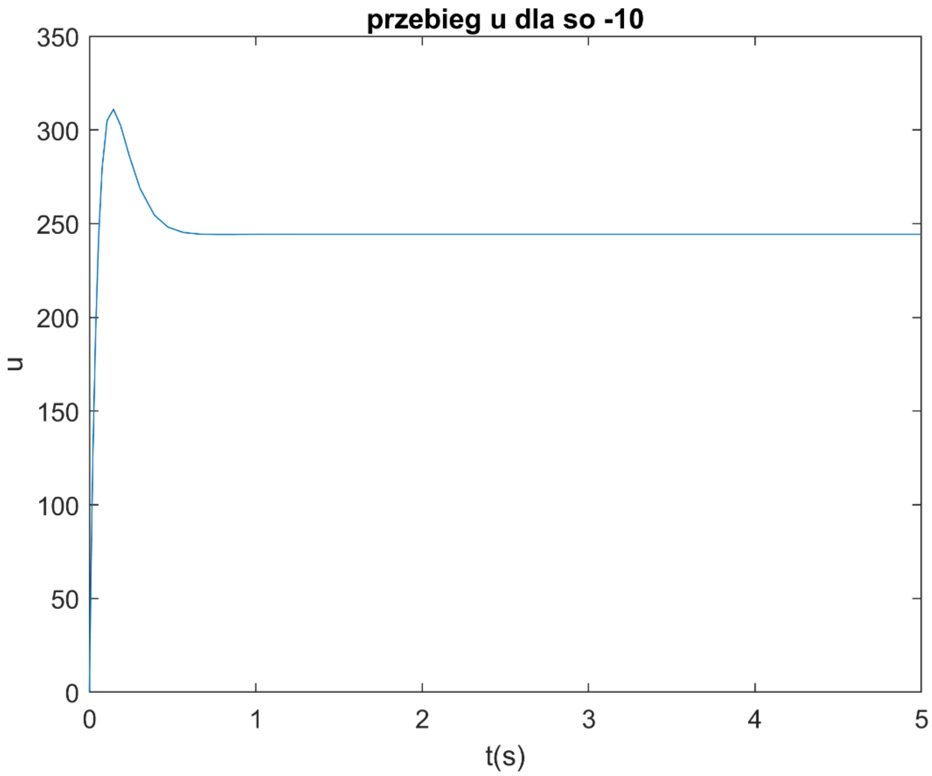
Rys. 22a Przebieg y oraz y_{zad}

Przebiegi zmiennych stanu:



Rys. 22b Przebieg zmiennych stanu

Przebieg sterowania:



Rys. 22c Przebieg sterowania

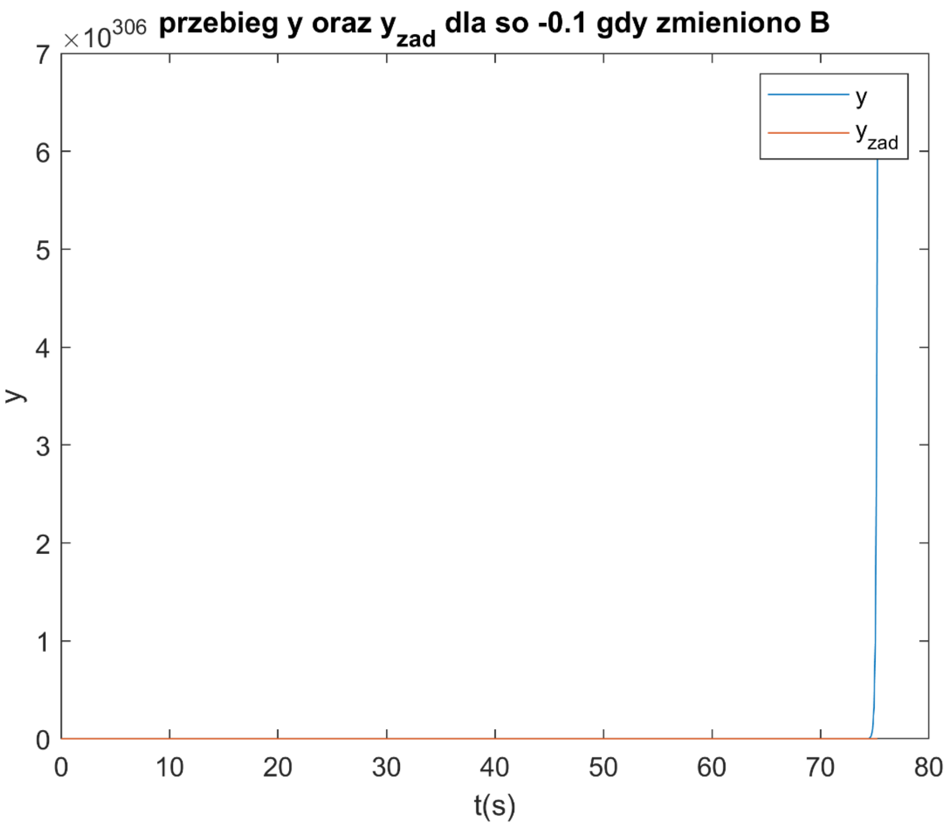
Przypadek zwiększenia wartości macierzy B o 30%
zmienna mult = 1.3
(wartości parametrów wyliczane w pliku zad_dod.m)

Dla bieguna wolnego
s_b = -0.1

Podczas próby symulacji występuje taki błąd:

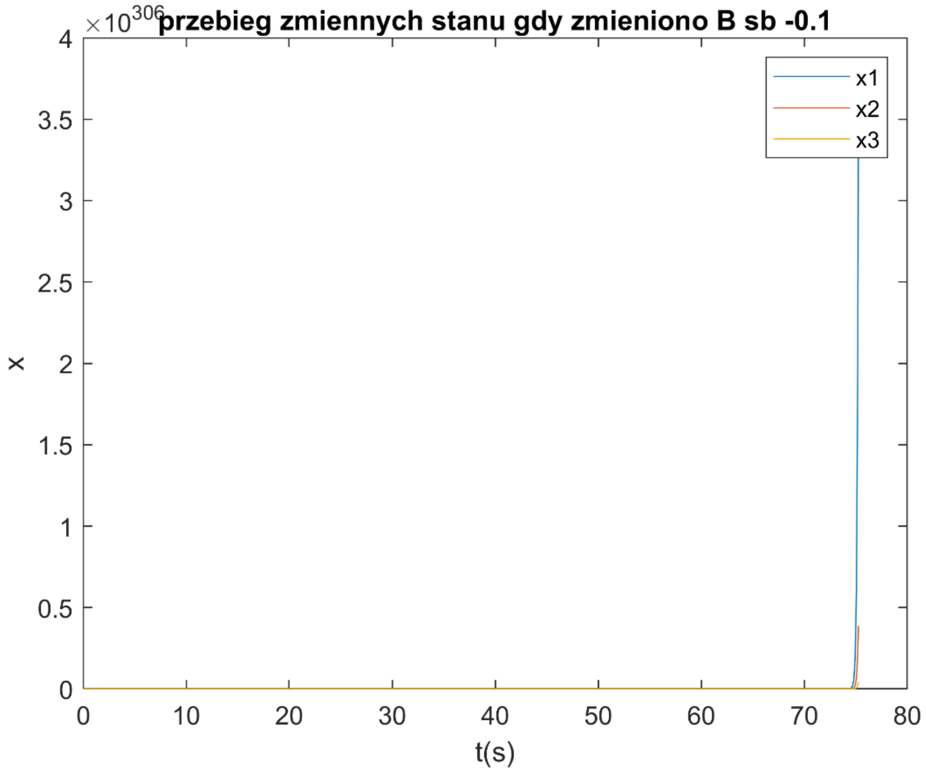
Prawdopodobnie jest on spowodowany osiąganiem dużych wartości przez symulowane zmienne, tak prezentują się przebiegi, gdy czas symulacji ograniczyłem do 75.

Przebieg wartości wyjścia:



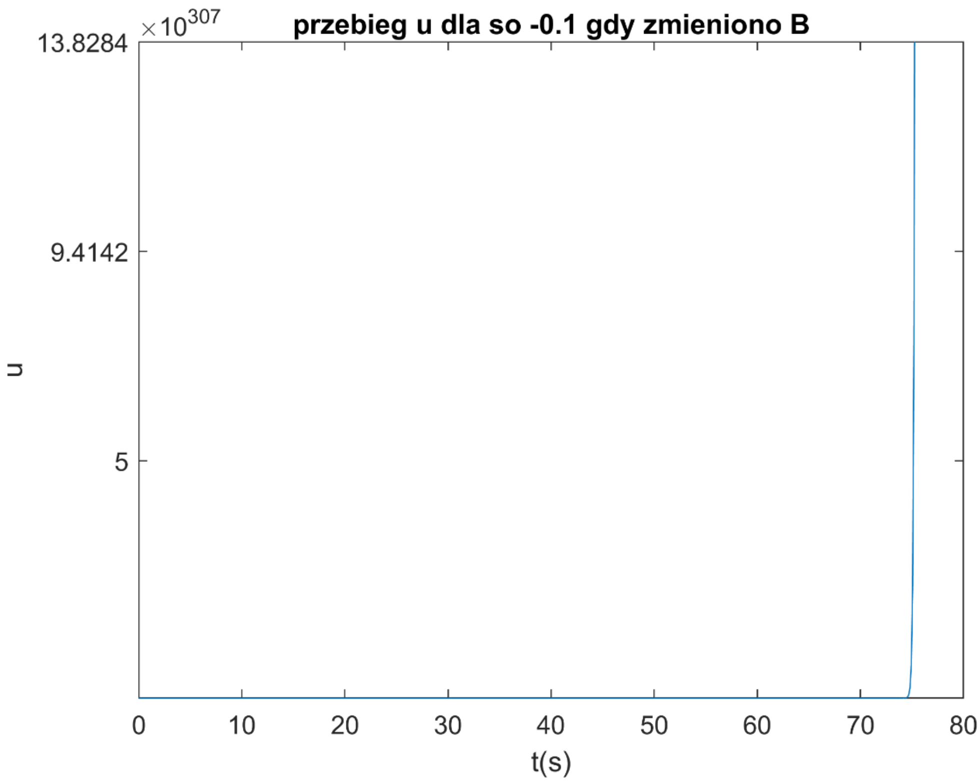
Rys. 23a Przebieg y oraz y_{zad}

Przebiegi zmiennych stanu:



Rys. 23b Przebieg zmiennych stanu

Przebieg sterowania:

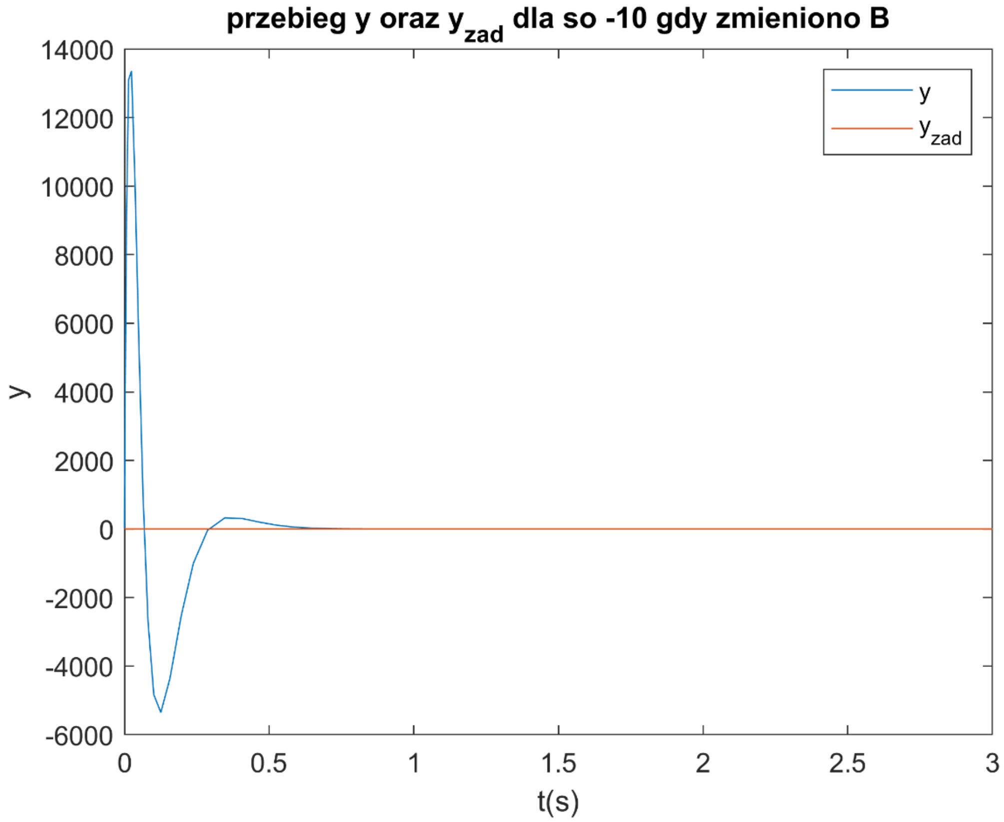


Rys. 23c Przebieg sterowania

Dla bieguna szybkiego

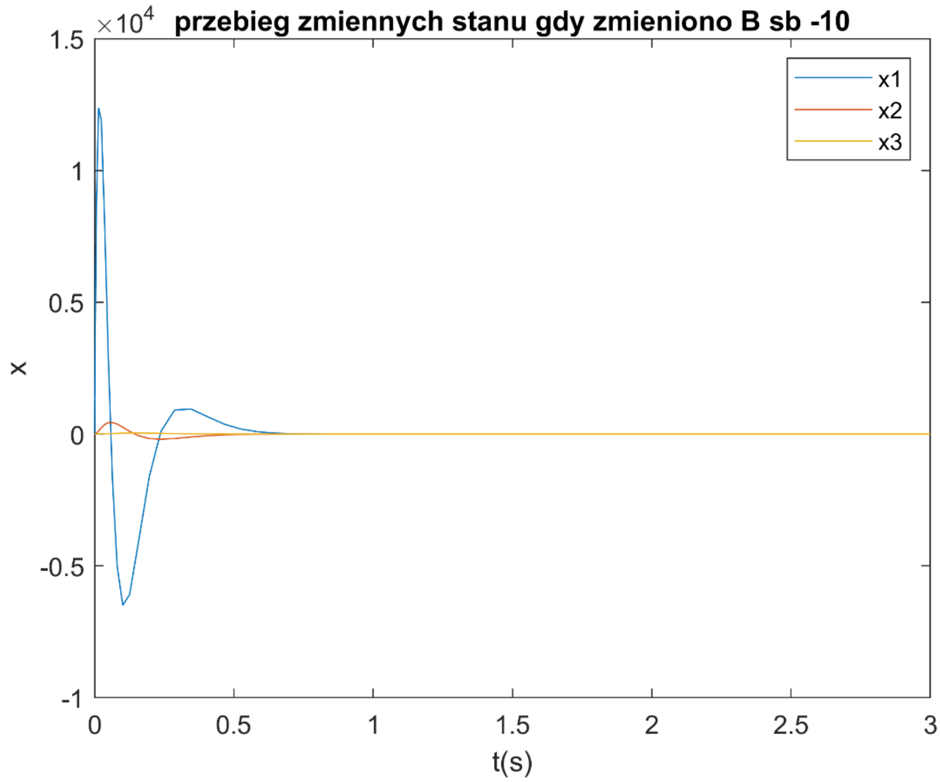
s_b = -10

Przebieg wartości wyjścia:



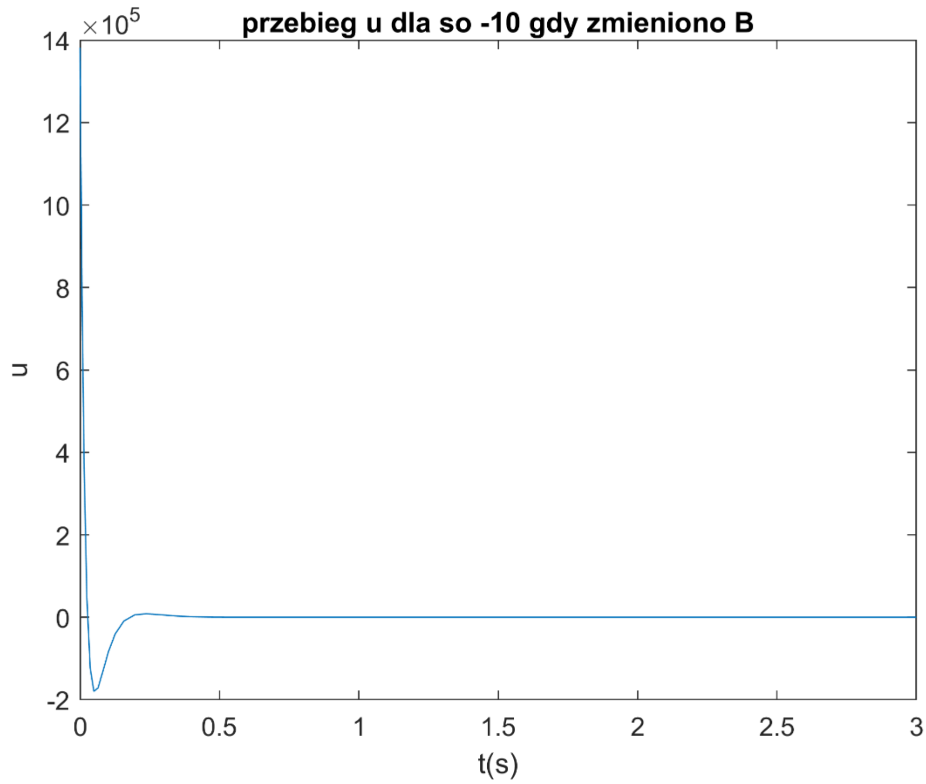
Rys. 24a Przebieg y oraz y_{zad}

Przebiegi zmiennych stanu:



Rys. 24b Przebieg zmiennych stanu

Przebieg sterowania:



Rys. 24c Przebieg sterowania

Wnioski:

Regulator z całkowaniem działa lepiej dla szybkich biegunów niż dla wolnych. Dla bardzo wolnych biegunów można zauważyć długo utrzymujący się uchyb. Sterowanie dla obu biegunów osiąga podobne rzędy wielkości, dlatego nie jest ono dominującym kryterium decydującym o jakości regulacji przy porównaniu tych dwóch regulatorów.

Gdy zmieniono parametry wektora B:

- regulator z szybkimi biegunami działał gorzej, ale spełniał zadanie, widoczne różnice w wartościach sterowania

- regulator z biegunem wolnym działał znacznie gorzej, nie dążył do zadanej wartości (2), oraz powodował ogromne przeregulowania, ograniczone jedynie ze względu na limity symulacji (10^{304})

Jak widać dla szybkich biegunów układ jest w dobrym stopniu odporny na zmiany modelu (w tym wypadku zmiany wartości macierzy B), natomiast dla wolnych biegunów zmiany modelu powodują niepoprawne działanie układu.