

Projekt 2 STP

Adam Misiak

Zadanie 25

Obiekt regulacji opisany jest transmitancją:

$$G(s) = \frac{K_0 e^{-T_0 s}}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}$$

$$G(s) = \frac{K_0 e^{-T_0 s}}{s^2 T_1 T_2 + s(T_1 + T_2) + 1}$$

Gdzie:

$$K_0 = 5,9; T_0 = 5; T_1 = 2,24; T_2 = 4,51$$

Po podstawieniu wartości otrzymujemy:

$$G(s) = \frac{5,9 \cdot e^{-5s}}{s^2 10,1 + s \cdot 6,75 + 1}$$

- 1) Wyznaczyć transmitancję dyskretną $G(z)$. Przyjąć okres próbkowania $T_p = 0.5s$. Porównać odpowiedź skokową i współczynnik wzmocnienia statycznego transmitancji ciągłej i dyskretnej.**

Wyznaczanie transmitancji dyskretnej:

Korzystam ze wzoru:

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \cdot Z \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\}$$

Numeryczne obliczenie transmitancji $G(z)$ realizuje w matlabie. Na początku tworzę transmitancję $G(s)$ komendą:

```
G_s = tf([0 0 K0], [T1*T2 T1+T2 1], "InputDelay", T0);
```

Następnie przekształcam transmitancję ciągłą w transmitancję dyskretną:

```
G_z = c2d(G_s, Tp);
```

Obliczona w ten sposób transmitancja $G(z)$ to:

$$G(z) = z^{-10} \cdot \frac{0.06538 z + 0.05849}{z^2 - 1.695 z + 0.716}$$

Uporządkowując:

$$G(z) = \frac{0.06538 z^{-11} + 0.05849 z^{-12}}{1 - 1.695 z^{-1} + 0.716 z^{-2}}$$

Współczynnik wzmocnienia statycznego dla $G(s)$:

$$\lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{K_0}{1 \cdot 1} = K_0 = 5,9$$

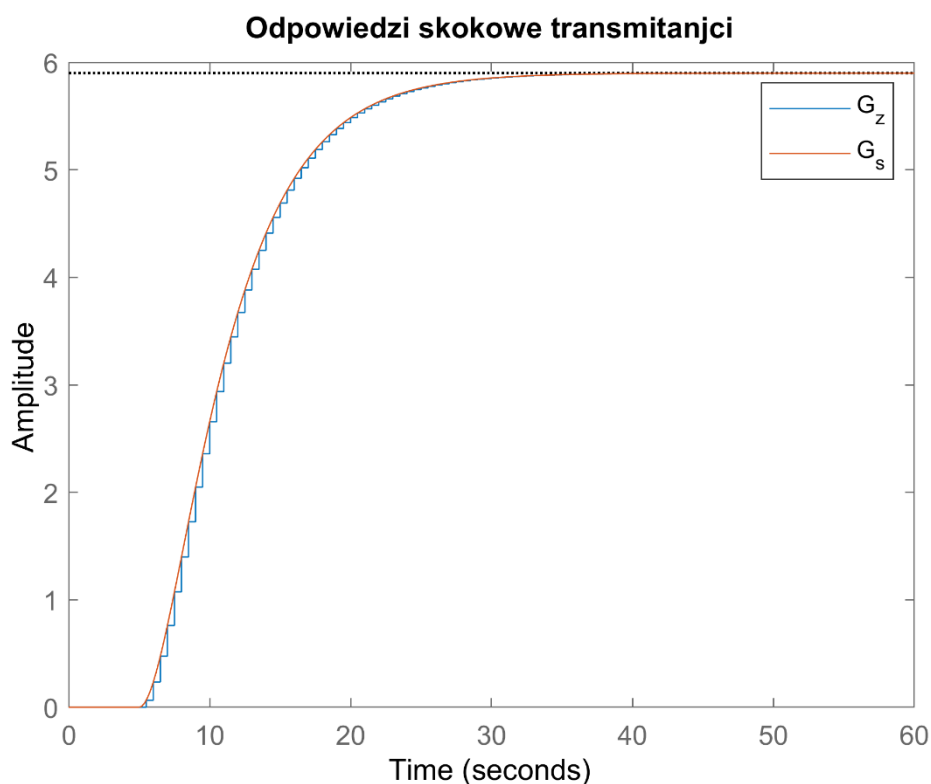
Współczynnik wzmocnienia statycznego dla $G(z)$:

$$\lim_{z \rightarrow 1} G(z) = 1^{-10} \cdot \frac{0.06538 + 0.05849}{1^2 - 1.695 \cdot 1 + 0.716} = 5,8985$$

Współczynniki wzmocnienia statycznego nie zależą od rodzaju transmitancji, co potwierdza poprawne wyprowadzenie transmitancji dyskretnej z transmitancji ciągłej.

Tworze wykresy za pomocą komend:

```
stepplot(G_z)  
hold on;  
stepplot(G_s)
```



Rys. 1 – odpowiedź skokowa transmitancji ciągłej oraz dyskretnej

Odpowiedzi obu układów są podobne, odpowiedź dyskretna charakteryzuje się schodami, ponieważ nie jest ona ciągła w czasie.

Tak jak wcześniej obliczono wzmocnienie statyczne w obu przypadkach wynosi ok. 5,9, oba układy pobudzone skokiem jednostkowym dążą do wartości 5,9.

2) Na podstawie transmitancji dyskretnej wyznaczyć równanie różnicowe służące do obliczenia wielkości $y(k)$.

Równanie różnicowe wyznaczam na podstawie własności:

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$$

Wynika z tego, własność:

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{0.06538 z^{-11} + 0.05849 z^{-12}}{1 - 1.695 z^{-1} + 0.716 z^{-2}}$$

Przekształcając dalej wzór:

$$Y(z) \cdot (1 - 1.695 z^{-1} + 0.716 z^{-2}) = U(z) \cdot (0.06538 z^{-11} + 0.05849 z^{-12})$$

Gdzie z^{-1} to człon opóźniający o jeden czas próbkowania.

Przechodząc z transformaty Z do czasu próbkowania k otrzymujemy:

$$y(k) - 1.695 \cdot y(k-1) + 0.716 \cdot y(k-2) = 0.06538 \cdot u(k-11) + 0.05849 \cdot u(k-12)$$

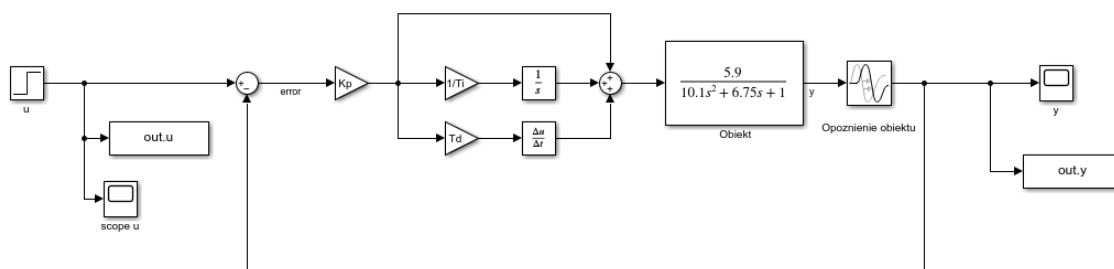
Równanie różnicowe to:

$$y(k) = 1.695 \cdot y(k-1) - 0.716 \cdot y(k-2) + 0.06538 \cdot u(k-11) + 0.05849 \cdot u(k-12)$$

3) Dla danego obiektu dobrać ciągły regulator PID metodą Zieglera-Nicholsa. Wyznaczyć parametry r_0 , r_1 , r_2 dyskretnego regulatora PID.

W celu wyznaczenia parametrów ciągłego regulatora PID stworzyłem układ symulujący jego działanie w programie simulink.

Układ wygląda następująco:

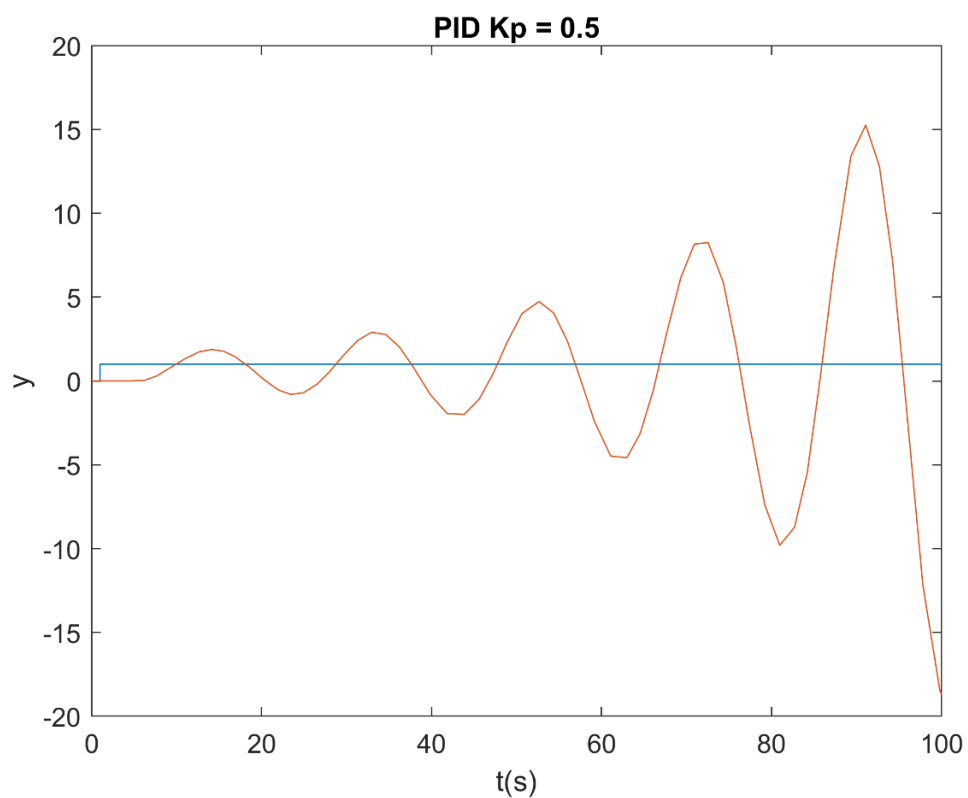


Rys. 2 – zawartość pliku PID_ciągly.m

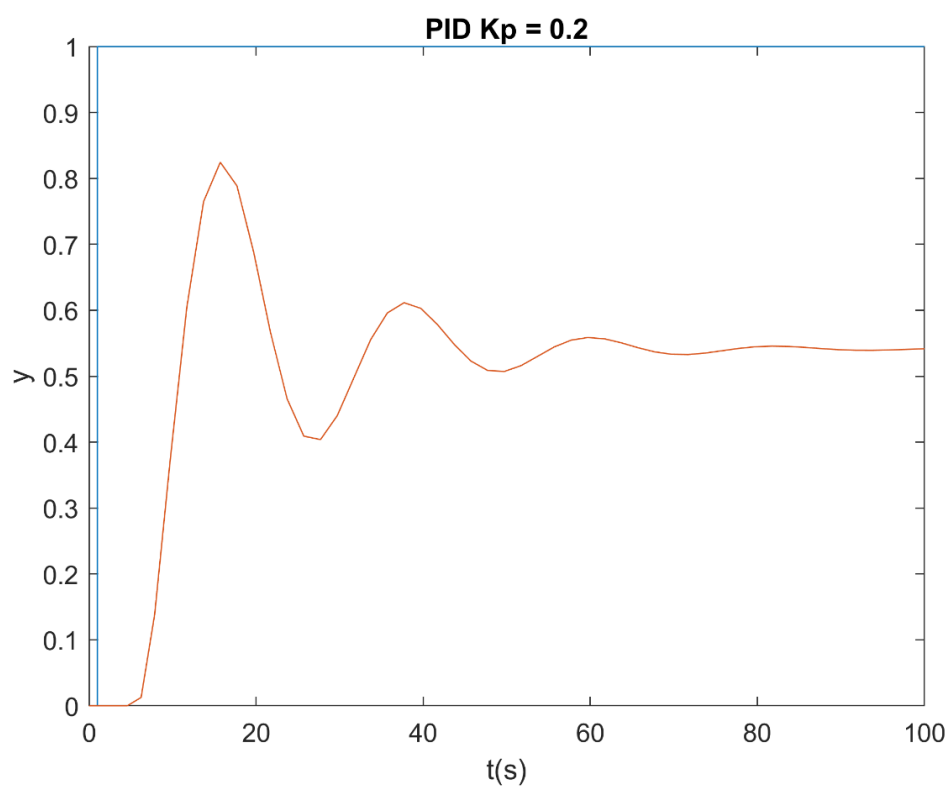
W celu dobrania parametrów metodą Zieglera-Nicholsa manipulowałem wzmacnieniem **Kp** regulatora, przy założeniach, że:

- **Ti** jest bardzo duże (wyłączenie różniczkowania)
- **Td** wynosi 0 (wyłączenie całkowania)

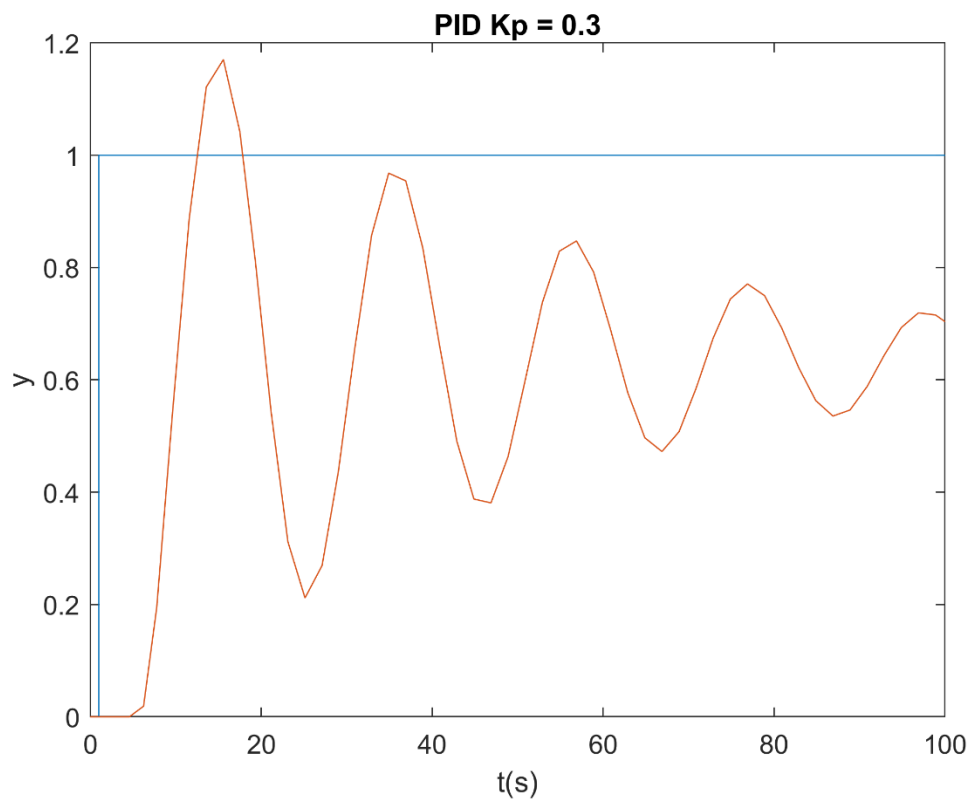
Tak przedstawiają się eksperymenty:



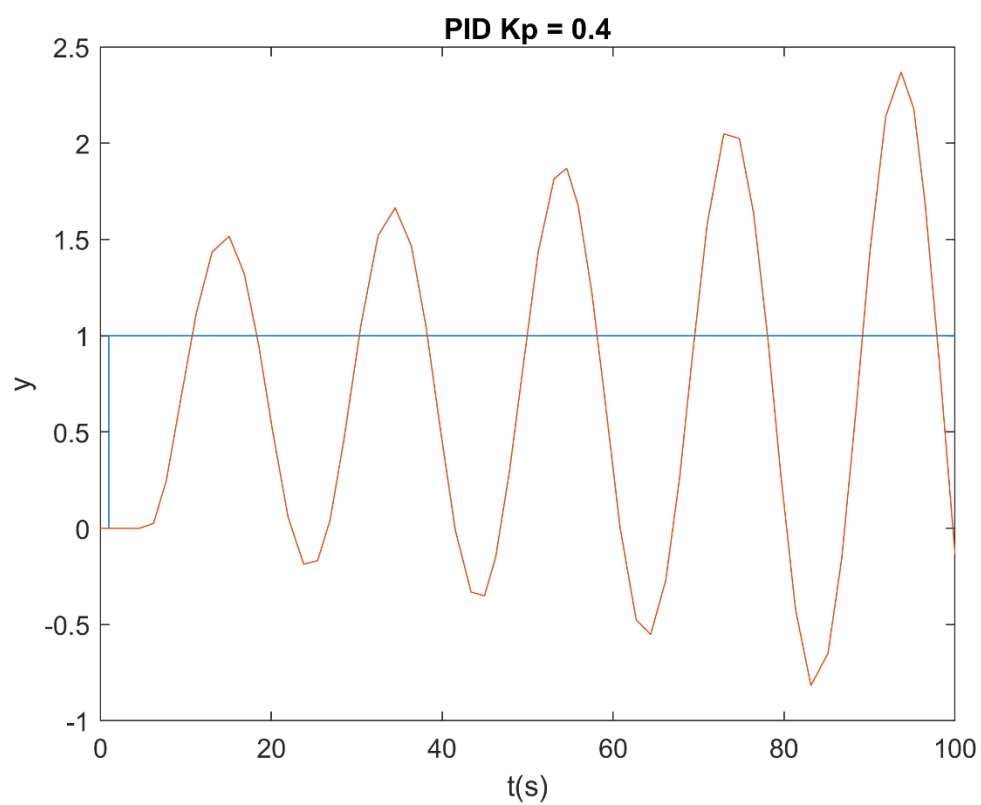
Rys 3a. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.5



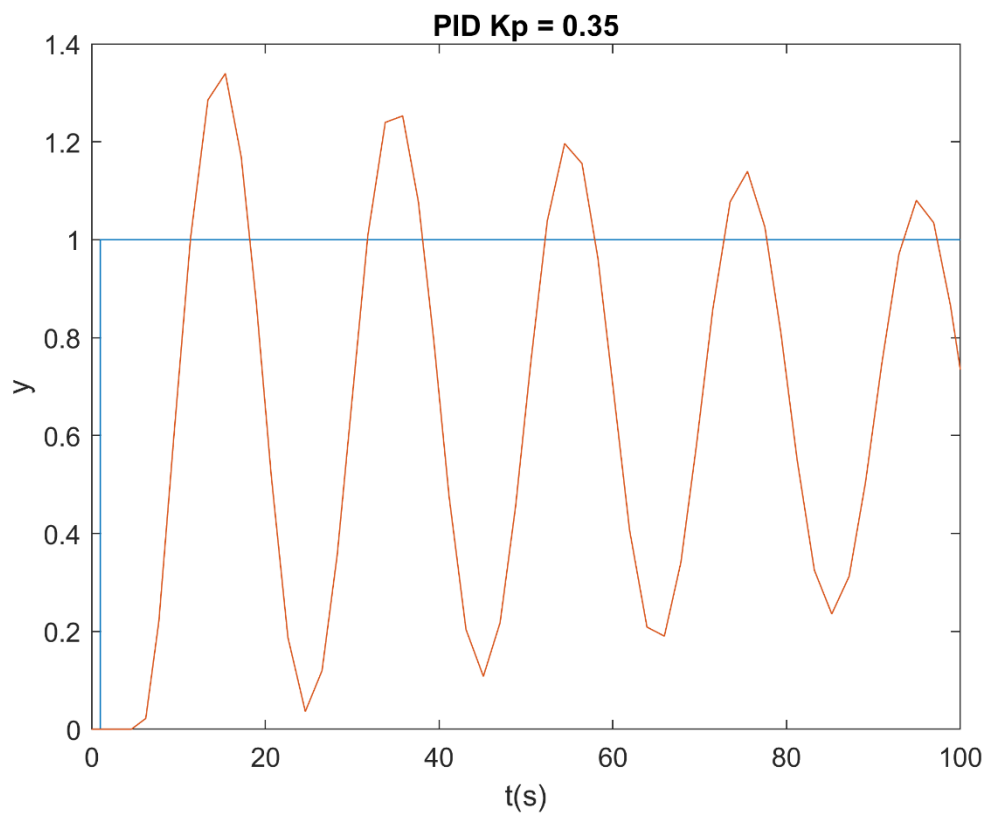
Rys 3b. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.2



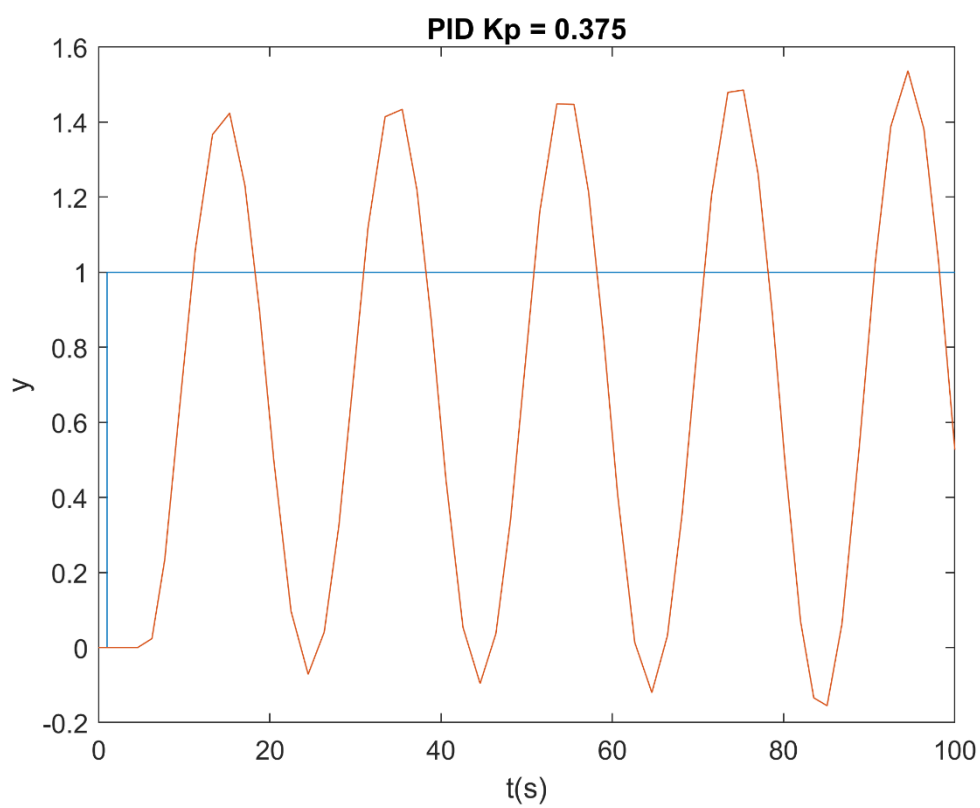
Rys 3c. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.3



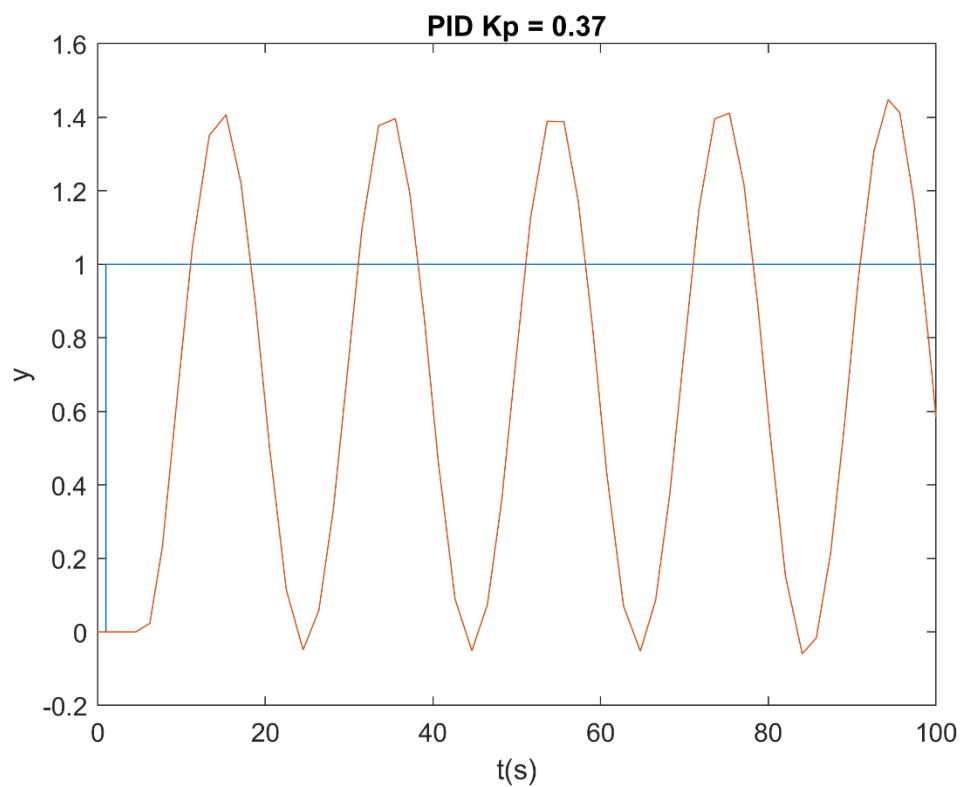
Rys 3d. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.4



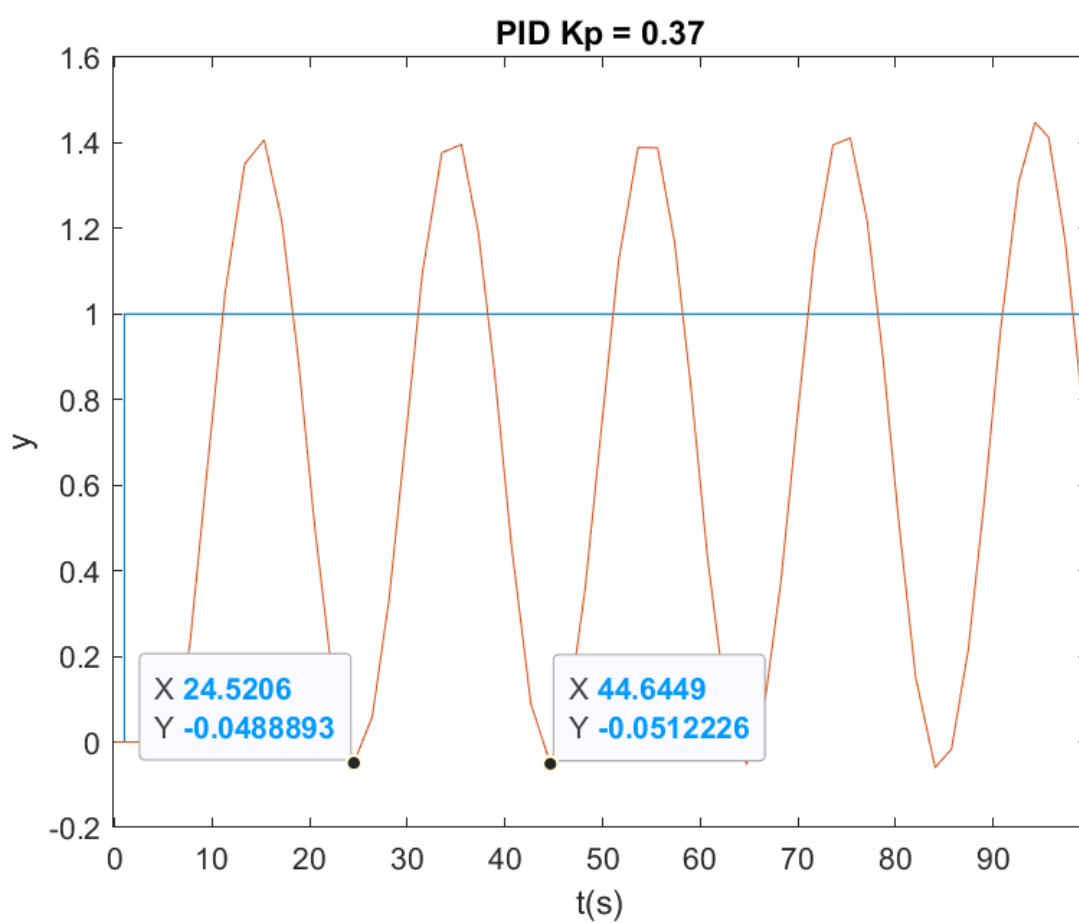
Rys 3e. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.35



Rys 3f. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.375



Rys 3g. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.37



Rys 3f. – Wzmocnienie regulatora wynoszące 0.37

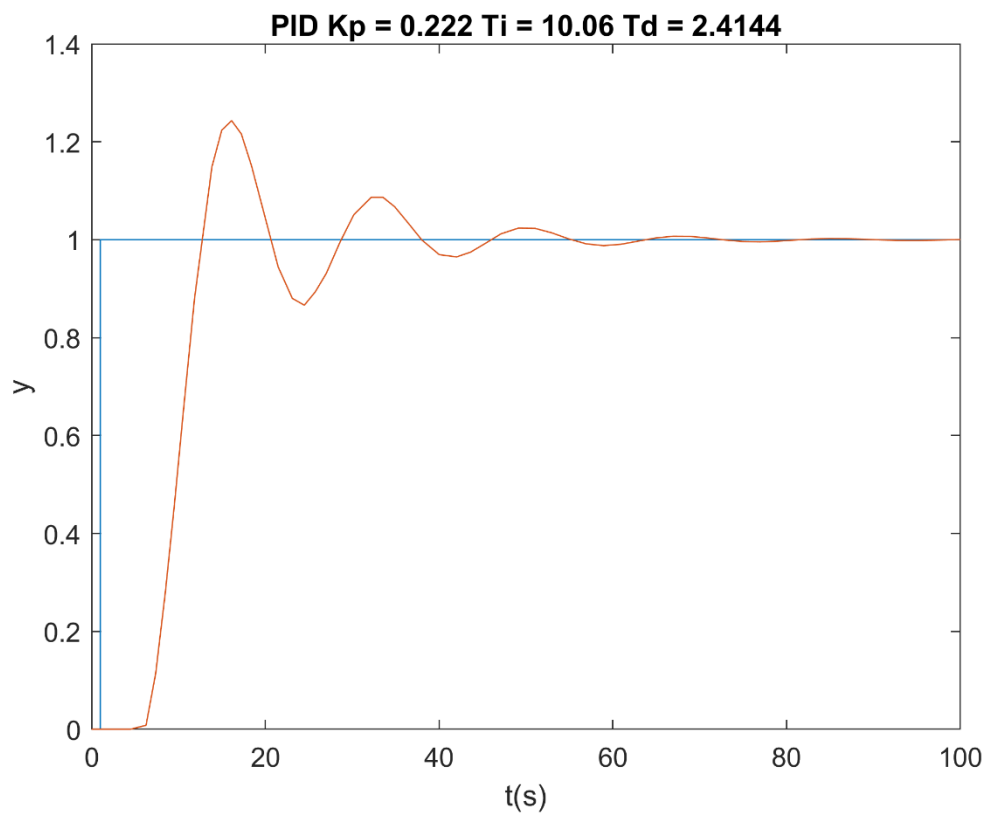
Na podstawie eksperymentu mogę stwierdzić:

- Wzmocnienie krytyczne regulatora to $K_k = 0.37$
- Okres oscylacji krytycznych to $T_k = 20.12$

Dobry regulator metodą Zieglera-Nicholsa:

- $K_r = 0.222$
- $T_i = 10.06$
- $T_d = 2.4144$

Tak przedstawia się działający regulator z podanymi wcześniej parametrami:



Rys 4 – Działający ciągły regulator PID

Wyznaczanie parametrów r_0 , r_1 , r_2 .

Parametry wyznaczam ze wzoru:

$$\begin{aligned}r_0 &= K_r \left(1 + \frac{T}{2T_i} + \frac{T_d}{T} \right) \\r_1 &= K_r \left(\frac{T}{2T_i} - 2 \frac{T_d}{T} - 1 \right) \\r_2 &= \frac{K_r T_d}{T}\end{aligned}$$

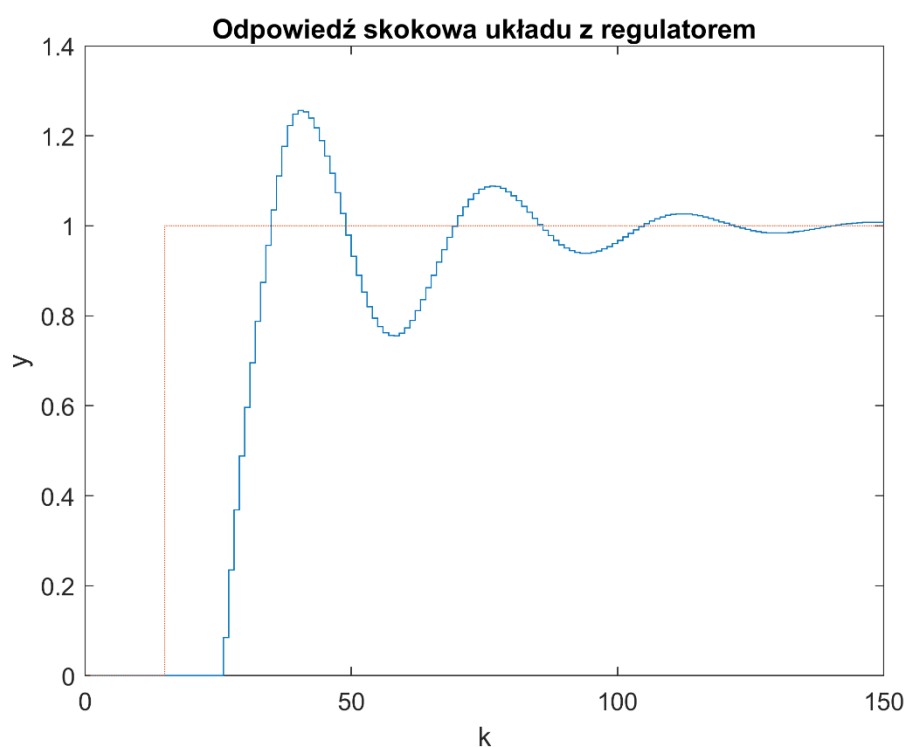
Podstawiając wyznaczone wcześniej wartości:

$$\begin{aligned}r_0 &= 0.222 \left(1 + \frac{0.5}{2 \cdot 10.06} + \frac{2.4144}{0.5} \right) = 1.2995 \\r_1 &= 0.222 \left(\frac{0.5}{2 \cdot 10.06} - 2 \frac{2.4144}{0.5} - 1 \right) = -2.3605 \\r_2 &= \frac{0.222 \cdot 2.4144}{0.5} = 1.072\end{aligned}$$

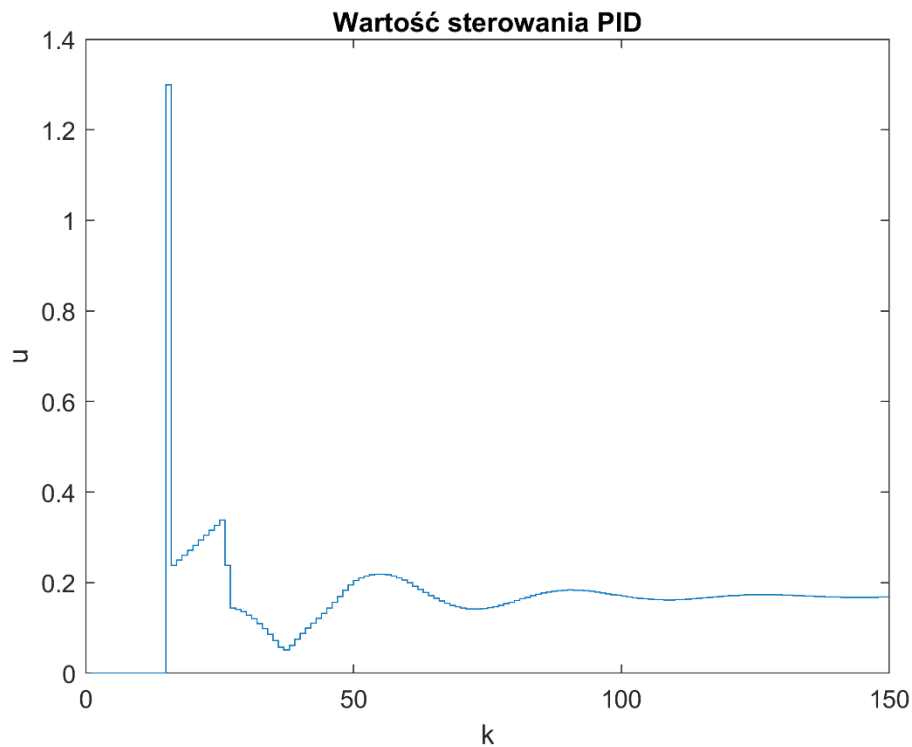
4) Napisać program do symulacji cyfrowego algorytmu PID oraz algorytmu DMC w wersji analitycznej, bez ograniczeń.

Symulacja dyskretnego regulatora PID znajduje się w pliku
PID_dyskr.m

Zbadałem odpowiedź skokową układu z dyskretnym regulatorem PID.



Rys 5a – Odp. Skok. układu z dyskretnym regulatorem PID



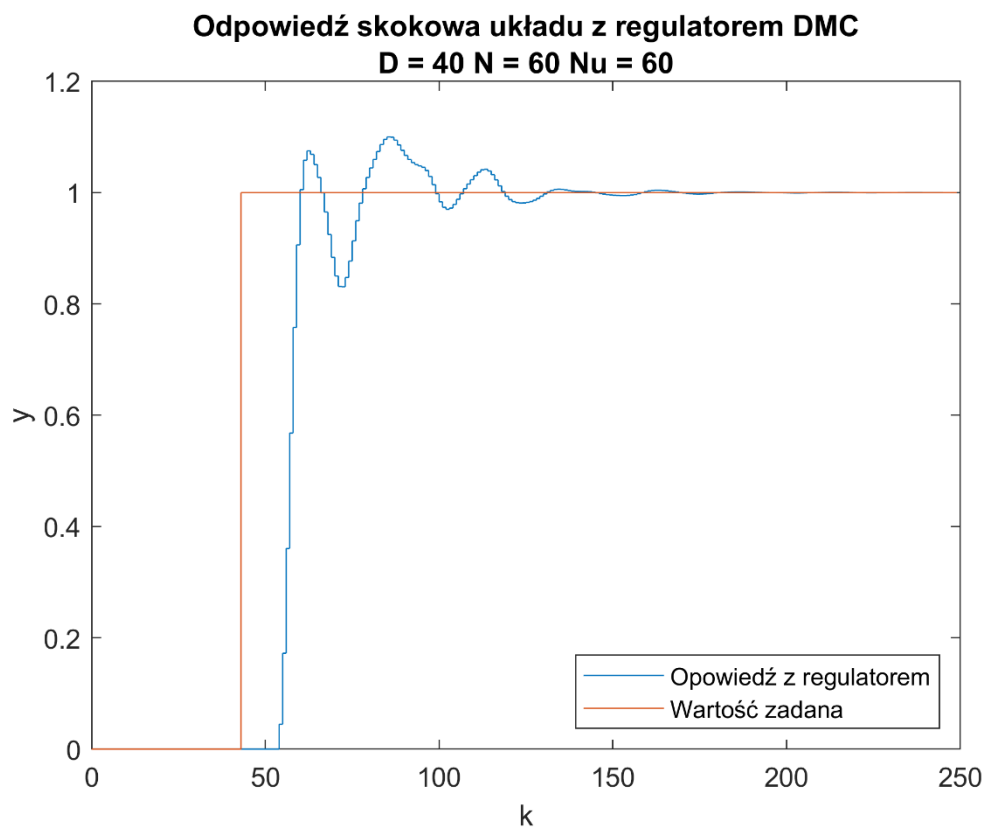
Rys 5b – Sterowanie układu z dyskretnym regulatorem PID

Jakość regulacji w przypadku dyskretnego regulatora PID była zadowalająca, jednakże można zauważyć znaczącą rozbieżność względem czasu potrzebnym do ustabilizowania wyjścia w okolicy wartości zadanej.

Może to wynikać z dyskretyzacji, przez co pogorszenia własności PIDa, którego czas próbkowania to aż 0.5 s.

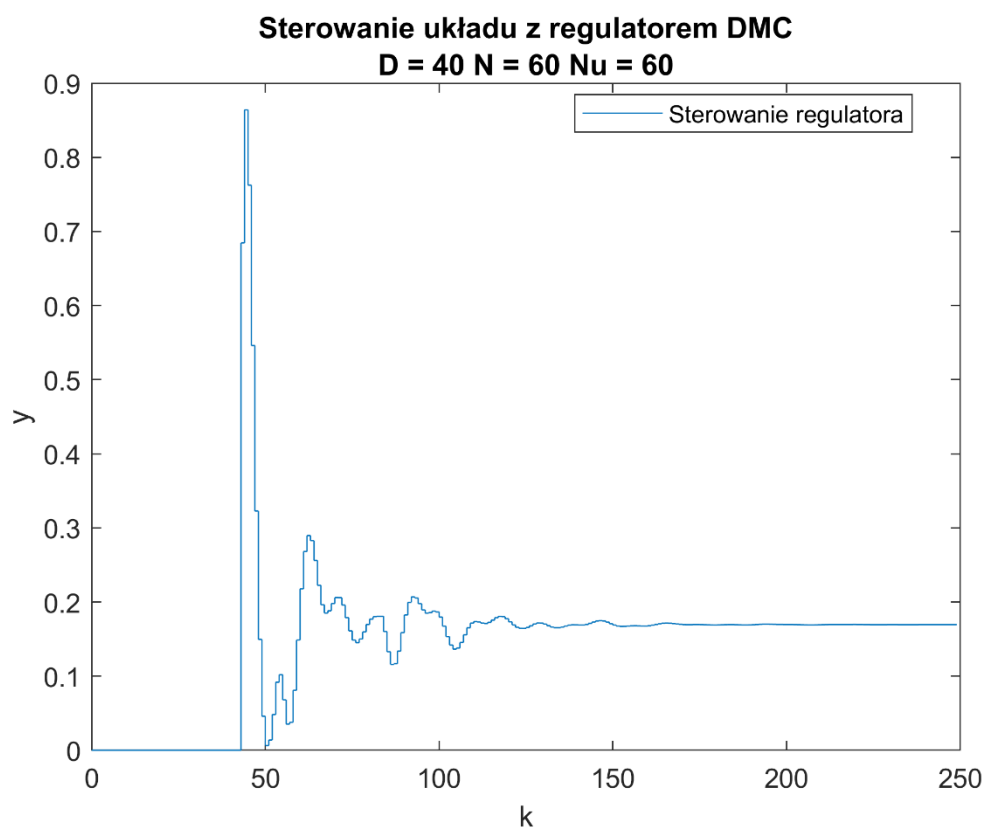
Program do symulacji algorytmu DMC w wersji analitycznej znajduje się w pliku DMC.m

Zbadałem odpowiedź skokową układu z regulatorem DMC:



Rys 6a – Odp. Skok. układu z regulatorem DMC

Sterowanie układu z regulatorem DMC:



Rys 6b – Sterowanie układu z regulatorem DMC

Parametry jakie mają wpływ na regulator DMC to:

- D – horyzont dynamiki
- N – horyzont predykcji
- Nu – horyzont sterowania

Strojeniem regulatora zajmuję się w punkcie 5.

5) Dobrać parametry algorytmu DMC testując działanie układu regulacji dla skokowych zmian wartości zadanej.

a) Na podstawie odpowiedzi skokowej określić horyzont dynamiki D

Wartość horyzontu dynamiki można wyznaczyć ze wzoru:

$$D \cong \frac{\tau + \left(\frac{3}{4} T_z\right)}{T}$$

Jednakże, D jest to liczba kroków dyskretyzacji, po której wartość odpowiedzi skokowej można uznać za ustaloną.

Dlatego zdecydowałem się wyznaczyć wartość horyzontu D eksperymentalnie.

Eksperyment przeprowadzono w pliku: Zadanie5a.m

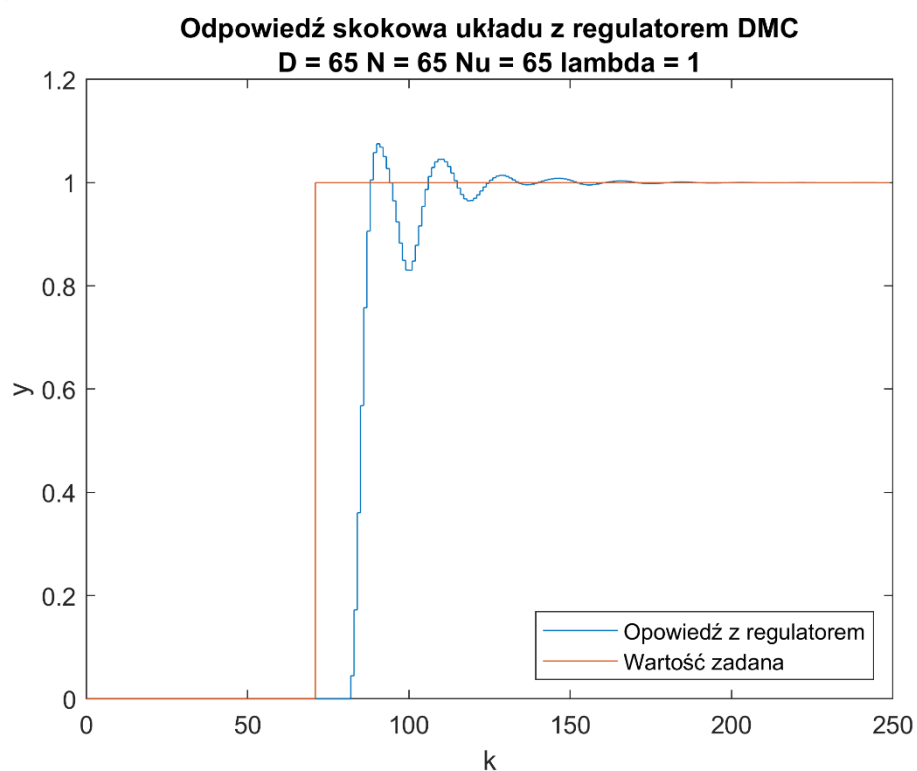
Na podstawie eksperymentu (za optymalną liczbę iteracji uznano osiągnięcie wartości równej 99,5% wartości w stanie ustalonym), wyznaczono horyzont dynamiki równy:

$$D = 65$$

Dla uzyskanego horyzontu dynamiki przebiegi są zadowalające (rys 7a oraz 7b). Parametry regulatora DMC:

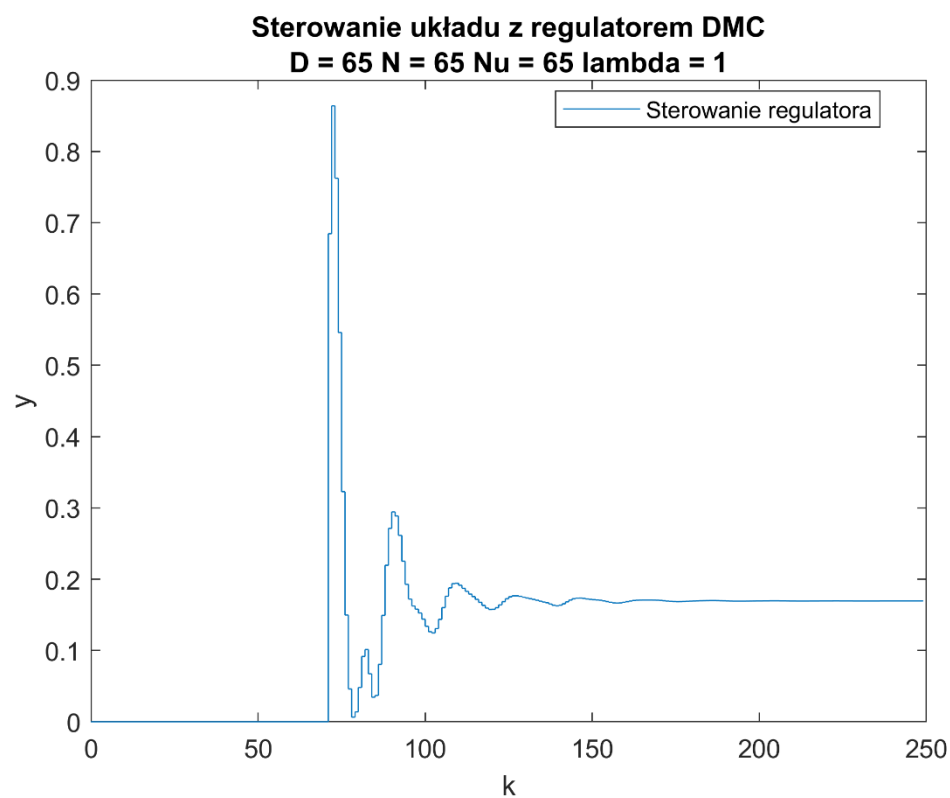
- D – 65
- N – 65
- Nu – 65

Odpowiedź skokowa układu:



Rys 7a – Odp. Skok. ukł. dla $D = N = N_u = 65$, $\lambda = 1$

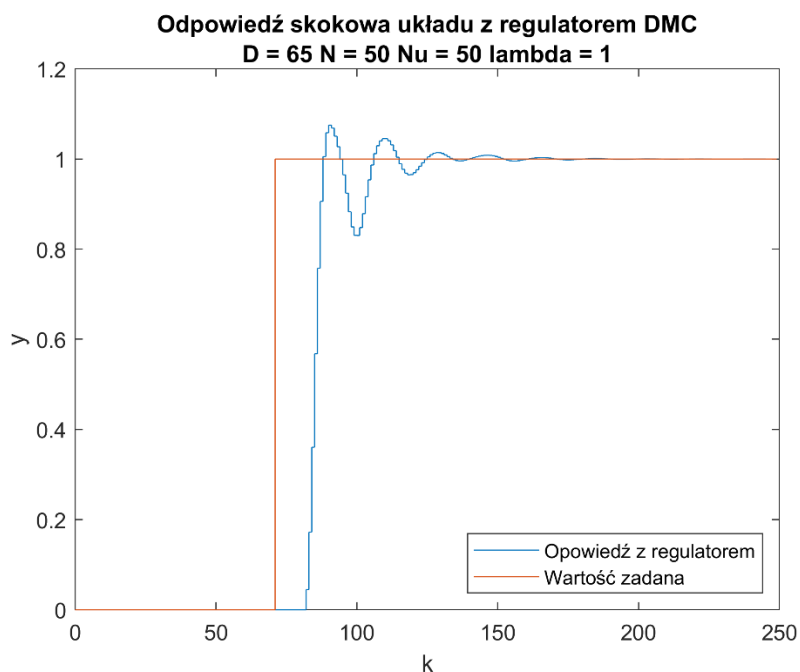
Sterowanie:



Rys 7a – Sterowanie dla $D = N = N_u = 65$, $\lambda = 1$

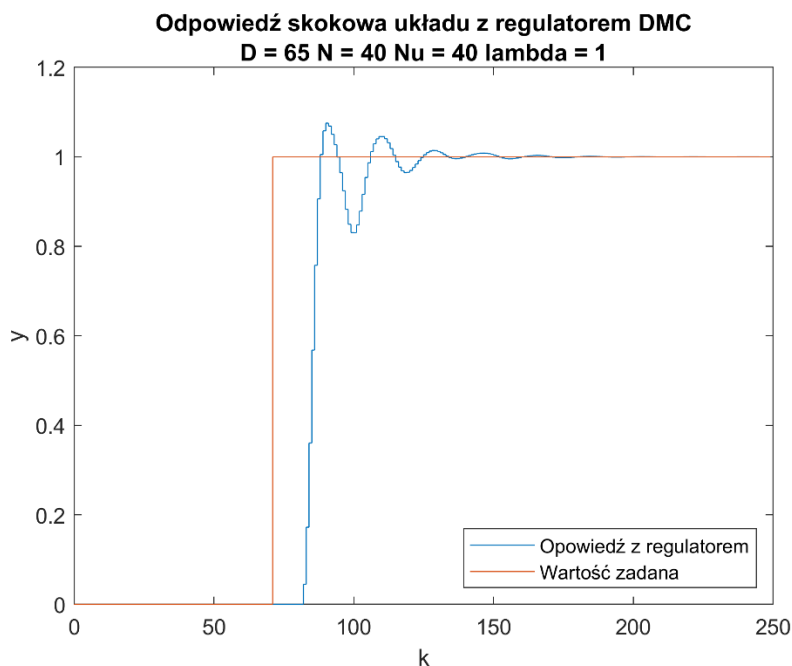
b) Stopniowo skracać horyzont predykcji i wybrać jego docelową długość (przy $N_u=N$).

$N = 50$



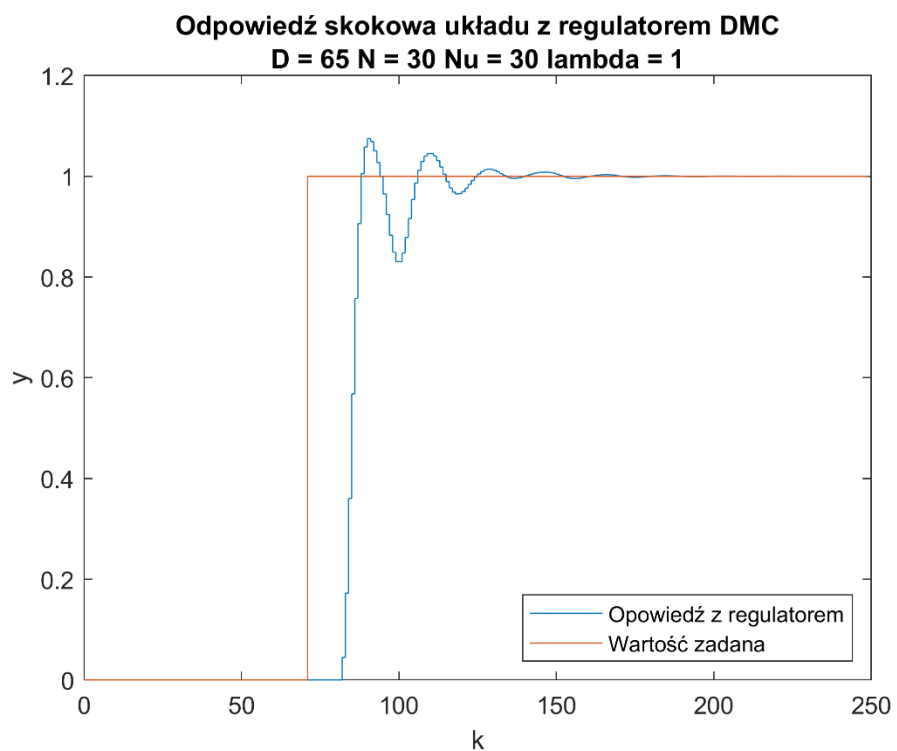
Rys 8a – Odp. Skok. ukł. dla $N = N_u = 50$, $\lambda = 1$

$N = 40$



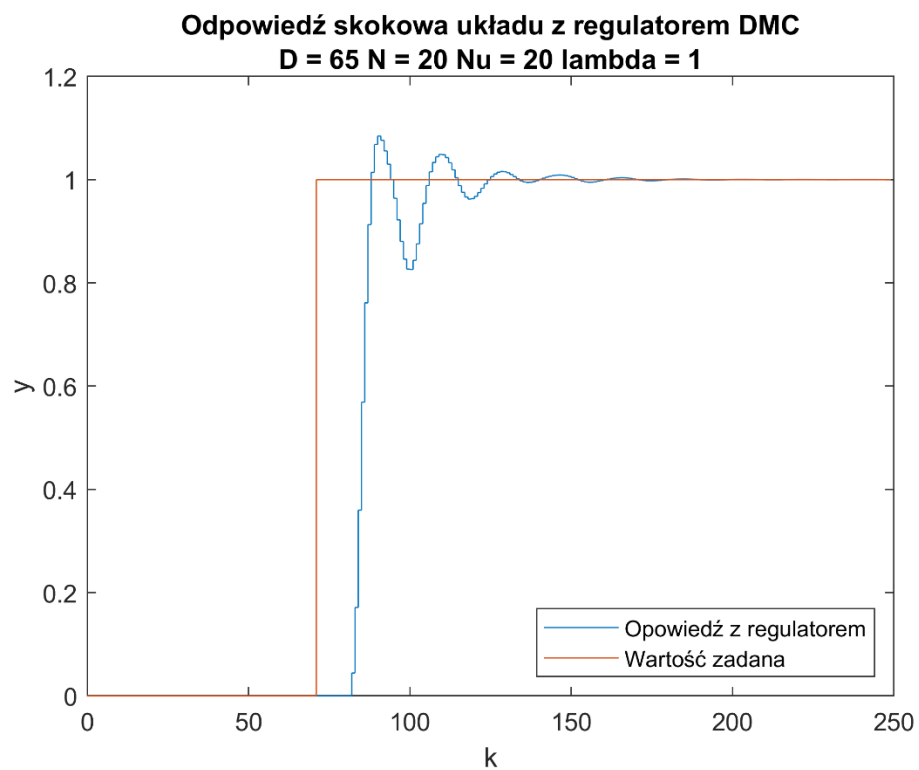
Rys 8b – Odp. Skok. ukł. dla $N = N_u = 40$, $\lambda = 1$

N = 30



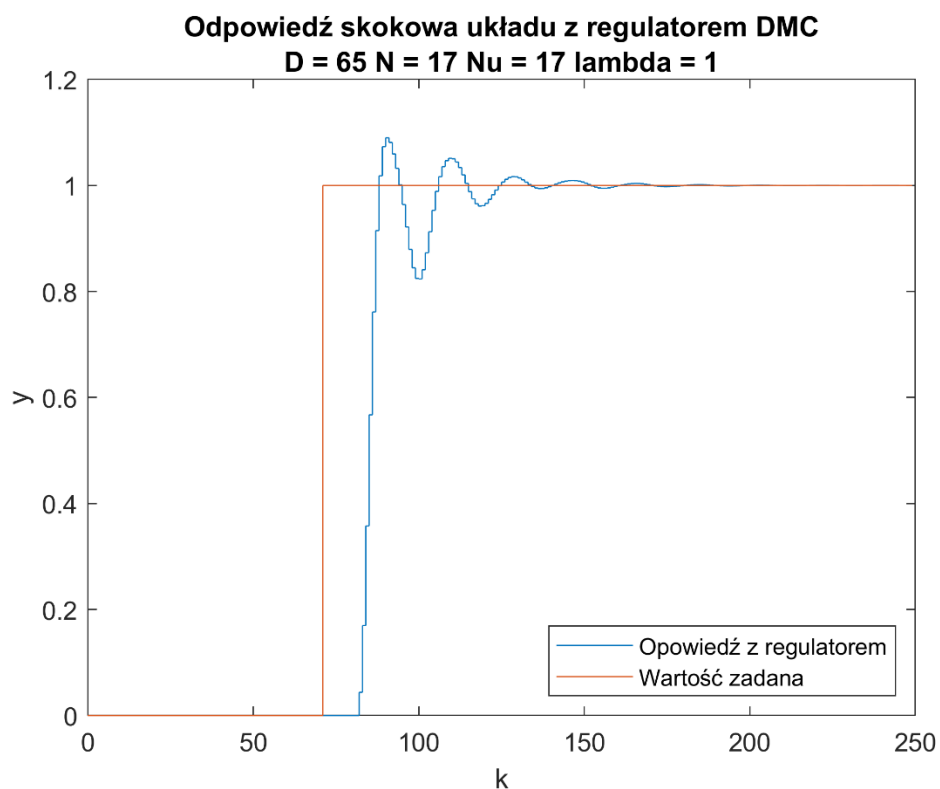
Rys 8c— Odp. Skok. ukł. dla N = Nu = 30, lambda = 1

N = 20



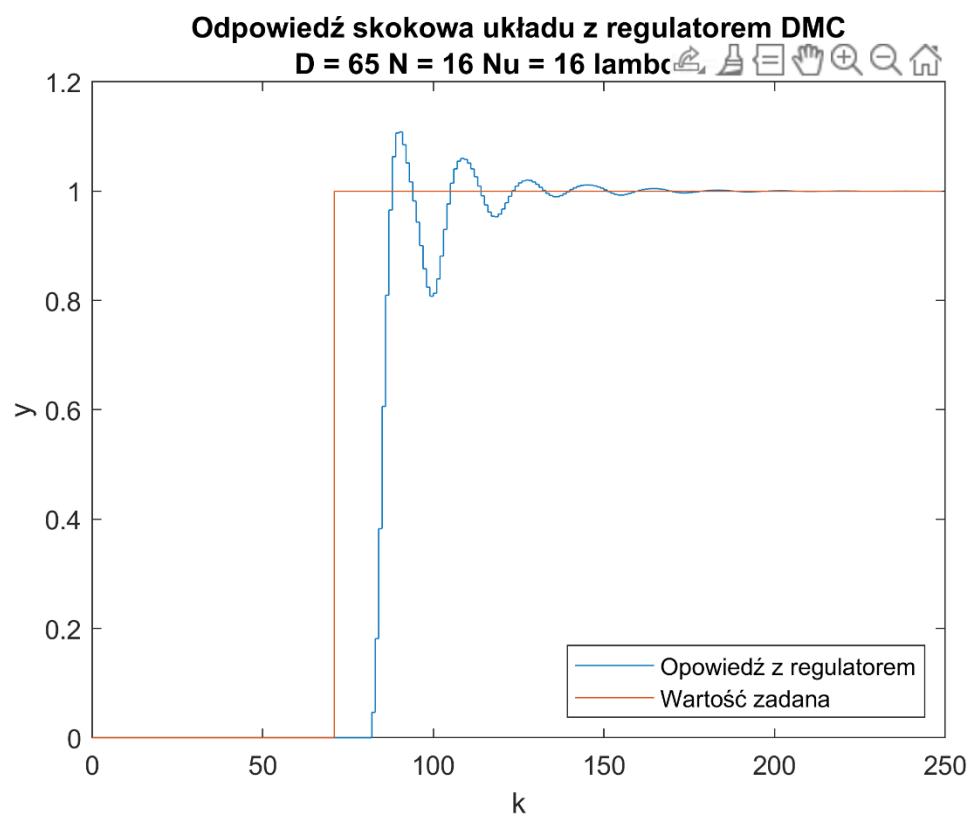
Rys 8d – Odp. Skok. ukł. dla N = Nu = 20, lambda = 1

$N = 17$



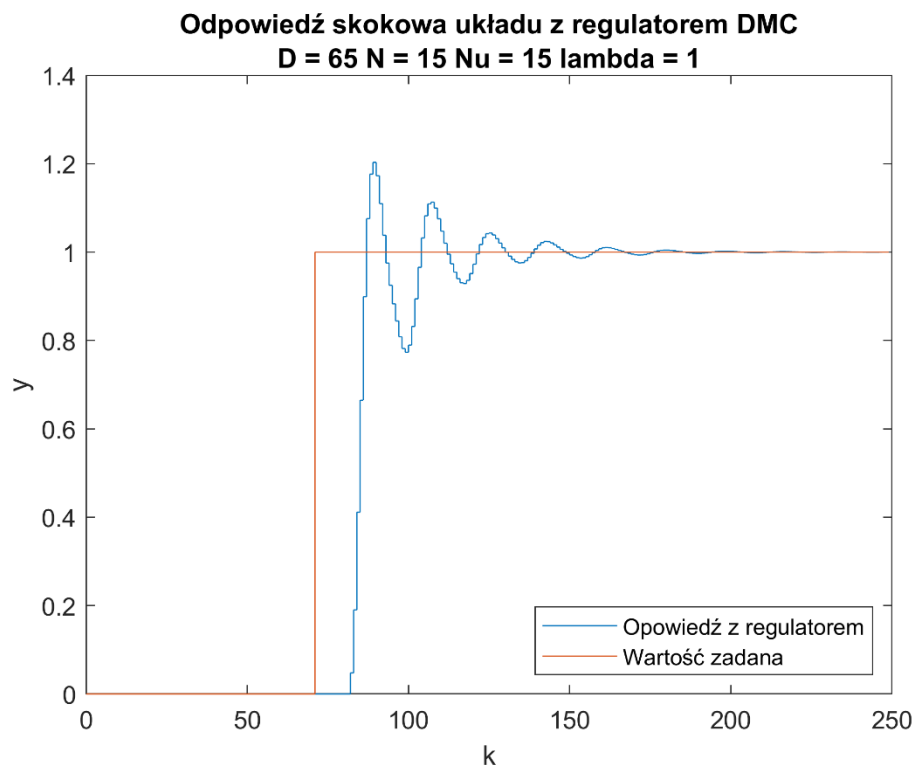
Rys 8d – Odp. Skok. ukł. dla $N = N_u = 17$, $\lambda = 1$

$N = 16$



Rys 8e – Odp. Skok. ukł. dla $N = N_u = 16$, $\lambda = 1$

N = 15



Rys 8f – Odp. Skok. ukł. dla N = Nu = 15, lambda = 1

Przy skracaniu horyzontu predykcji znaczące zmiany zauważono dopiero przy zmniejszeniu do wartości 16, wcześniejsze zmiany są bardzo mało znaczące.

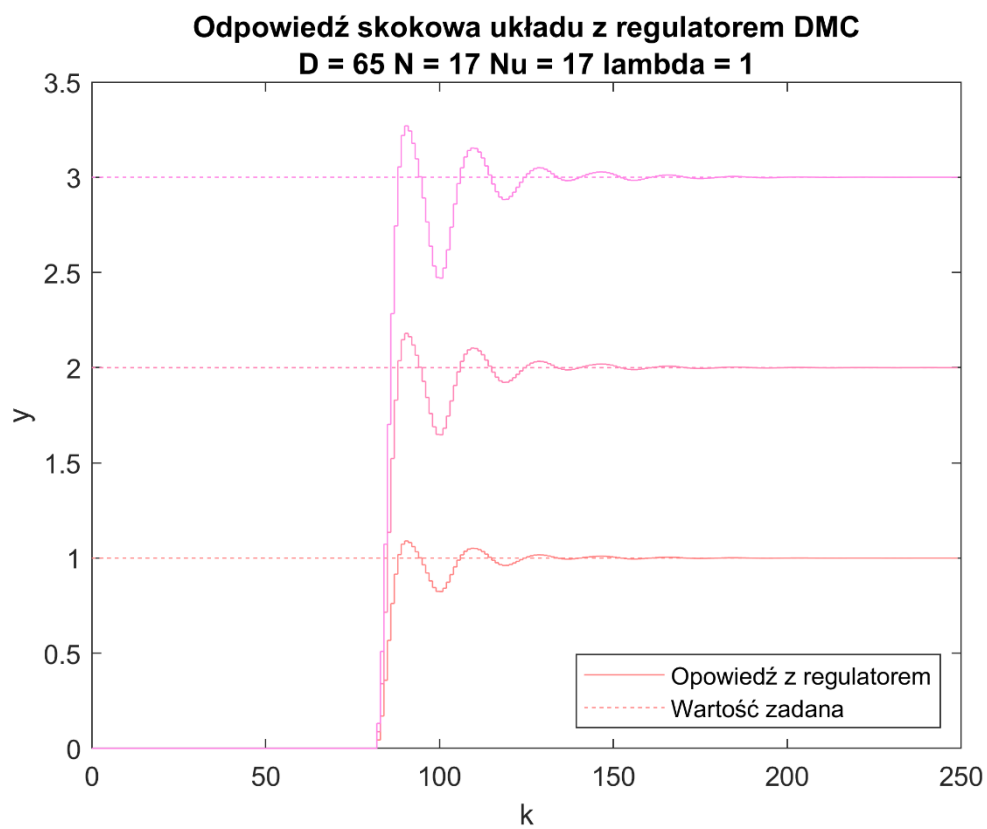
Duży wpływ na wartość horyzontu predykcji ma opóźnienie obiektu, które to wynosi 10 iteracji.

Zmniejszenie wartości horyzontu predykcji:

- do 14 powoduje silne gasnące oscylacje
- do 13 lub 12 powoduje rosnące oscylacje
- 11 i niżej powoduje brak odpowiedzi regulatora

Z tego też powodu wybieram wartość horyzontu predykcji jako:

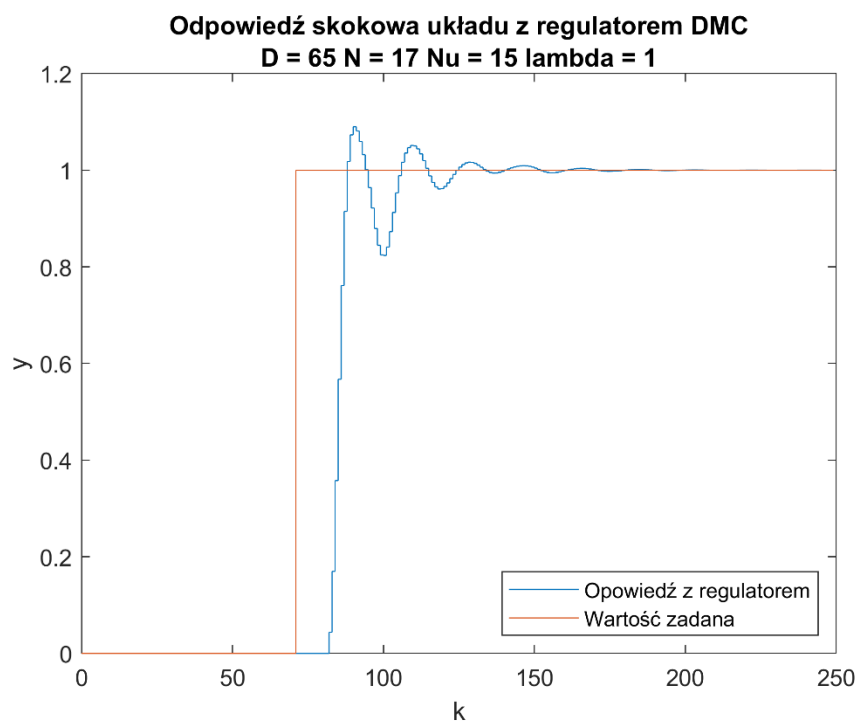
N = 17



Rys 8g – Odpowiedzi Skokowe ukł. dla $N = N_u = 17$, $\lambda = 1$

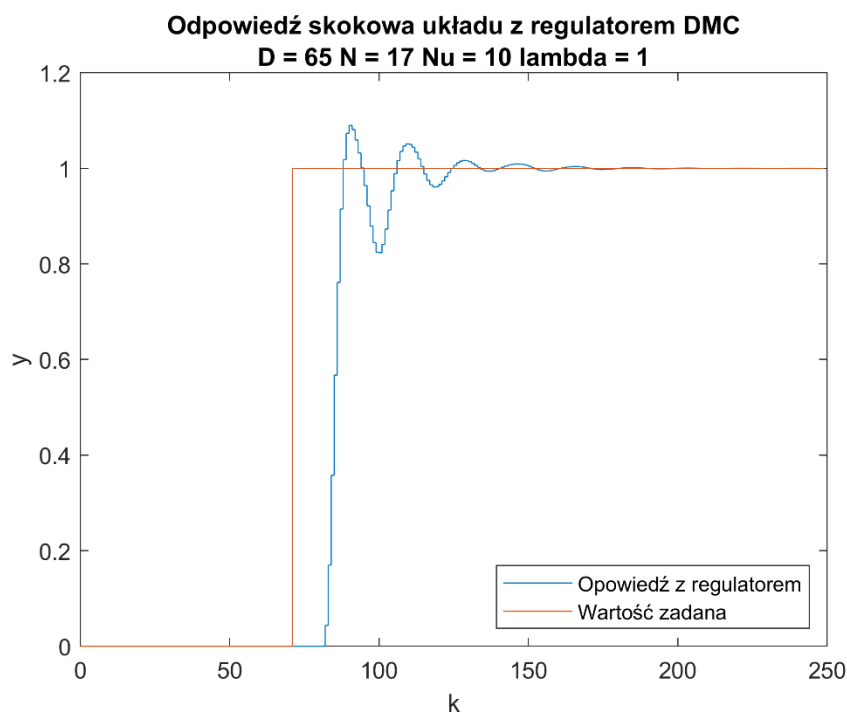
c) Zbadać wpływ horyzontu sterowania na jakość regulacji. Wybrać możliwie małą długość horyzontu sterowania.

$N_u = 15$



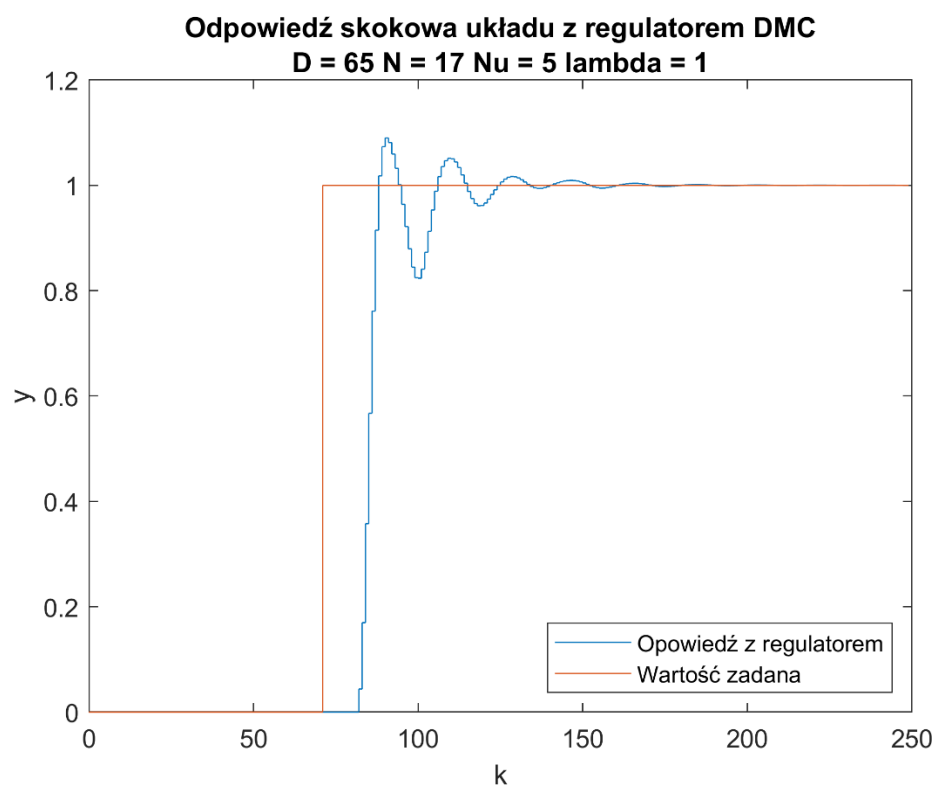
Rys 9a – Odp. Skok. ukł. dla $N_u = 15$, $\lambda = 1$

$N_u = 10$



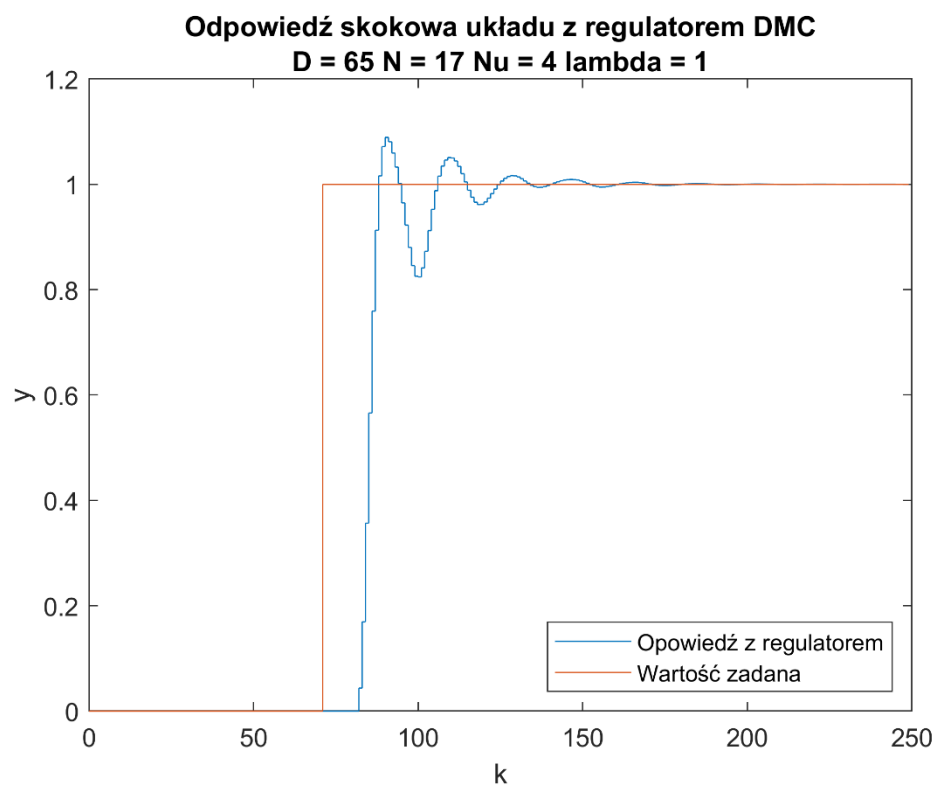
Rys 9b – Odp. Skok. ukł. dla $Nu = 10$, $\lambda = 1$

$Nu = 5$



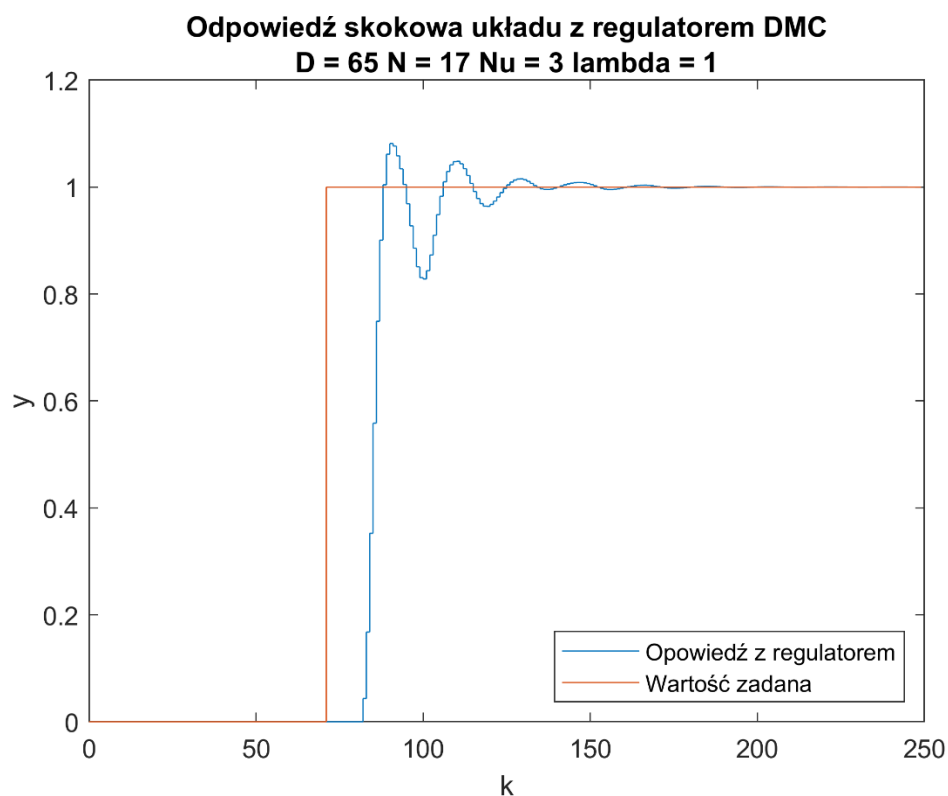
Rys 9c – Odp. Skok. ukł. dla $Nu = 5$, $\lambda = 1$

$Nu = 4$



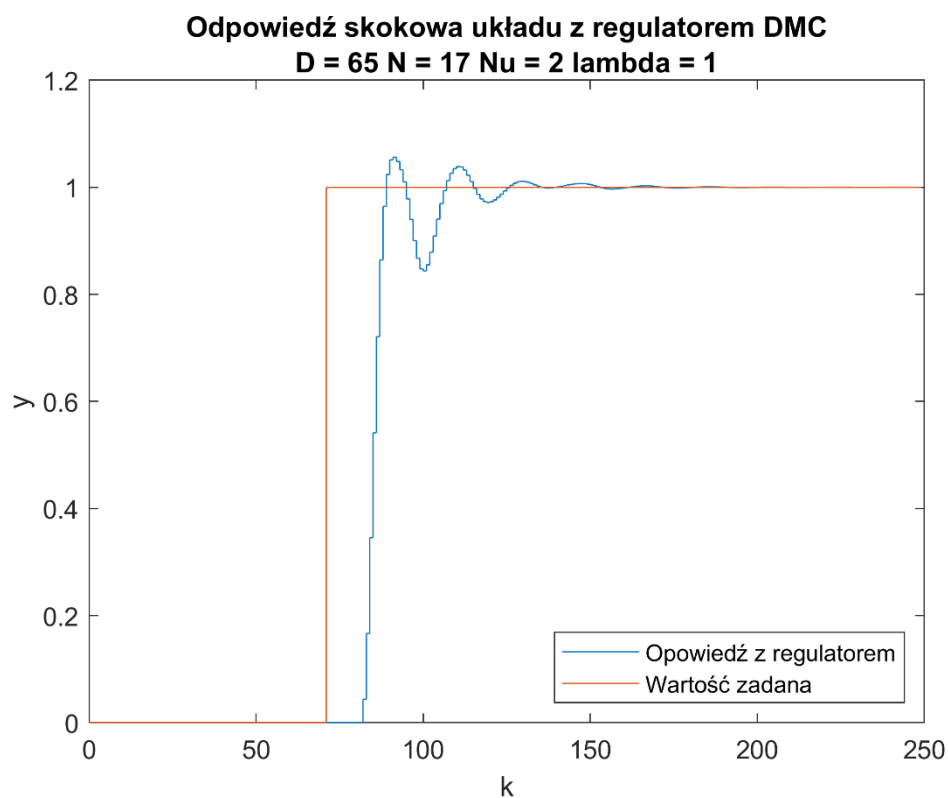
Rys 9d – Odp. Skok. ukł. dla $Nu = 4$, $\lambda = 1$

$Nu = 3$



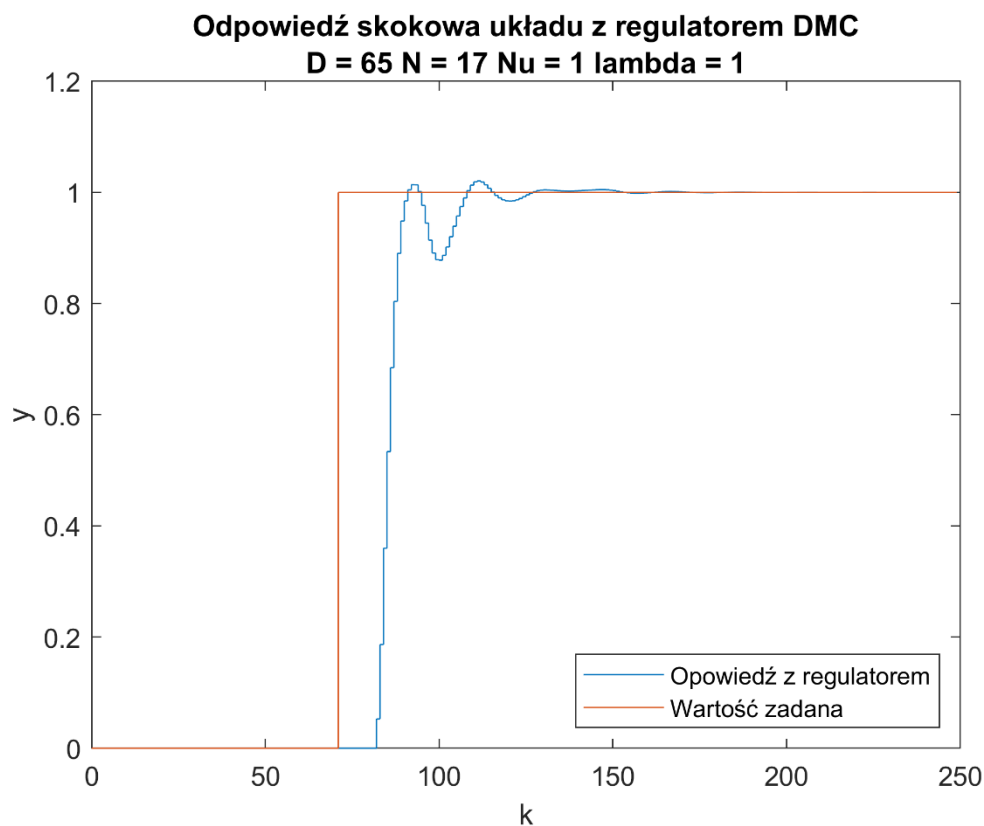
Rys 9e – Odp. Skok. ukł. dla $Nu = 3$, $\lambda = 1$

$Nu = 2$



Rys 9f – Odp. Skok. ukł. dla $Nu = 2$, $\lambda = 1$

Nu = 1

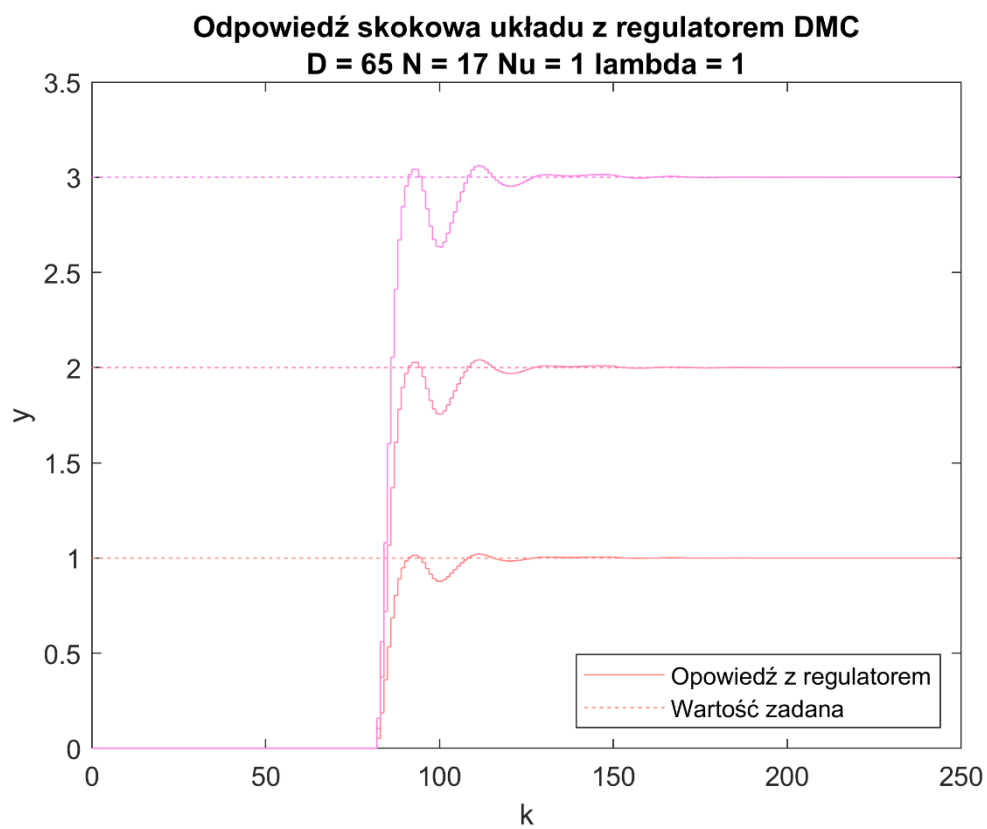


Rys 9g – Odp. Skok. ukł. dla Nu = 1, lambda = 1

Dla horyzontu sterowania nie zauważam dużych zmian dla zakresu 15-3, pierwsze zmiany pojawiają się dopiero przy wartości Nu = 2, większe zmiany pojawiają się dla Nu = 1, lecz nie są one krytyczne, nie powodują pogorszenia jakości regulacji, jedynie zmniejszyły wielkość przeregulowania.

Jednakże zdecydowałem na zastawanie horyzontu sterowania:

Nu = 2

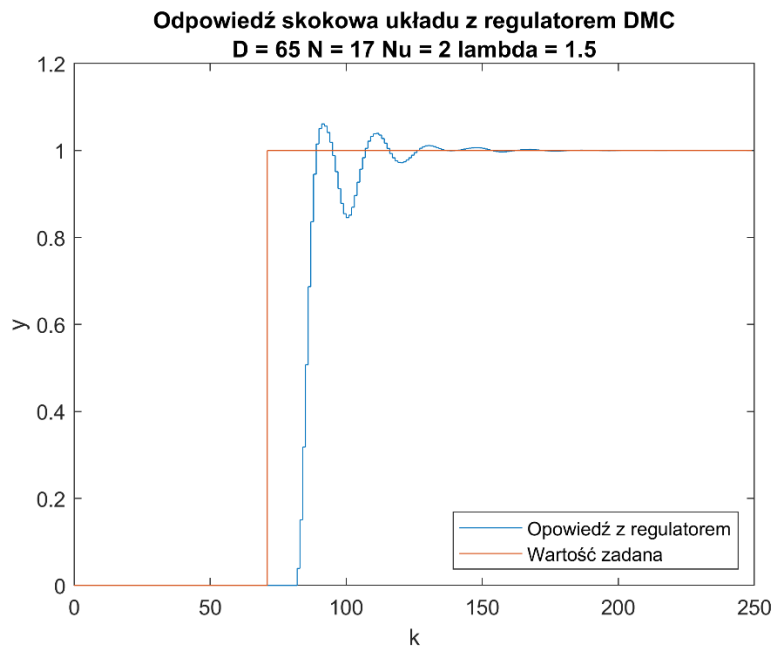


Rys 9h – Odpowiedzi skokowe ukł. dla $Nu = 2$, $\lambda = 1$

d) Dla ustalonych horyzontów zbadać wpływ współczynnika λ na jakość regulacji i wybrać taką jego wartość, która zapewnia właściwy kompromis między szybkością regulacji a postacią sygnału sterującego.

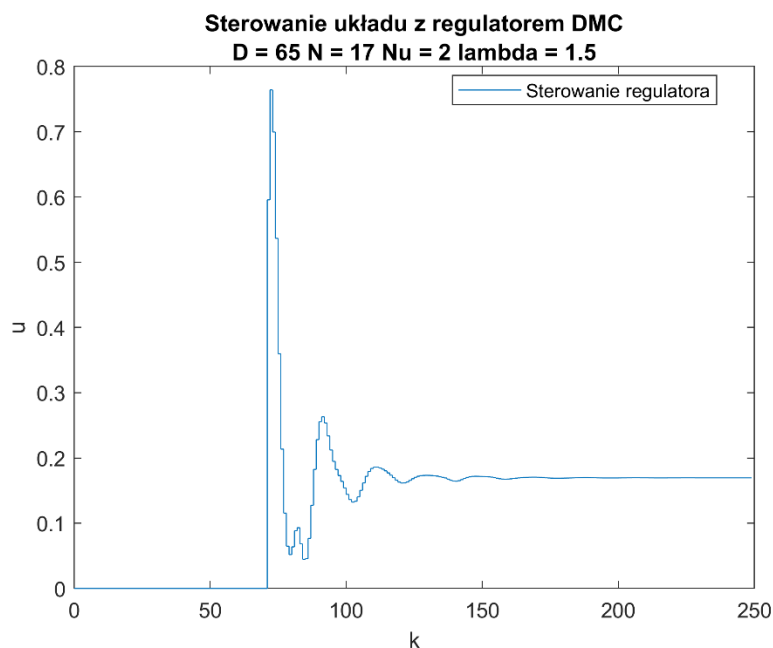
$$\lambda = 1.5$$

Wartość odpowiedzi skokowej:



Rys 10a – Odp. skokowa ukł. dla $\lambda = 1.5$

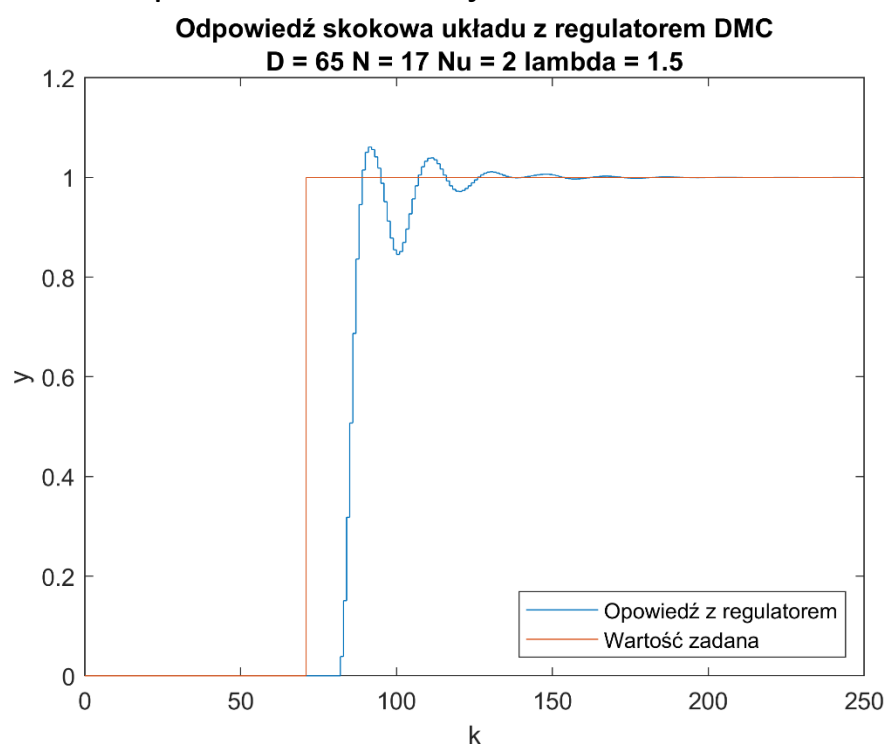
Wartość sterowania:



Rys 11a – Sterowanie ukł. dla $\lambda = 1.5$

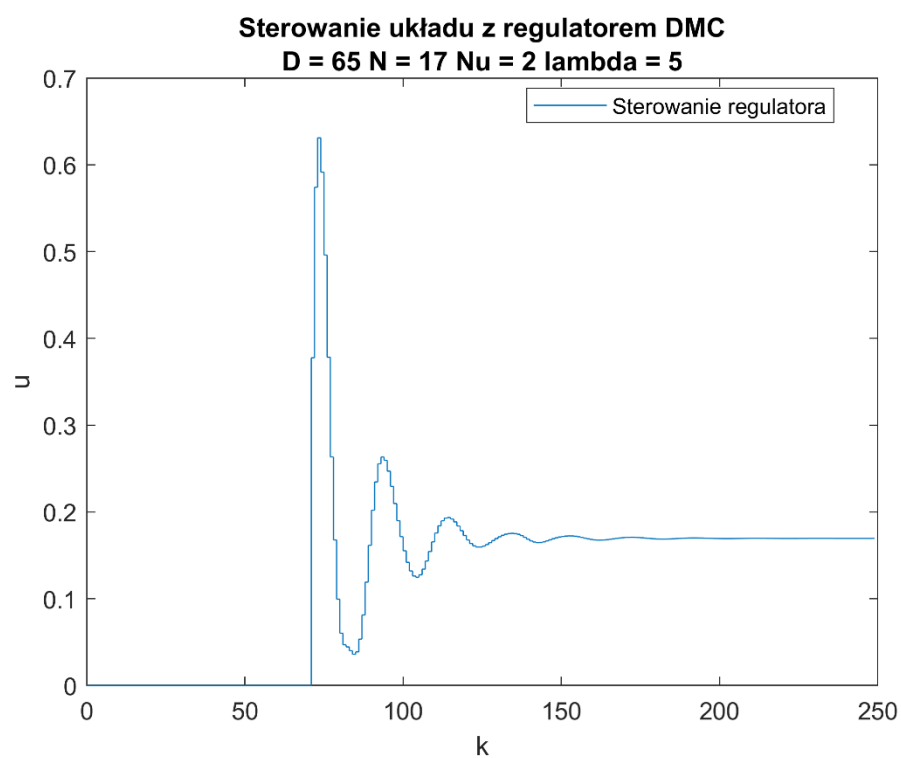
$$\lambda = 5$$

Wartość odpowiedzi skokowej:



Rys 10b – Odp. skokowa ukł. dla lambda = 1.5

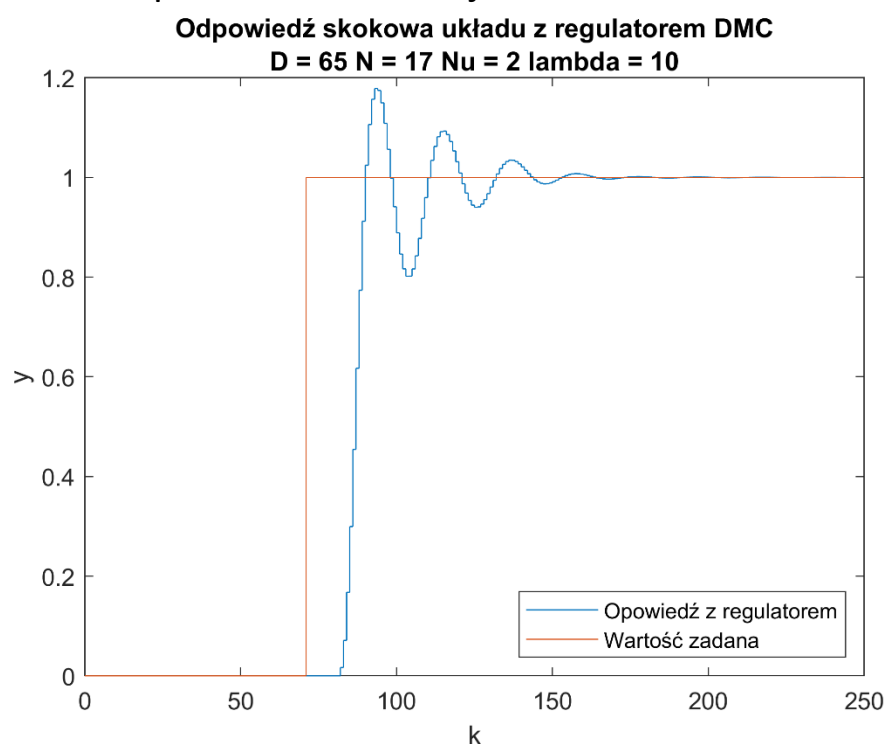
Wartość sterowania:



Rys 11b – Sterowanie ukł. dla lambda = 1.5

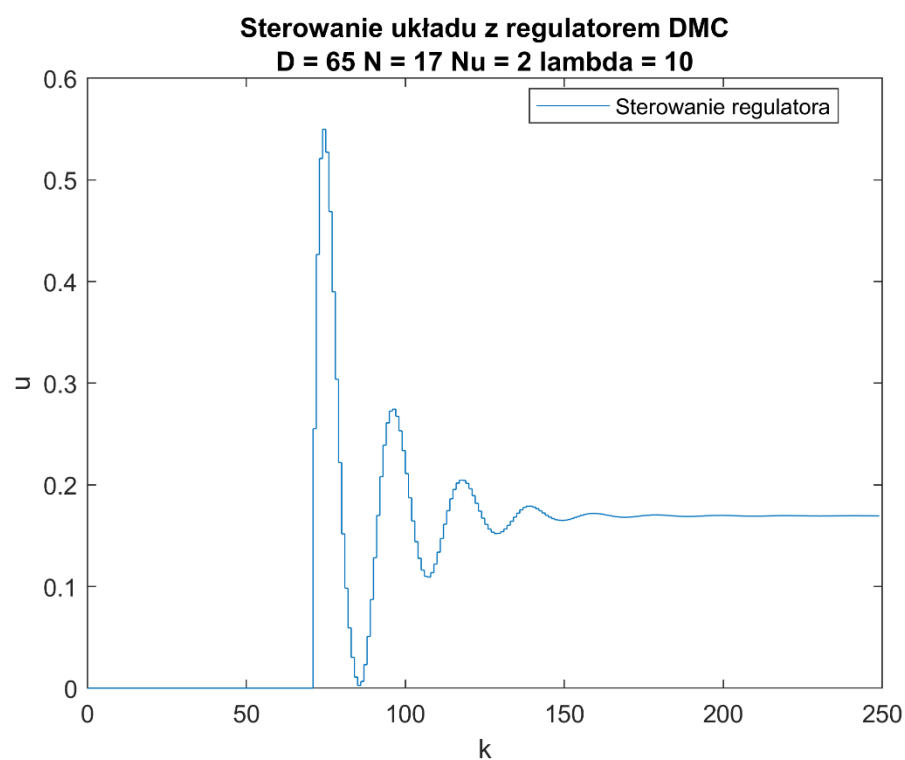
$$\lambda = 10$$

Wartość odpowiedzi skokowej:



Rys 10c – Odp. skokowa ukł. dla lambda = 1.5

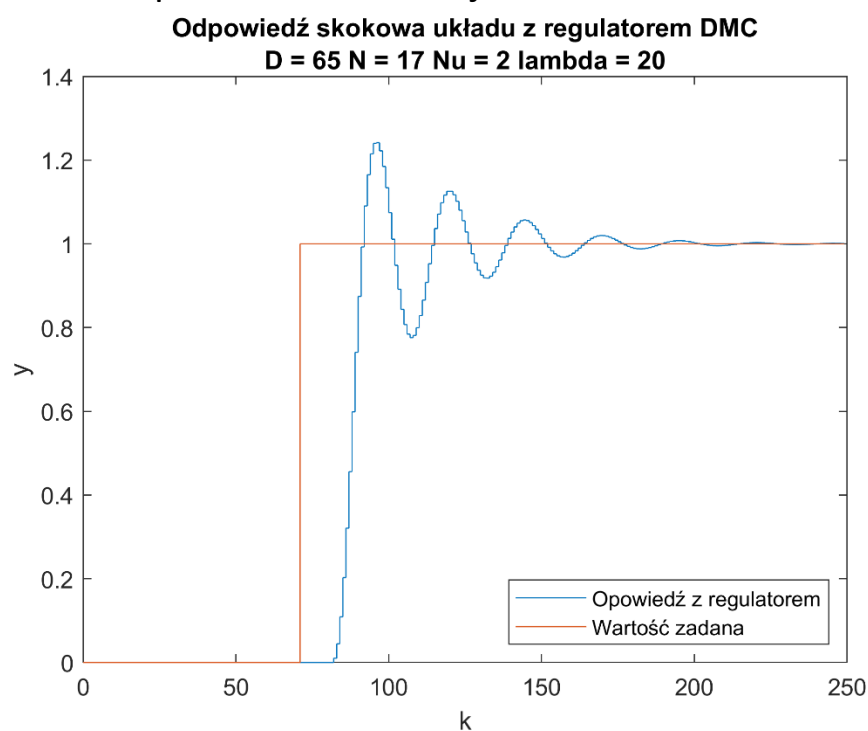
Wartość sterowania:



Rys 11c – Sterowanie ukł. dla lambda = 1.5

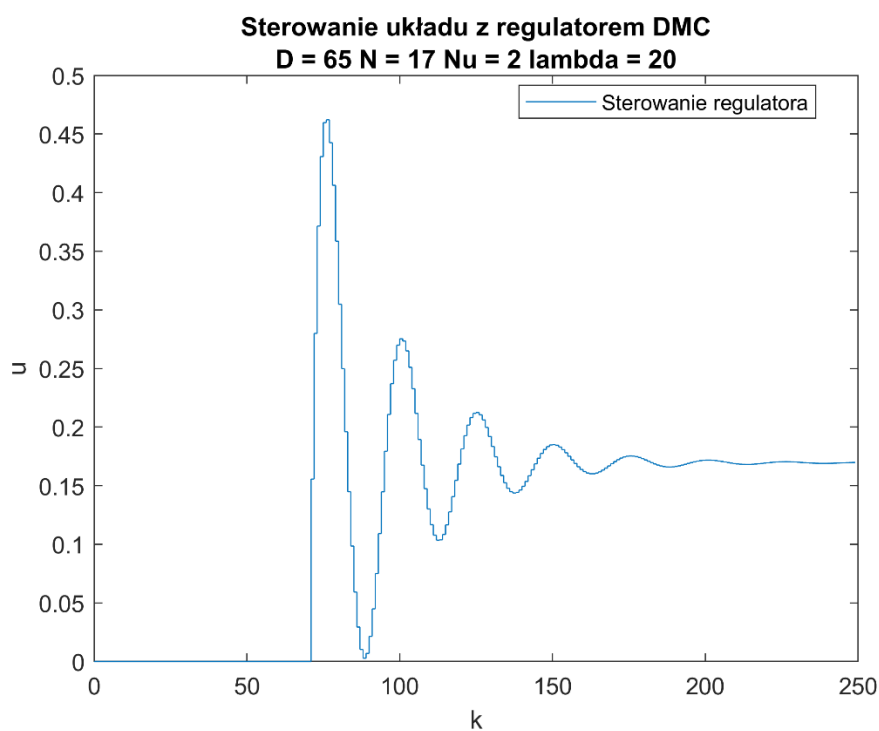
$$\lambda = 20$$

Wartość odpowiedzi skokowej:



Rys 10d – Odp. skokowa ukł. dla lambda = 1.5

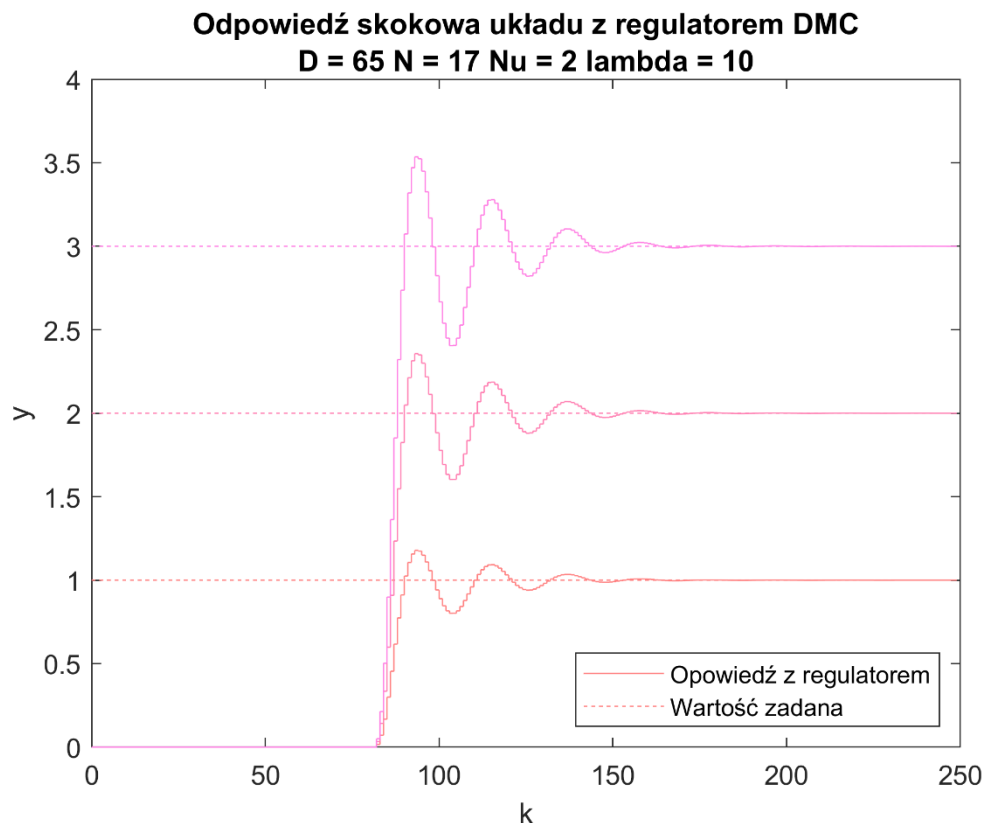
Wartość sterowania:



Rys 11d – Sterowanie ukł. dla lambda = 1.5

Jako kompromis między wpływem na jakość regulacji a skokami wartości sterowania zdecydowałem się wybrać człon kary:

$$\lambda = 10$$



Rys 11e – Odpowiedzi Skokowe dla $\lambda = 10$.

Ogólnie układ regulacji działa lepiej niż regulator PID, który to na ustabilizowanie obiektu potrzebował ponad 125 iteracji, gdzie w przypadku regulatora DMC potrzeba jedynie ok. 80 iteracji.

Co więcej skoki wartości sterowania dla regulatora DMC są znacznie mniejsze niż dla regulatora PID co powoduje lepsze warunki stosowania, np. dla realnych obiektów.

Warto jednak pamiętać, że regulator DMC działa dobrze jedynie, gdy obiekt regulacji jest dobrze zamodelowany.

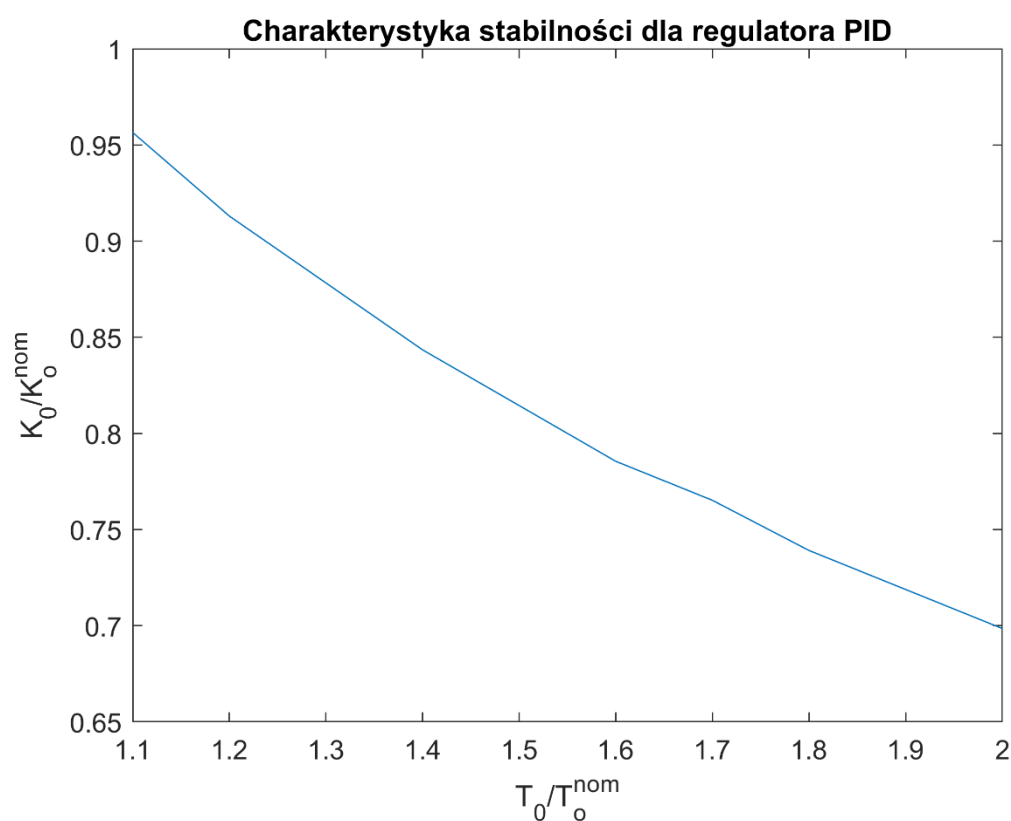
6) Przy skokowej zmianie wartości zadanej porównać jakość regulacji cyfrowego algorytmu PID i algorytmu DMC dostrojonego w poprzednim punkcie

Zadanie zrealizowano w plikach:

Zadanie6_DMC.m

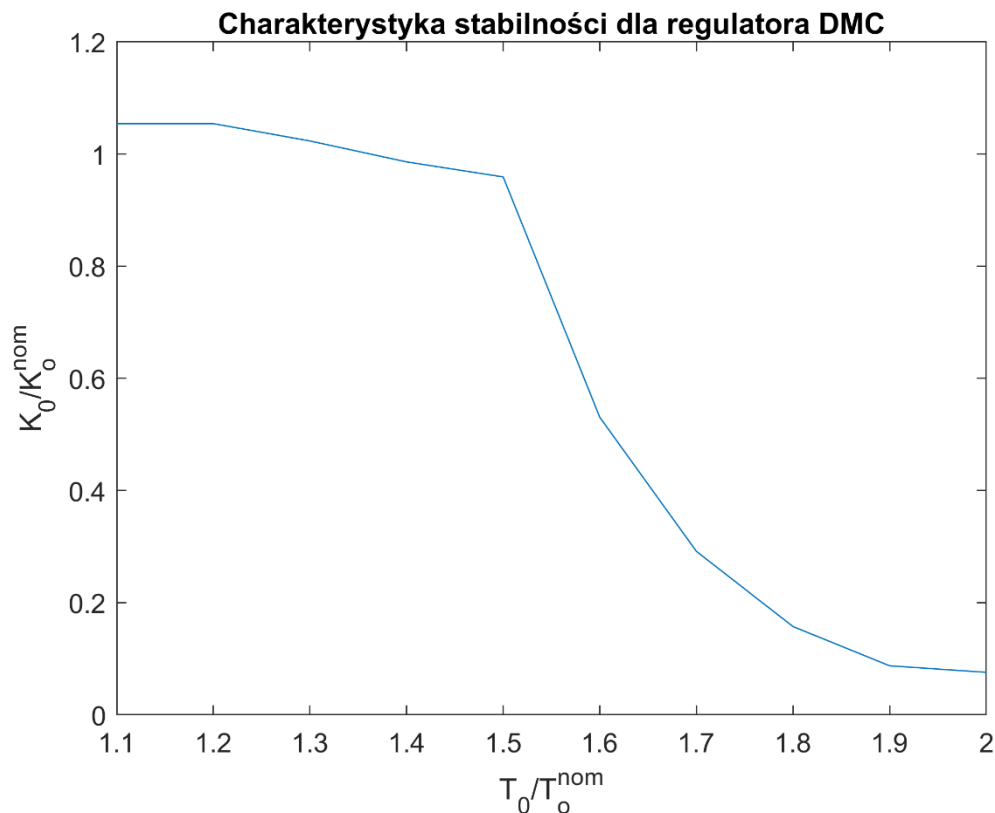
Zadanie6_PID.m

Charakterystyka stabilności dla regulatora PID:



Rys 12a – Charakterystyka stabilności regulatora PID

Charakterystyka stabilności dla regulatora DMC:



Rys 12b – Charakterystyka stabilności regulatora DMC

Jak można zauważyć z charakterystyk stabilności układ z regulatorem PID jest bardziej odporny na zmiany procesu niż układ z regulatorem DMC.

Regulator PID jest znany ze swojej odporności, dlatego jest tak często stosowany w przemyśle, mimo że są rozwiązania o wiele bardziej dokładne, aczkolwiek działające jedynie w okolicy idealnego procesu, który zamodelowaliśmy.

Niestety procesy/obiekty bardzo często ulegają zmianom (np. zawór przestaje funkcjonować w pełni, wymieniono pompę itp.), regulator DMC wymaga dobrego modelu procesu aby funkcjonować poprawnie. Jak można zauważyć już przy zmianie opóźnienia o dodatkowe 6 taktów zegara układ przestaje funkcjonować poprawnie.