

# UTBM - MT44 - Analyse numérique et splines

## TP2 - Courbes de Bézier et Splines

Printemps 2015

NB : le compte-rendu de ce TP sera à remettre au plus tard :

- le 7 juin 2015 pour le groupe du mardi semaine A
- le 1 juin 2015 pour le groupe du mardi semaine B
- le 11 juin 2015 pour le groupe du vendredi semaine A
- le 4 juin 2015 pour le groupe du vendredi semaine B

L'objet de ce TP est l'étude et l'utilisation des courbes de Bézier et des basic-splines.

### 1. Algorithme de de Casteljau

- (a) On rappelle qu'il s'agit de l'algorithme classiquement utilisé pour la création des courbes de Bézier. Il a été fourni et étudié en cours. Nous en rappelons la structure ci-dessous ; on définit la fonction  $casteljau(P_0, \dots, P_n, t \rightarrow P_n^n(t))$  comme suit :

i. **Entrées**

- $n + 1$  points  $P_0, \dots, P_n$  de  $\mathcal{E}$  par leurs coordonnées dans le repère  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .
- $t$  réel élément de  $[0, 1]$ .

ii. **Sortie** : coordonnées de  $P_n^n(t)$ .

iii. **Corps d'algorithme**

Début

- Initialisation  
Pour tout  $i$  :  $P_i^0(t) \leftarrow P_i$ .
- Faire pour  $r = 0$  jusqu'à  $n - 1$   
Faire pour  $i = r$  jusqu'à  $n - 1$   
 $P_{i+1}^{r+1}(t) \leftarrow (1 - t) P_i^r(t) + t P_{i+1}^r(t)$   
Fin de faire en  $i$   
Fin de Faire en  $r$
- Sortie de  $P_n^n(t)$

Fin de fonction  $casteljau( )$

- (b) Ecrire la fonction  $casteljau( )$ .

NB : On aura intérêt à en prévoir une version matricielle, qui permette de passer un vecteur de réels  $t$ .

- (c) Proposer une visualisation des points de contrôle  $P_0, \dots, P_n$  et de la naissance des points  $P_n^n(t)$ .
- (d) Que proposeriez-vous comme logiciel de démonstration, destiné à faire saisir à un étudiant qui découvre les Bézier, la manière dont se construisent les points relatifs à chaque valeur de  $t$  ?

## 2. Etude des $\mathbf{B}_{i,k}$

### (a) Création des fonctions $\mathbf{B}_{i,k}$

Ecrire une fonction *genere\_bik* qui, à partir d'un vecteur noeud  $t$  (constitué de valeurs distinctes ou confondues en nombre adéquat pour demeurer cohérent avec le reste des données) et de l'entier  $k$  inférieur ou égal à 4, fournit la définition de la fonction  $\mathbf{B}_{i,k}$ , pour tout indice  $i$  convenable.

### (b) Adjoindre à la fonction antérieure un champ complémentaire *trace* qui, lorsqu'il sera égal à 1, fournira la représentation graphique des $\mathbf{B}_{i,k}$ sur un intervalle convenable.

NB : On pourra utiliser les fonctions **subplot**, **legend**, **title** de Matlab.

## 3. Exemple d'utilisation en imprimerie

En imprimerie, on utilise les courbes B-splines et les Bézier pour définir les caractères alpha-numériques, en raison de leurs remarquables propriétés géométriques lors des transformations affines du plan.

### (a) Création d'une lettre

- Ecrire une fonction **creation\_alpha** permettant de dessiner la lettre alpha en utilisant une Bézier de degré trois, et donc quatre points de contrôle,  $P_0, P_1, P_2, P_3$  qui en constituent les champs d'entrée.
- Modifier la donnée de  $P_2$ , par exemple. Etudier expérimentalement l'effet de cette modification.

### (b) Dilatation d'une lettre

Ecrire une fonction qui permet de tracer la lettre alpha "dilatée", dans une homothétie de centre  $I$  de rapport  $k \neq 0$ . Choisir un centre  $I$  satisfaisant. Comment mettre en place la lettre dilatée dans un texte?

### (c) Rotation d'une lettre

Mêmes questions adaptées dans le cas de la rotée de la lettre alpha.