2. MAŞINA DE CURENT CONTINUU CU EXCITAŢIA DERIVAŢIE PROBLEME REZOLVATE

2.1. Dată fiind o maşină de curent continuu cu excitaţia în derivaţie având următoarele date nominale:

U_n=110 V
I_{an}=3 A
I_{exn}=0,3 A
P_n=250 W
n_n=1750 rot/min,

se cere să se determine ecuaţia caracteristicii mecanice naturale n=n(M) şi să se traseze grafic caracteristica.

REZOLVARE:

Ecuaţia caracteristicii mecanice $n = n(M)$ a unui motor de curent continuu este următoarea:

$$n = \frac{U_a}{k_e \cdot \Phi_{ex}} - \frac{R_a + R_p}{k_e \cdot k_m \cdot \Phi_{ex}^2} \cdot M, \qquad (2.1.1)$$

unde mărimile din ecuaţie au următoarea semnificaţie:

- U_a este tensiunea de alimentare a circuitului, aşa cum este ea ilustrată în schema din figura 2.1.1;
- R_a este rezistenţa înfăşurării rotorice;
- R_p este rezistenţa înseriată pe circuitul rotoric;
- k_e este constanta electrică a maşinii;
- k_m este constanta mecanică a maşinii;
- Φ_{ex} este fluxul magnetic statoric, proporţional cu curentul statoric I_{ex}.

Dintre mărimile enumerate mai sus, unele sunt constante: R_a, k_e, k_m, în timp ce altele sunt parametri, adică mărimi a căror valoare poate fi modificată de către utilizator (U_a, R_p, Φ_{ex}). Caracteristica mecanică devine caracteristică mecanică naturală, atunci când toţi parametrii indicaţi mai sus au valori nominale:

$$\begin{cases} U_a = U_n \\ R_p = 0 \\ \Phi_{ex} = \Phi_{exn} \end{cases} . \qquad (2.1.2)$$

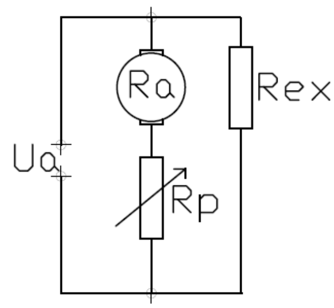

Figura 2.1.1.: Schema electrică a motorului de curent continuu cu excitaţia în derivaţie

În aceste condiţii, când parametri au valori nominale, se vor face următoarele notaţii:

$$\begin{cases} C_e = k_e \cdot \Phi_{exn} \\ C_m = k_m \cdot \Phi_{exn} \end{cases}, \tag{2.1.3}$$

iar ecuaţia devine:

$$n = \frac{U_n}{C_e} - \frac{R_a}{C_e \cdot C_m} \cdot M \ . \tag{2.1.4}$$

Determinarea acestei ecuaţii presupune aflarea numerică a tuturor mărimilor care intervin. Prima, U_n este dată.

Pentru aflarea rezistenţei circuitului rotoric, se vor calcula pierderile de putere din motor în condiţii nominale de funcţionare. Pe de o parte, aceste pierderi se pot determina ca fiind diferenţa dintre puterea care intră în motor, la bornele rotorice şi statorice şi puterea care este cedată de motor la arbore:

$$\Delta P = P_{1n} - P_n = U_n \cdot I_{an} + U_n \cdot I_{exn} - P_n \ . \tag{2.1.5}$$

Pe de altă parte, aceleaşi pierderi de putere se pot exprima ca sumă a tipurilor de pierdere: pierderi de natură Joule în înfăşurarea rotorică p_{Cu}, pierderi în fierul rotoric p_{Fe}, pierderi în circuitul şi în fierul statoric p_{ex} şi pierderi mecanice şi de ventilaţie p_{m+v}:

$$\Delta P = p_{Cu} + p_{Fe} + p_{ex} + p_{m+v} \ . \tag{2.1.6}$$

Având în vedere faptul că statorul nu contribuie energetic la bilanţul puterilor din motor, puterea care este absorbită la bornele statorice este practic egală cu pierderile de putere statorice:

$$U_n \cdot I_{exn} = p_{ex} . \quad (2.1.7)$$

Din ultimele trei ecuaţii de mai sus, se poate deduce că:

$$U_n \cdot I_{an} - P_n = p_{Cu} + p_{Fe} + p_{m+v} , \quad (2.1.8)$$

ecuaţie, ce reprezintă ecuaţia de bilanţ energetic al motorului de curent continuu cu excitaţia în derivaţie.
Pierderile în cupru, fiind o putere de natură Joule, au expresia:

$$p_{Cu} = R_a \cdot I_{an}^2 . \quad (2.1.9)$$

Suma dintre pierderile în fierul rotoric şi pierderile mecanice şi de ventilaţie se poate aproxima cu pierderile în cupru, astfel că relaţia (2.1.8) devine:

$$U_n \cdot I_{an} - P_n = 2 \cdot R_a \cdot I_{an}^2 . \quad (2.1.10)$$

Din această ultimă ecuaţie se poate deduce valoarea rezistenţei înfăşurării rotorice ca fiind:

$$R_a = \frac{U_n \cdot I_{an} - P_n}{2 \cdot I_{an}^2} = \frac{110 \cdot 3 - 250}{2 \cdot 9} = 4{,}44\ \Omega . \quad (2.1.11)$$

Pentru determinarea coeficientului electric $C_e = k_e \cdot \Phi_{exn}$, se va trece de la ecuaţia caracteristicii mecanice $n = n(M)$la ecuaţia caracteristicii de curent $n = n(I_a)$, folosind relaţia care există între cuplul motorului şi curentul rotoric:

$$I_a = \frac{M}{k_m \cdot \Phi_{ex}} . \quad (2.1.12)$$

Se obţine astfel ecuaţia caracteristicii naturale de curent:

$$n = n(I_a) = \frac{U_n - R_a \cdot I_a}{C_e} . \quad (2.1.13)$$

Aceasta este caracteristică de funcţionare a motorului, deci orice punct de funcţionare ce satisface condiţiile de parametri nominali se va afla pe această caracteristică – în particular şi punctul nominal. Se poate, aşadar, impune ecuaţiei (2.1.13) punctul nominal $n(I_{an}) = n_n$:

$$n_n = \frac{U_n - R_a \cdot I_{an}}{C_e}, \tag{2.1.14}$$

de unde se deduce valoarea lui C_e:

$$C_e = \frac{U_n - R_a \cdot I_{an}}{n_m} = \frac{110 - 4{,}4 \cdot 3}{1750/60} = 3{,}32\ V \cdot s\ . \tag{2.1.15}$$

În ecuaţia (2.1.15), valoarea turaţiei nominale s-a înlocuit în rotaţii pe secundă (adică în s^{-1}), fiindcă minutele nu reprezintă o unitate de măsură acceptată în sistemul internaţional de mărimi şi unităţi.
Valoarea coeficientul mecanic se poate determina cu o bună aproximaţie prin expresia:

$$C_m = \frac{C_e}{2 \cdot \pi} = 0{,}53\ . \tag{2.1.16}$$

Înlocuind valorile determinate mai sus, se obţine pentru ecuaţia caracteristicii mecanice naturale:

$$n = \frac{110}{3{,}32} - \frac{4{,}4}{3{,}32 \cdot 0{,}53} \cdot M = 33{,}13 - 2{,}5 \cdot M\ \left[{}^{rot}/_{s}\right]. \tag{2.1.17}$$

Ecuaţia astfel obţinută exprimă dependenţa turaţiei de cuplu în rotaţii pe secundă. Pentru a afla ecuaţia în rotaţii pe minut, se înmulţeşte ecuaţia (2.1.17) cu 60 (*1 minut = 60 de secunde*):

$$n = 1987{,}8 - 150 \cdot M\ \left[{}^{rot}/_{\min}\right]. \tag{2.1.18}$$

Dependenţa astfel obţinută este una liniară, deci graficul caracteristicii va fi o dreaptă. Dreapta trece prin punctul de mers în gol ideal:

$$\begin{cases} M = 0 \\ n = n_0 = 1987{,}8\ \dfrac{rot}{\min} \end{cases} \tag{2.1.19}$$

şi prin punctul de pornire:

$$\begin{cases} n = 0 \\ M = M_p = \dfrac{1987{,}8}{150} = 13{,}252\ N \cdot m \end{cases} . \tag{2.1.20}$$

În consecinţă, graficul caracteristicii va fi cel din figura 2.1.2.

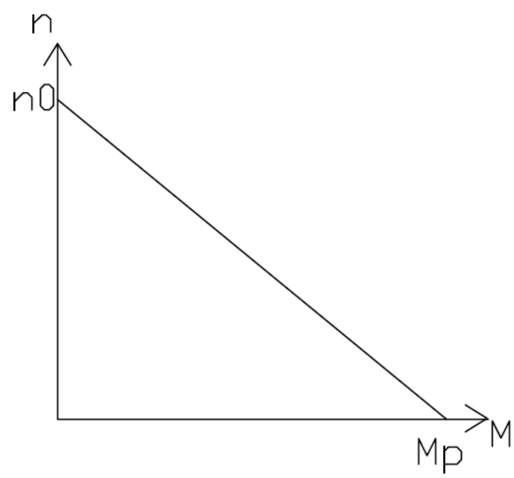

Figura 2.1.2.: Graficul caracteristicii mecanice naturale pentru motorul de curent continuu cu excitaţia derivaţie

2.2. Dată fiind o maşină de curent continuu cu excitaţia în derivaţie având următoarele date nominale:

U_n=110 V
I_{an}=3 A
I_{exn}=0,3 A
P_n=250 W
n_n=1750 rot/min,

se cere să se determine turaţia de mers în gol ideală şi turaţia de mers în gol reală a acesteia, în condiţiile în care motorul funcţionează pe caracteristica mecanică naturală.

REZOLVARE:
Pentru a determina valoarea turaţiei de mers în gol ideale:

$$n = n(M = 0)\,, \tag{2.2.1}$$

Este necesar să se determine mai întâi ecuaţia caracteristicii mecanice naturale. Această parte a rezolvării acestei probleme este foarte asemănătoare cu prima parte a rezolvării problemei 2.1, dar pentru a prezenta o

rezolvare compactă pentru fiecare problemă în parte, se va determina şi în cadrul prezentei rezolvări ecuaţia caracteristicii mecanice naturale a motorului studiat.

Ecuaţia caracteristicii mecanice $n = n(M)$ este următoarea:

$$n = \frac{U_a}{k_e \cdot \Phi_{ex}} - \frac{R_a + R_p}{k_e \cdot k_m \cdot \Phi_{ex}^2} \cdot M, \qquad (2.2.2)$$

unde mărimile din ecuaţie au următoarea semnificaţie:

- U_a este tensiunea de alimentare a circuitului;
- R_a este rezistenţa înfăşurării rotorice;
- R_p este rezistenţa înseriată pe circuitul rotoric;
- k_e este constanta electrică a maşinii;
- k_m este constanta mecanică a maşinii;
- Φ_{ex} este fluxul magnetic statoric, proporţional cu curentul statoric I_{ex}.

Pentru a înţelege mai uşor semnificaţia mărimilor detaliate mai sus, se poate consulta figura 2.1.1, care prezintă schema circuitului electric de alimentare al motorului.
Dintre mărimile enumerate mai sus, unele sunt constante: R_a, k_e, k_m, în timp ce altele sunt parametri, adică mărimi a căror valoare poate fi modificată de către utilizator (U_a, R_p, Φ_{ex}). Caracteristica mecanică devine caracteristică mecanică naturală, atunci când toţi parametrii indicaţi mai sus au valori nominale:

$$\begin{cases} U_a = U_n \\ R_p = 0 \\ \Phi_{ex} = \Phi_{exn} \end{cases} . \qquad (2.2.3)$$

În aceste condiţii, când parametri au valori nominale, se pot face următoarele notaţii:

$$\begin{cases} C_e = k_e \cdot \Phi_{exn} \\ C_m = k_m \cdot \Phi_{exn} \end{cases}, \qquad (2.2.4)$$

iar ecuaţia devine:

$$n = \frac{U_n}{C_e} - \frac{R_a}{C_e \cdot C_m} \cdot M . \qquad (2.2.5)$$

Se observă că turaţia de mers în gol ideală este:

$$n = n(0) = \frac{U_n}{C_e}, \qquad (2.2.6)$$

dar pentru determinarea valorii constantei C_e, este necesară deducerea şi a valorii rezistenţei rotorice.
Pentru aflarea rezistenţei circuitului rotoric, se calculează pierderile de putere din motor în condiţii nominale de funcţionare. Pe de o parte, aceste pierderi se pot determina ca diferenţă dintre puterea care intră în motor, la bornele rotorice şi statorice şi puterea care este cedată de motor la arbore:

$$\Delta P = P_{1n} - P_n = U_n \cdot I_{an} + U_n \cdot I_{exn} - P_n . \tag{2.2.7}$$

Pe de altă parte, aceleaşi pierderi de putere se pot exprima ca sumă a tipurilor diferite de pierderi de putere din motor: pierderi de natură Joule în înfăşurarea rotorică p_{Cu}, pierderi în fierul rotoric p_{Fe}, pierderi în circuitul şi în fierul statoric p_{ex} şi pierderi mecanice şi de ventilaţie p_{m+v}:

$$\Delta P = p_{Cu} + p_{Fe} + p_{ex} + p_{m+v} . \tag{2.2.8}$$

Având în vedere faptul că statorul nu contribuie energetic la bilanţul puterilor din motor, puterea care este absorbită la bornele statorice este practic egală cu pierderile de putere statorice:

$$U_n \cdot I_{exn} = p_{ex} . \tag{2.2.9}$$

Din ultimele trei ecuaţii de mai sus, se poate deduce că:

$$U_n \cdot I_{an} - P_n = p_{Cu} + p_{Fe} + p_{m+v} , \tag{2.2.10}$$

ecuaţie, ce reprezintă ecuaţia de bilanţ energetic al motorului de curent continuu cu excitaţia în derivaţie.
Pierderile în cupru, fiind o putere de natură Joule, au expresia:

$$p_{Cu} = R_a \cdot I_{an}^2 . \tag{2.2.11}$$

Suma dintre pierderile în fierul rotoric şi pierderile mecanice şi de ventilaţie se poate aproxima cu pierderile în cupru, astfel că relaţia (2.2.10) devine:

$$U_n \cdot I_{an} - P_n = 2 \cdot R_a \cdot I_{an}^2 . \tag{2.2.12}$$

Din această ultimă ecuaţie se poate deduce valoarea rezistenţei înfăşurării rotorice ca fiind:

$$R_a = \frac{U_n \cdot I_{an} - P_n}{2 \cdot I_{an}^2} = \frac{110 \cdot 3 - 250}{2 \cdot 9} = 4{,}44\ \Omega\ . \qquad (2.2.13)$$

Pentru determinarea coeficientului electric $C_e = k_e \cdot \Phi_{exn}$, se va trece de la ecuaţia caracteristicii mecanice $n = n(M)$la ecuaţia caracteristicii de curent $n = n(I_a)$, folosind relaţia care există între cuplul motorului şi curentul rotoric:

$$I_a = \frac{M}{k_m \cdot \Phi_{ex}}\ . \qquad (2.2.14)$$

Se obţine astfel ecuaţia caracteristicii naturale de curent:

$$n = n(I_a) = \frac{U_n - R_a \cdot I_a}{C_e}\ . \qquad (2.2.15)$$

Aceasta este caracteristică de funcţionare a motorului, deci orice punct de funcţionare ce satisface condiţiile de parametri nominali se va afla pe această caracteristică – în particular şi punctul nominal. Se poate, aşadar, impune ecuaţiei (2.2.15) punctul nominal $n(I_{an}) = n_n$:

$$n_n = \frac{U_n - R_a \cdot I_{an}}{C_e}\ , \qquad (2.2.16)$$

de unde se deduce valoarea lui C_e:

$$C_e = \frac{U_n - R_a \cdot I_{an}}{n_m} = \frac{110 - 4{,}4 \cdot 3}{1750/60} = 3{,}32\ V \cdot s\ . \qquad (2.2.17)$$

Aşadar, s-a dedus valoarea turaţiei de mers în gol ideale, ca fiind:

$$n = n(M = 0) = \frac{U_n}{C_e} = \frac{110}{3{,}32} = 33{,}13\ rot/s\ . \qquad (2.2.18)$$

Pentru a determina valoarea turaţiei de mers în gol ideale în turaţii pe minut, se va înmulţi valoarea determinată în cadrul ecuaţiei (2.2.18) cu *60*, având în vedere faptul că un minut conţine 60 de secunde:

$$n = n(M = 0) = 33{,}13 \cdot 60 = 1987{,}95\ rot/\min\ . \qquad (2.2.19)$$

Această turaţie este denumită turaţie de mers în gol *ideală* fiindcă ea este acea turaţie a motorului pe care rotorul acestuia ar putea să o aibă în condiţiile în care la mersul în gol cuplul dezvoltat de motor ar fi nul. Această situaţie este doar una ideală, ea nu corespunde realităţii, fiindcă în motor există pierderi, care este necesar să fie compensate de cuplul dezvoltat de motor, chiar şi la mersul în gol. Aceste pierderi de cuplu din motor se pot determina ca fiind diferenţa dintre cuplul pe care motorul îl dezvoltă în condiţii nominale şi cuplul pe care, în aceleaşi condiţii nominale, motorul îl cedează sarcinii. Cuplul dezvoltat de motor în condiţii nominale se determină din ecuaţia caracteristicii mecanice naturale, impunând ecuaţiei respective punctul nominal de funcţionare:

$$n_n = n(M_n). \tag{2.2.20}$$

Pentru a putea însă impune acest punct ecuaţiei caracteristicii, este necesară determinarea până la final a ecuaţiei, în sine, adică determinarea lui C_m.
Valoarea coeficientul mecanic se poate determina cu o bună aproximaţie prin expresia:

$$C_m = \frac{C_e}{2 \cdot \pi} = 0{,}53 \quad . \tag{2.2.21}$$

Înlocuind valorile determinate mai sus, se obţine pentru ecuaţia caracteristicii mecanice naturale:

$$n = \frac{110}{3{,}32} - \frac{4{,}4}{3{,}32 \cdot 0{,}53} \cdot M = 33{,}13 - 2{,}5 \cdot M \ \left[{}^{rot}\!/_{s}\right]. \tag{2.2.22}$$

Ecuaţia astfel obţinută exprimă dependenţa turaţiei de cuplu în rotaţii pe secundă. Pentru a afla ecuaţia în rotaţii pe minut, se înmulţeşte ecuaţia (2.1.17) cu 60 (*1 minut = 60 de secunde*):

$$n = 1987{,}95 - 150 \cdot M \ \left[{}^{rot}\!/_{\min}\right]. \tag{2.2.23}$$

Impunând acestei ecuaţii punctul nominal, conform ecuaţiei (2.2.20), se obţine pentru momentul nominal dezvoltat de motor:

$$M_n = \frac{n_0 - n_n}{C_e \cdot C_m} = \frac{1987{,}95 - 1750}{150} = 1{,}59 \ [Nm]. \tag{2.2.24}$$

Pe de altă parte, cuplul cedat de motor sarcinii în condiţii nominale se poate determina ca fiind raportul dintre puterea nominală transferată sarcinii şi viteza unghiulară la care

are loc acest transfer de putere mecanică. Viteza unghiulară este o expresie a vitezei de rotaţie în radiani pe secundă, în timp ce turaţia este o expresie a aceleiaşi viteze de rotaţie în rotaţii pe minut. Ca atare, având în vedere faptul că o rotaţie completă are 2π radiani, iar un minut *60* de secunde, viteza unghiulară nominală a motorului se poate calcula cu expresia:

$$\Omega_n = \frac{2\cdot\pi}{60}\cdot n_n = \frac{2\cdot 3{,}14}{60}\cdot 1750 = 183{,}17\ \left[{}^{rad}\!/_{s}\right]. \tag{2.2.25}$$

Se deduce atunci valoarea cuplului nominal cedat sarcinii, ca fiind:

$$M_{sn} = \frac{P_n}{\Omega_n} = \frac{250}{183{,}17} = 1{,}36\ N\cdot m\ . \tag{2.2.26}$$

Diferenţa dintre cele două valori este acea parte a cuplului, care se pierde în interiorul motorului:

$$\Delta M_n = M_n - M_{sn} = 1{,}59 - 1{,}36 = 0{,}23\ \ N\cdot m\ . \tag{2.2.27}$$

Această pierdere de cuplu se păstrează şi în condiţiile mersului în gol, caz în care cuplul dezvoltat de motor va fi chiar egal cu aceste pierderi de cuplu, fiindcă sarcina – inexistentă în cazul funcţionării în gol – nu preia nici un cuplu. Turaţia calculată cu ajutorul ecuaţiei caracteristicii mecanice naturale pentru această valoare a cuplului de mers în gol M_0 va fi chiar turaţia demers în gol reală:

$$n_{o,real} = n(M_0) = n(\Delta M_n) = 1987{,}95 - 150\cdot 0{,}23 = 1953{,}45\ \ {}^{rot}\!/_{\min}\ . \tag{2.2.28}$$

2.3. Dată fiind o maşină de curent continuu cu excitaţia în derivaţie având următoarele date nominale:

U_n*=110 V*
I_{an}*=3 A*
I_{exn}*=0,3 A*
P_n*=250 W*
n_n*=1750 rot/min,*

se cere să se determine randamentul nominal motorului şi randamentul motorului atunci când înfăşurarea sa rotorică este înseriată cu o rezistenţă de 8,88 Ω, iar la arborele motorului se află o sarcină nominală.

REZOLVARE:

Pentru a determina valoarea randamentului nominal al motorului, se va utiliza expresia uzuală a randamentului ca fiind raportul dintre puterea utilă şi cea absorbită:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \ [\%]. \tag{2.3.1}$$

În condiţii nominale, puterea utilă este egală chiar cu puterea nominală la arborele motorului:

$$P_2 = P_n. \tag{2.3.2}$$

Puterea absorbită de motor este o putere de natură electrică, iar în condiţii nominale această putere absorbită va avea expresia:

$$P_1 = P_{1n} = U_n \cdot I_{an} + U_n \cdot I_{exn} = 110 \cdot 3 + 110 \cdot 0{,}3 = 363\, W, \tag{2.3.3}$$

În consecinţă, randamentul nominal al motorului va fi:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_{1n}} \cdot 100 = \frac{250}{363} \cdot 100 = 68{,}87 \ \%. \tag{2.3.4}$$

Pentru a determina randamentul în condiţiile în care înfăşurarea rotorică este înseriată cu o rezistenţă R_p, se va calcula puterea electrică absorbită de motorul de curent continuu alimentat electric conform figurii 2.3.1.

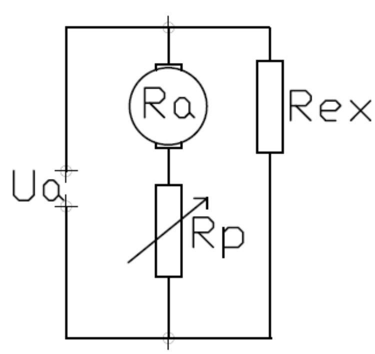

Figura 2.3.1.: Schema electrică a motorului de curent continuu cu excitaţia în derivaţie, atunci când înfăşurarea rotorică este înseriată cu o rezistenţă R_p

În aceste condiţii, cuplul util este egal chiar cu cuplul util nominal la arborele motorului:

$$M_2 = M_n \,. \tag{2.3.5}$$

Conform relaţiei dintre cuplu şi putere, Puterea corespunzătoare, cedată de motor la arbore va fi:

$$P_2 = M_2 \cdot \Omega' , \tag{2.3.6}$$

unde s-a notat cu *Ω’* valoarea vitezei unghiulare pe care o are motorul în aceste condiţii. Viteza unghiulară este o expresie a vitezei de rotaţie în radiani pe secundă, în timp ce turaţia este o expresie a aceleiaşi viteze de rotaţie în rotaţii pe minut. Ca atare, având în vedere faptul că o rotaţie completă are *2π* radiani, iar un minut *60* de secunde, viteza unghiulară nominală a motorului se poate calcula cu expresia:

$$\Omega' = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n' \,. \tag{2.3.7}$$

Pentru a determina valoarea turaţiei *n’*, va fi necesară deducerea ecuaţiei caracteristicii mecanice artificiale.

Atunci când în circuitul rotoric este legată o rezistenţă, motorul funcționează pe caracteristica mecanică artificială reostatică.
Ecuaţia caracteristicii mecanice $n = n(M)$ este următoarea:

$$n = \frac{U_a}{k_e \cdot \Phi_{ex}} - \frac{R_a + R_p}{k_e \cdot k_m \cdot \Phi_{ex}^2} \cdot M , \tag{2.3.8}$$

unde mărimile din ecuaţie au următoarea semnificaţie:

- U_a este tensiunea de alimentare a circuitului;
- R_a este rezistenţa înfăşurării rotorice;
- R_p este rezistenţa înseriată pe circuitul rotoric;
- k_e este constanta electrică a maşinii;
- k_m este constanta mecanică a maşinii;
- Φ_{ex} este fluxul magnetic statoric, proporţional cu curentul statoric I_{ex}.
-

Pentru a înţelege mai uşor semnificaţia mărimilor detaliate mai sus, se poate consulta figura 2.3.1, care prezintă schema circuitului electric de alimentare al motorului.
Dintre mărimile enumerate mai sus, unele sunt constante: R_a, k_e, k_m, în timp ce altele sunt parametri, adică mărimi a căror valoare poate fi modificată de către utilizator

(U_a, R_p, Φ_{ex}). Caracteristica mecanică devine caracteristică mecanică naturală, atunci când toţi parametrii indicaţi mai sus au valori nominale:

$$\begin{cases} U_a = U_n \\ R_p = 0 \\ \Phi_{ex} = \Phi_{exn} \end{cases} . \tag{2.3.9}$$

În aceste condiţii, când parametri au valori nominale, se pot face următoarele notaţii:

$$\begin{cases} C_e = k_e \cdot \Phi_{exn} \\ C_m = k_m \cdot \Phi_{exn} \end{cases} , \tag{2.3.10}$$

Când cel puţin unul dintre parametri are valori nenominale, avem de a face cu caracteristici mecanice artificiale. Atunci când rezistenţa înseriată în circuitul rotoric este nenulă, motorul funcţionează pe caracteristica mecanică artificială reostatică, iar ecuaţia devine:

$$n = \frac{U_n}{C_e} - \frac{R_a + R_p}{C_e \cdot C_m} \cdot M . \tag{2.3.11}$$

Pentru a determina ecuaţia caracteristicii mecanice artificiale reostatice, cu scopul de a determina din ea turaţia corespunzătoare funcţionării la sarcină nominală pentru un R_p=*8,8* Ω, se va determina mai întâi ecuaţia caracteristicii mecanice naturale.

Determinarea ecuaţiei caracteristicii mecanice naturale presupune aflarea numerică a tuturor mărimilor care intervin. Prima, U_n este dată.

Pentru aflarea rezistenţei circuitului rotoric, se vor calcula pierderile de putere din motor în condiţii nominale de funcţionare. Pe de o parte, aceste pierderi se pot determina ca fiind diferenţa dintre puterea care intră în motor, la bornele rotorice şi statorice şi puterea care este cedată de motor la arbore:

$$\Delta P = P_{1n} - P_n = U_n \cdot I_{an} + U_n \cdot I_{exn} - P_n . \tag{2.3.12}$$

Pe de altă parte, aceleaşi pierderi de putere se pot exprima ca sumă a tipurilor de pierdere: pierderi de natură Joule în înfăşurarea rotorică p_{Cu}, pierderi în fierul rotoric p_{Fe}, pierderi în circuitul şi în fierul statoric p_{ex} şi pierderi mecanice şi de ventilaţie p_{m+v}:

$$\Delta P = p_{Cu} + p_{Fe} + p_{ex} + p_{m+v} . \tag{2.3.13}$$

Având în vedere faptul că statorul nu contribuie energetic la bilanţul puterilor din motor, puterea care este absorbită la bornele statorice este practic egală cu pierderile de putere statorice:

$$U_n \cdot I_{exn} = p_{ex} . \tag{2.3.14}$$

Din ultimele trei ecuaţii de mai sus, se poate deduce că:

$$U_n \cdot I_{an} - P_n = p_{Cu} + p_{Fe} + p_{m+v} , \tag{2.3.15}$$

ecuaţie, ce reprezintă ecuaţia de bilanţ energetic al motorului de curent continuu cu excitaţia în derivaţie.
Pierderile în cupru, fiind o putere de natură Joule, au expresia:

$$p_{Cu} = R_a \cdot I_{an}^2 . \tag{2.3.16}$$

Suma dintre pierderile în fierul rotoric şi pierderile mecanice şi de ventilaţie se poate aproxima cu pierderile în cupru, astfel că relaţia (2.3.15) devine:

$$U_n \cdot I_{an} - P_n = 2 \cdot R_a \cdot I_{an}^2 . \tag{2.3.17}$$

Din această ultimă ecuaţie se poate deduce valoarea rezistenţei înfăşurării rotorice ca fiind:

$$R_a = \frac{U_n \cdot I_{an} - P_n}{2 \cdot I_{an}^2} = \frac{110 \cdot 3 - 250}{2 \cdot 9} = 4{,}44\ \Omega . \tag{2.3.18}$$

Pentru determinarea coeficientului electric $C_e = k_e \cdot \Phi_{exn}$, se va trece de la ecuaţia caracteristicii mecanice $n = n(M)$ la ecuaţia caracteristicii de curent $n = n(I_a)$, folosind relaţia care există între cuplul motorului şi curentul rotoric:

$$I_a = \frac{M}{k_m \cdot \Phi_{ex}} . \tag{2.3.19}$$

Se obţine astfel ecuaţia caracteristicii naturale de curent:

$$n = n(I_a) = \frac{U_n - R_a \cdot I_a}{C_e} . \tag{2.3.20}$$

Aceasta este caracteristică de funcţionare a motorului, deci orice punct de funcţionare ce satisface condiţiile de parametri nominali se va afla pe această caracteristică – în particular şi punctul nominal. Se poate, aşadar, impune ecuaţiei (2.3.20) punctul nominal $n(I_{an})=n_n$:

$$n_n = \frac{U_n - R_a \cdot I_{an}}{C_e}, \qquad (2.3.21)$$

de unde se deduce valoarea lui C_e:

$$C_e = \frac{U_n - R_a \cdot I_{an}}{n_m} = \frac{110 - 4{,}4 \cdot 3}{1750/60} = 3{,}32\ V \cdot s\ . \qquad (2.3.22)$$

În ecuaţia (2.3.22), valoarea turaţiei nominale s-a înlocuit în rotaţii pe secundă (adică în *s^{-1}*), fiindcă minutele nu reprezintă o unitate de măsură acceptată în sistemul internaţional de mărimi şi unităţi.

Valoarea coeficientul mecanic se poate determina cu o bună aproximaţie prin expresia:

$$C_m = \frac{C_e}{2 \cdot \pi} = 0{,}53\ . \qquad (2.3.23)$$

Înlocuind valorile determinate mai sus, se obţine pentru ecuaţia caracteristicii mecanice naturale:

$$n = \frac{110}{3{,}32} - \frac{4{,}4}{3{,}32 \cdot 0{,}53} \cdot M = 33{,}13 - 2{,}5 \cdot M \left[rot/s \right]. \qquad (2.3.24)$$

Ecuaţia astfel obţinută exprimă dependenţa turaţiei de cuplu în rotaţii pe secundă. Pentru a afla ecuaţia în rotaţii pe minut, se înmulţeşte ecuaţia (2.3.24) cu 60 (*1 minut = 60 de secunde*):

$$n = 1987{,}8 - 150 \cdot M \left[rot/\min \right] \qquad (2.3.25)$$

Ecuaţia caracteristicii artificiale reostatice va fi, conform ecuaţiei (2.3.11):

$$n = \frac{U_n}{C_e} - \frac{R_a + R_p}{C_e \cdot C_m} \cdot M = 1987{,}8 - 450 \cdot M\ . \qquad (2.3.26)$$

Atunci când cuplul sarcinii este nominal, şi momentul dezvoltat de motor, format din cuplul cedat sarcinii + pierderile de cuplu din motor va fi tot nominal (a se vedea pentru detalii
rezolvarea problemei 2.2), şi turaţia corespunzătoare va fi:

$$n' = 1987{,}8 - 450 \cdot M_n = 1987{,}8 - 450 \cdot I_{an} \cdot C_m = 1987{,}8 - 450 \cdot 3 \cdot 0{,}53 = 1272{,}3 \ {}^{rot}\!/_{\min} . \tag{2.3.27}$$

Înlocuind valoarea obţinută pentru turaţie în ecuaţiile (2.3.7) şi (2.3.6), se obţine:

$$\Omega' = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n' = \frac{2 \cdot 3{,}14}{60} \cdot 1272{,}3 = 133{,}17 \ \left[{}^{rad}\!/_{s}\right], \tag{2.3.28}$$

respectiv

$$P_2 = M_2 \cdot \Omega' = M_n \cdot \Omega' = \frac{P_n}{\Omega_n} \cdot \Omega' = \frac{n'}{n_n} \cdot P_n = \frac{1272{,}3}{1750} \cdot 250 = 181{,}76 \ W , \tag{2.3.29}$$

Puterea absorbită de la reţea va fi în acest caz egală cu puterea electrică preluată de la reţea de circuitul rotoric şi de cel statoric. Curentul rotoric va fi tot nominal, aând în vedere faptul că acesta este proporţional, conform ecuaţiei (2.3.19) cu momentul, care este nominal. Aşadar:

$$P_1 = P_{1n} = U_n \cdot (I_{an} + I_{exn}) = 363 \, W . \tag{2.3.30}$$

Ca atare, randamentul va fi:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 = \frac{181{,}76}{363} \cdot 100 = 50{,}07 \ \% . \tag{2.3.31}$$

2.4. Dată fiind o maşină de curent continuu cu excitaţia în derivaţie având următoarele date nominale:

U_n=110 V
I_{an}=3 A
I_{exn}=0,3 A
P_n=250 W
n_n=1750 rot/min,

se cere să se determine valoarea rezistenţei din circuitul rotoric, pentru care turaţia rotorului este de zece ori mai mică decât turaţia nominală, în condiţiile unei sarcini nominale la arbore.