UPMC Année 2014-2015	# LRC - Examen réparti n° 2	M1 ANDROIDE M1 DAC

Durée 2h - documents et calculatrices non autorisés

Le barème n'est donné qu'à titre indicatif
Version avec éléments de correction

1 Logique épistémique

On se place dans ces exercices dans le cadre d'une logique de la connaissance (modalité K) de type S5 (relations d'accessibilité réflexives, symétriques, et transitives dans les modèles de Kripke).

Exercice 1 – Sémantique de la connaissance de groupe – *3 points*
On rappelle que la *connaissance de groupe* ("everybody knows") se définit comme $E_G\phi =_{def} \bigwedge_{i\in G} K_i\phi$

1. Montrer que cette notion peut s'écrire sémantiquement comme

$$M, w \models E_G\phi \text{ ssi } M, w' \models \phi \text{ pour tous les } w' \text{ tels que } (w, w') \in \bigcup_{i\in G} K_i$$

   Correction :
   On a :

$$\begin{array}{lll} M, w \models E_G\phi & \text{ssi} & \text{pour tous les } i \in G : M, w \models K_i\phi \\ & \text{ssi} & \text{pour tous les } i \in G : \text{ pour tous les } w' \text{ tels que } (w, w') \in R_i : M, w' \models \phi \\ & \text{ssi} & \text{pour tous les } w' \text{ tels que } (w, w') \in \bigcup_{i\in G} R_i : M, w' \models \phi \end{array}$$

2. Est-il vrai que l'axiome T est vérifié par E_G ? (pour rappel : $E_G\phi \to \phi$, propriété correspondante : réflexivité)
   Correction :
   Oui, argument simple via correspondance : l'union de relations réflexives est nécessairement réflexive. Peut aussi être montré sémantiquement.

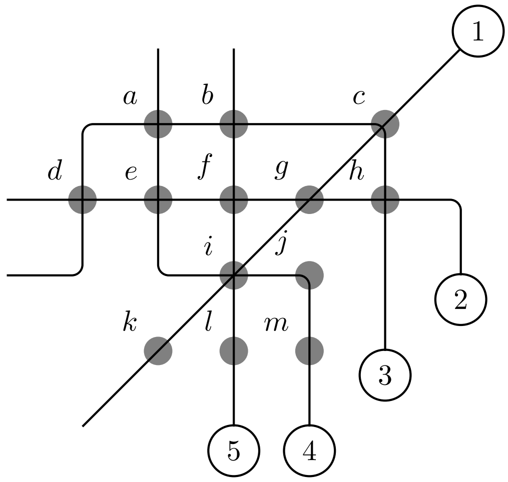
3. Est-il vrai que l'axiome 4 est vérifié par E_G ? (pour rappel : $E_G\phi \to E_G E_G\phi$, propriété correspondante : transitivité).
   Correction :
   Non, argument simple via correspondance : l'union de relations transitives n'est pas nécessairement transitive. Peut aussi être montré par un contre-exemple.

Exercice 2 – Modélisation – *7 points*
Dans cet exercice il est possible de répondre aux questions 3 et 4 de manière totalement indépendante.

Deux agents secrets, Blake et Mortimer, doivent se rencontrer pour échanger un document confidentiel, mais ils ont été identifiés par des enquêteurs. Les informations suivantes sont connues des enquêteurs :

- les deux agents secrets doivent s'échanger le document dans le métro. Cet échange doit avoir lieu lors d'une correspondance (un changement de ligne) afin de ne pas éveiller les soupçons ;
- les agents secrets partent nécessairement d'une ligne différente, et ils ne changent pas de ligne de métro jusqu'au point de rendez-vous avec l'autre agent.

La figure ci-dessous indique les différentes lignes ($t \in \{1, \ldots, 5\}$) et stations de métro ($s \in \{a, \ldots, m\}$).



1. On fait ici le choix de représenter la situation décrite en associant un monde possible à chaque station constituant un lieu de rendez-vous possible. Indiquez quels sont les mondes possibles.

   Correction : Ce sont toutes les stations où au moins une correspondance est possible : a,b,c,d,e,f,g,h,i.

2. Chaque enquêteur peut se poster sur l'une des entrées de ligne de métro. Disposant des portraits-robots des agents secrets et de l'heure approximative du rendez-vous, chacun peut voir si un agent secret est entré ou pas sur la ligne de métro qu'il surveille. Représentez pour $t = 1$ la structure de Kripke correspondant à la situation du point de vue de l'enquêteur posté en début de ligne 1.

   Correction :

   Un agent posté sur 1 est confronté à deux situations : s'il voit un agent secret entrer sur la ligne alors pour lui, alors les mondes possibles sont (c,g,i) ; et s'il ne voit pas l'agent entrer, alors les mondes possibles sont (d,e,f,h,i).

3. On utilisera un langage avec des propositions de type r_s, pour indiquer que le rendez-vous a lieu à la station s.

   - Soit l'énoncé suivant : "Si un enquêteur est posté à chaque entrée de ligne et que chacun est muni d'un téléphone (et qu'ils peuvent donc communiquer), ils peuvent toujours savoir où va se dérouler le rendez-vous". Représentez cet énoncé en logique. Indiquez s'il est vrai. (Vous pouvez répondre de manière intuitive à cette dernière question.)

     Correction : Les enquêteurs peuvent communiquer, il s'agit de connaissance distribuée.
     $\forall s : r_s \rightarrow D_G r_s$, avec $G = \{1, ..., 5\}$

     C'est faux, intuitivement à cause du fait que deux mêmes lignes peuvent se croiser plusieurs fois, on peut le vérifier en constatant que h et d ne peuvent pas être distingués en prenant l'intersection des relations.

   - Un enquêteur fait la proposition suivante : utilisons des propositions de type l_t pour exprimer "un des agents prend la ligne t". Ainsi nous pourrons écrire simplement $K_2 l_2$, par exemple, pour dire l'enquêteur 2 sait qu'un des agents a pris la ligne 2, ou $K_2 \neg l_2$ pour dire que l'enquêteur 2 sait qu'aucun des agents n'a pris la ligne 2. Et nous pourrons poser l'équivalence logique $l_t \equiv \bigvee_{s \in S_t} r_s$, où S_t sont les stations avec correspondance de la ligne t (par exemple, $l_5 \equiv r_b \vee r_f \vee r_i$).
     Expliquez ce qui pose problème avec cette idée.

     Correction : Il n'est pas vrai que $K_i \neg l_t \equiv K_i \neg \bigvee_{s \in S_t} r_s$, à cause de la station i. Intuitivement : si l'enquêteur 1 voit l'agent prendre sa ligne, il sait que le rendez-vous a lieu sur une des stations de sa ligne, mais s'il ne le voit pas prendre sa ligne, il ne peut pas savoir que le rendez-vous n'aura pas lieu en i.

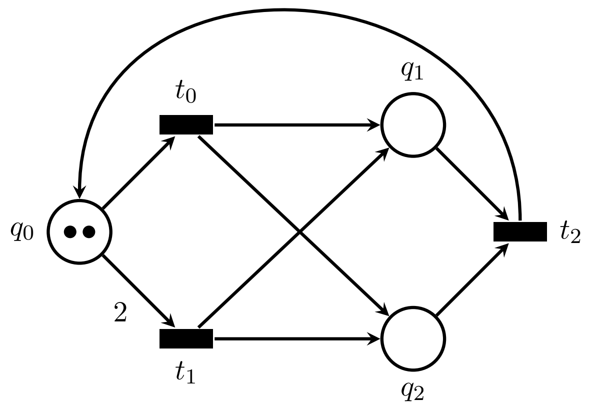
4. La RATP annonce que la station i et la station d sont fermées. Indiquez les conséquences sur votre modèle de Kripke. Est-il vrai que *trois* enquêteurs suffisent à déterminer le point de rendez-vous ? (toujours en supposant qu'ils peuvent communiquer). Vous pouvez répondre de manière intuitive à cette dernière question.

   Correction : Conséquence sur le modèle : d et i ne sont plus des mondes possibles. Il faut ensuite vérifier qu'il existe une disposition pour 3 enquêteurs permettant toujours d'indentifier le point de rendez-vous. Ce n'est pas possible. Argument simple : la ligne 3 croise toutes les autres lignes : si un agent secret prend la ligne 2, il faut pouvoir poster au moins 3 autres pour déterminer le point de rendez-vous.

2 Réseaux de Petri et Raisonnement Temporel

Exercice 3 – Propriétés des réseaux de Petri – *4 points*

Soit le réseau de Petri suivant :



1. Donner sa matrice d'incidence.
2. Donner son graphe des marquages accessibles. En déduire si le réseau est k-borné ou non.
3. Déterminer si le réseau est vivant, quasi-vivant, réinitialisable ?

Correction :

On obtient un graphe des marquages fini, donc k-borné

Quasi-vivant : $t1t2t0$ est une séquence franchissable depuis le marquage initial, donc toutes les transitions sont quasi vivantes donc le réseau est quasi vivant

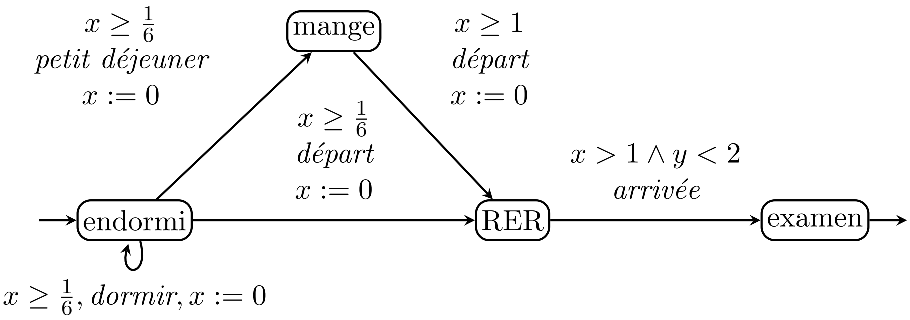
Non vivant : dans le graphe des marquages accessibles, $\{(1,0,0),(0,1,1)\}$ est une composante fortement connexe sans arc de sortie qui ne contient pas la transition $t1$, donc $t1$ n'est pas vivante, donc le réseau n'est pas vivant.

Non réinitialisable : $\{(1,0,0),(0,1,1)\}$ est une composante fortement connexe du graphe des marquages sans arc de sortie ne contenant pas le marquage initial.

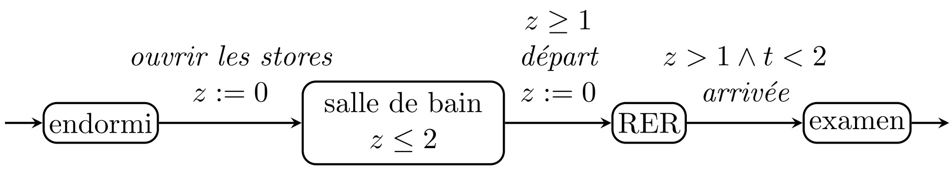
Exercice 4 – Modélisation des systèmes temporisés *6 points*

Dans cet exercice les questions (1, 2, et 3) sont indépendantes.

Alain doit se rendre à Jussieu pour passer un examen débutant à 9h. Son réveil sonne à 7h. Son comportement à partir de ce moment là est modélisé par l'automate temporisé suivant, où l'unité de temps représente une heure.



1. Donner une exécution de cet automate où Alain arrive à l'heure à l'examen. Donner le mot temporisé associé.
2. Jimmy a un comportement représenté par l'automate temporisé suivant :



   (a) Expliquer le comportement de Jimmy.
   (b) A votre avis, pourra-t-il arriver à l'heure à l'examen ? Expliquer pourquoi (en français).
3. Soient les intervalles suivants : A : "Jimmy est endormi" ; B : "Jimmy est à la maison" ; C : "Jimmy est sur le chemin de chez lui à Jussieu". D : "Alain est sur le chemin de chez lui à Jussieu". E : "Alain est en salle d'examen".
   (a) Proposer une relation de Allen entre les intervalles A et B.
   (b) Proposer une relation de Allen entre les intervalles B et C.
   (c) Déduire des définitions des deux relations proposées précédemment, une relation (ou un ensemble de relations) de Allen possible(s) entre les intervalles A et C.
   (d) Proposer une relation de Allen entre les intervalles D et E.
   (e) Proposer une ou plusieurs relations de Allen entre les intervalles A, B et C d'un côté et D et E de l'autre.

Correction :

1. Par exemple, en notant chaque configuration (état,$v(x)$,$v(y)$) :

$$(\text{endormi}, 0, 0) \xrightarrow{\frac{1}{4}} \left(\text{endormi}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right) \xrightarrow{\textit{dormir}} \left(\text{endormi}, 0, \frac{1}{4}\right) \xrightarrow{\frac{1}{4}} \left(\text{endormi}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\xrightarrow{\textit{départ}} \left(\text{RER}, 0, \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{\frac{5}{4}} \left(\text{endormi}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}\right) \xrightarrow{\textit{arrivée}} \left(\text{examen}, \frac{5}{4}, \frac{7}{4}\right)$$

Comme y, n'est jamais remise à zéro, on peut remarquer que la valeur de l'horloge globale est toujours la même que celle de y. Le mot associé est donc :

$$\left(\textit{dormir}, \frac{1}{4}\right) \left(\textit{départ}, \frac{1}{2}\right) \left(\textit{arrivée}, \frac{7}{4}\right)$$

2. (a) Jimmy après son réveil passera dans la salle de bain .. il y passera au moins 1h ensuite il prendra le RER où il passera entre 1h et 2.

   (b) Intuitivement, Jimmy passe au moins une heure dans la salle de bain et une heure dans le RER, il arrivera donc au moins deux heures après son réveil, c'est à dire après le début de l'examen.

3. A : Jimmy est endormi

   B : Jimmy est à la maison

   C : Jimmy est sur le chemin de chez lui à Jussieu

   D : "Alain" est sur le chemin de chez lui à Jussieu

   E : "Alain" est en salle d'examen

   (a) A d B

   (b) B m C (éventuellement $B < C$, mais ou serait-il entre les deux ?)

   (c) $A < C$

   (d) $A < C$

   (e) $D < E$

   (f) on peut accepter toutes les relations qui ont un sens comme $C < E$ ou C m E, etc.