FoSyMa Cours 6

Formation de coalitions

Aurélie Beynier

FoSyMa, Master 1 ANDROIDE

22 mars 2019

Plan

Contexte

- Un ensemble d'agents cognitifs $\mathcal{A} = 1, \cdots, n$
- Les agents sont rationnels
- Les agents se font confiance et ne cherchent pas à tricher
- Les agents sont coopératifs (partagent des buts ou fonctions d'utilité communes) ou égoïstes (selfish - avec des fonctions d'utilité individuelles différentes)

Qu'est-ce qu'une coalition ?

Définition

Une coalition est un ensemble d'agents $C \in \mathcal{A}$ se rassemblant afin d'exécuter des actions jointes de manière coopérative. La récompense résultant de l'exécution des actions jointes est attribuée au groupe.

Structure de coalition

Une structure de coalition est une partition $CS = \{C_1, \cdots C_p\}$ de l'ensemble des agents en coalition telle que :

$$\cup_{j=1}^{p} C_j = \mathcal{A}$$
$$C_i \cap C_j = \emptyset \ \forall i, j \ \in [1, p] \ (i \neq j)$$

Jeux coalitionnels

Définition

Un jeu coalitionnel est défini par un couple $< \mathcal{A}, v >$ où :

- $\mathcal{A}$ est un ensemble d'agents
- v est la fonction caractéristique du jeu telle que $v : 2^{\mathcal{A}} \rightarrow \mathbb{R}$. Cette fonction fait correspondre à tout sous-ensemble d'agents, un nombre réel.
  $v(C)$ $(C \in \mathcal{A})$ représente la valeur de la coalition C

Ces jeux sont le plus souvent étudiés en faisant 2 hypothèses :

- Absence d'externalité : la valeur d'une coalition est uniquement déterminée par les individus qui la composent et les actions qu'ils entreprennent. Elle n'est pas influencée par les autres coalitions.
- Utilité transférable.

Utilité transférable

Définition

Un jeu coalitionnel dans lequel tous les agents ont des utilités comparables et peuvent réaliser des transferts d'utilité entre membres d'une coalition, est dit à utilité transférable.

L'utilité peut être vue comme un paiement monétaire qui est réparti entre les agents de la coalition.

Agents coopératifs vs égoïstes

- Agents coopératifs : comment trouver la répartition optimale des agents en équipes
- Agents égoïstes : comment distribuer les gains émanant de la coopération au sein d'une même coalition
- équipes $\neq$ coalitions : dans une équipe les agents œuvrent pour un but commun, dans le cas d'agents égoïstes, la coalition permet à chaque agent d'améliorer son propre gain

Jeux coalitionnels

Résoudre un jeu coalitionnel consiste à :

- Déterminer une partition des joueurs en coalitions.
- Déterminer une fonction de répartition distribuant la valeur de chaque coalition au sein de ses membres.

Exemples

Problème à 3 agents

- $v(\{1\}) = 5$
- $v(\{2\}) = 5$
- $v(\{3\}) = 5$
- $v(\{1,2\}) = 10$
- $v(\{1,3\}) = 10$
- $v(\{2,3\}) = 20$
- $v(\{1,2,3\})=25$

Exemples

Coalition entre partis politiques [Wei99]

- Parlement à 101 représentants
- L : 40, M : 20, C : 32, G : 9
- Budget de 10^9 euros
- Possibilité de former des coalitions entre partis
- Possibilité de représenter la fonction de valeur d'une coalition par :

$$v(C) = \begin{cases} 0 & \text{si} |C| \leq 1 \text{ ou } (|C| = 2 \text{ et } G \in C) \\ 10^9 & \text{sinon} \end{cases}$$

Représentation de la fonction caractéristique

Énumérer les valeurs de toutes les coalitions devient rapidement impossible.

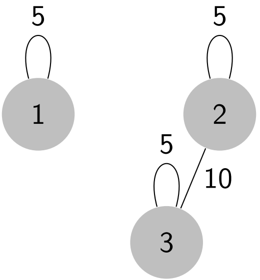
Exemples de représentations [Woo02] :

- Graphes non-orientés valués.
- Réseaux de contributions marginales

Représentation de la fonction caractéristique

Graphes :

- Graphes non-orientés valués.
- Nœuds $\Leftrightarrow$ agents.
- Le poids d'une arête i, j correspond à la contribution apportée à l'utilité si i et j sont dans la coalition.
- Attention, cette représentation ne permet pas de représenter toutes les sortes de fonctions caractéristiques.



Représentation de la fonction caractéristique

Réseaux de contributions marginales :

- Représentation sous forme d'un ensemble de règles :

$$\texttt{pattern} \rightarrow \texttt{valeur}$$

- Le pattern est une conjonction d'agents
- Possibilité de faire apparaître des négations dans les patterns
- On somme les valeurs des règles dont les patterns sont des sous-ensembles des agents formant la coalition
- Représentation complète : toute fonction caractéristique peut être représentée par un tel réseau

Représentation de la fonction caractéristique

Réseaux de contributions marginales :

- $a \wedge b \rightarrow 5$
- $a \rightarrow 2$
- $b \wedge \neg c \rightarrow 6$
- $c \wedge a \rightarrow 3$

$v(\{a, c\}) = 2 + 3$

Problématiques liées aux jeux coalitionnels

1. Comment générer la structure de coalitions ? : décider avec qui former une coalition en anticipant qui voudra former une coalition avec nous ou avec d'autres
2. Quelle action/politique adopter au sein de la coalition afin de maximiser l'utilité de celle-ci ?
3. Comment répartir la valeur de la coalition entre ses membres ?

Évaluation de la coalition

- Dans le cas d'agents coopératifs : on cherche la structure de coalition qui maximise la valeur obtenue (somme des valeurs des coalitions)
- Dans le cas d'agents égoïstes : 2 critères sont utilisés pour évaluer un ensemble de coalitions :
  - équité : la valeur obtenue par un agent reflète-t-elle la contribution de l'agent à la coalition ?
  - stabilité : les agents ont-ils intérêt à rester dans la coalition ?

Évaluation de la coalition

- Chaque agent souhaite rejoindre la coalition qui lui permettra d'obtenir la plus forte valeur
- Un ou plusieurs agents peuvent avoir intérêt à quitter une coalition pour en rejoindre une autre qui leur procure une meilleure valeur
- La notion de **cœur** (ou **core**) traduit la stabilité d'une coalition
- Notons $x(C)$ un vecteur de valeur $(x_1, x2, \cdots x_n)$ où x_i est la valeur attribuée à l'agent i dans la coalition C. On a : $\sum_i x_i = v(C)$
- Le cœur d'un jeu coalitionnel est l'ensemble de toutes les distributions de valeurs faisables pour lesquelles aucune coalition ne peut proposer de meilleures valeurs.

Cœur : exemple

Considérons le jeu coalitionnel composé de deux agents (1 et 2) tel que :

- $v(\{1\}) = 5$
- $v(\{2\}) = 5$
- $v(\{1, 2\}) = 20$

Les agents ont *a priori* intérêt à former la coalition $\{1, 2\}$. Les vecteurs de valeur x possibles sont : (20,0), (19,1), ... (2,18), (1,19), (0,20)

Le cœur comprend tous les vecteurs : (15,5) ,(14,6), (13,7), ... (7,13), (6,14),(5,15)

Cœur

Quelques difficultés :

- Le cœur peut être vide
- Le cœur peut ne pas être équitable
- La stabilité peut être difficile à vérifier : il y a 2^{n-1} sous ensembles d'agents possibles

Équité : exemple

Reprenons le jeu coalitionnel composé de deux agents (1 et 2) tel que :

- $v(\{1\}) = 5$
- $v(\{2\}) = 5$
- $v(\{1, 2\}) = 20$

Le cœur comprend tous les vecteurs : (15,5) ,(14,6), (13,7), ... (7,13), (6,14),(5,15)
Les répartitions (en autres) telles que (15,5), (14,6) ou (7,13) ne sont pas équitables.
La répartition (10,10) paraît la plus équitable.

Équité : valeur de Shapley [Sha53]

- Shapley définit 4 axiomes que toute règle distribution de la valeur de coalition doit respecter pour être équitable :
  - Efficacité : la totalité de la valeur de la coalition est redistribuée entre ses membres
  - Symétrie : deux agents faisant la même contribution doivent recevoir la même rétribution
  - Joueur inutile : un joueur n'ayant aucune synergie avec aucune coalition obtient la valeur de la coalition singleton qu'il forme seul
  - Additivité : Soient 2 jeux coalitionnels $G^1 =< \mathcal{A}, v^1 >$ et $G^2 =< \mathcal{A}, v^2 >$, et sh_i^1 et sh_i^2 les valeurs de reçues par le joueur i dans les jeux G^1 et G^2. On définit le jeu $G^{1+2} =< \mathcal{A}, v^{1+2} >$ tel que $V^{1+2}(C) = v^1(C) + v^2(C)$ alors on doit avoir $sh_i^{1+2} = sh_i^1 + sh_i^2 \; \forall i$

Équité : valeur de Shapley

- Idée : répartir les surplus des gains en fonction des contributions. Plus un agent contribue, plus il obtiendra une plus grande partie du surplus
- On note sh_i la **valeur de Shapley** d'un joueur i [Sha53] :

$$sh_i = \frac{1}{n!} \sum_{\sigma \in S(n)} \mu_i(c_i(\sigma)) \tag{1}$$

où $S(n)$ correspond à l'ensemble de tous les ordres possibles des agents n et $c_i(\sigma)$ est l'ensemble des agents présents avant i dans l'ordre σ

μ_i est la contribution marginale de l'agent i pour une coalition donnée et définie par :

$$\mu_i = v(C \cup \{i\}) - v(C) \tag{2}$$

Équité : valeur de Shapley

- L'ordre d'entrée dans la coalition compte.
- La valeur de Shapley satisfait les 4 axiomes énoncés précédemment
- Shapley a également démontré que c'était la seule valeur qui satisfasse ces 4 axiomes
- On peut définir les valeurs distribuées autrement que par l'équation 1 mais si elles satisfont les 4 axiomes, on se ramène toujours à la valeur de Shapley

Équité : valeur de Shapley

Reprenons le jeu coalitionnel composé de deux agents (1 et 2) tel que :

- $v(\{1\}) = 5$
- $v(\{2\}) = 5$
- $v(\{1,2\}) = 20$

On a alors :

- $\mu_1(\emptyset) = 5$ et $\mu_1(\{2\}) = 15$
- $\mu_2(\emptyset) = 5$ et $\mu_2(\{1\}) = 15$

d'où : $sh_1 = sh_2 = (5 + 15)/2 = 10$, la distribution $(10, 10)$ est équitable suivant les axiomes de Shapley

Équité : valeur de Shapley

Considérons une variante du jeu coalitionnel précédent :

- $v(\{1\}) = 5$
- $v(\{2\}) = \mathbf{10}$
- $v(\{1, 2\}) = 20$

On a alors :

- $\mu_1(\emptyset) = 5$ et $\mu_1(\{2\}) = 10$
- $\mu_2(\emptyset) = 10$ et $\mu_2(\{1\}) = 15$

d'où : $sh_1 = (5 + 10)/2 = 7,5$
et $sh_2 = (10 + 15)/2 = 12,5$

Comment former les coalitions ?

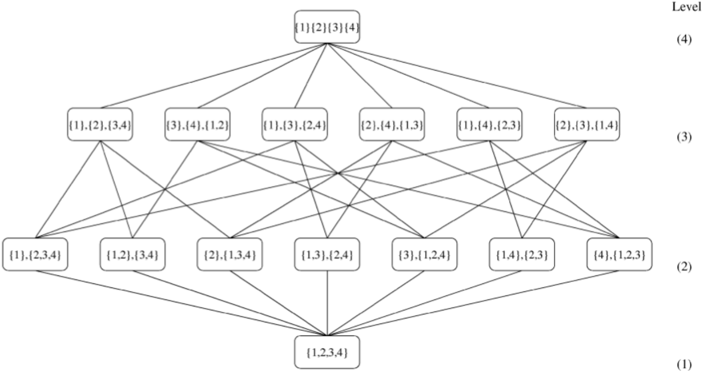
- Soit $\mathcal{A} = \{1, 2, 3\}$
- Les coalitions possibles sont :
  $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$
- Les structures de coalitions possibles sont alors :
  $\{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}, \{\{1, 2\}, \{3\}\}, \{\{1, 3\}, \{2\}\},$
  $\{\{2, 3\}, \{1\}\}, \{\{1, 2, 3\}\}$
- Dans un cadre coopératif : on souhaite trouver la structure de coalition dont la somme des valeurs des coalitions est maximale
- Dans un cadre d'agents égoïstes : chaque agent souhaite maximiser sa valeur.
- Calcul centralisé ou distribué

Algorithme avec garantie de résultat [San99]

- Approche centralisée
- On recherche la structure de coalition socialement optimale (maximisation de la valeur de la structure de la coalition ie. sommes des valeurs des coalitions)
- On souhaite éviter d'énumérer toutes les structures de coalition possibles
- Algorithme **anytime** permettant une recherche en temps limité avec **borne sur la qualité de la solution**
- Objectif : trouver une coalition qui même si elle n'est pas optimale, nous donne la garantie d'être au plus à une certaine distance de l'optimale

Algorithme avec garantie de résultat [San99]

Représentation des structures de coalition par un graphe :



Algorithme avec garantie de résultat [San99]

- Toutes les coalitions possibles apparaissent au moins une fois dans les structures de coalition des niveaux 1 et 2
- Soit v^* la valeur de la meilleure structure de coalition S^* trouvée dans ces 2 niveaux
- Il peut être montrée que la valeur de cette structure de coalition S^* est au pire $\frac{1}{n}$ de la valeur de la meilleure structure de coalition parmi toutes celles possibles
- Fournit une borne sur la distance à la coalition optimale

Algorithme avec garantie de résultat [San99]

$S^* \leftarrow$ meilleure coalition dans les deux niveaux inférieurs du graphe
while reste du temps **do**
  Réaliser une recherche en largeur d'abord en partant du haut du graphe parcourant les structures de coalition S
  if $v(S) > v(S^*)$ **then**
    $S^* \leftarrow S$
  end if
end while
return S^*

Distribution du calcul des valeurs - cadre coopératif

- Le nombre de coalitions possibles augmente exponentiellement avec le nombre d'agents.
- Il est envisageable de distribuer le calcul des valeurs des coalitions.
- Les agents communiquent ensuite les valeurs qu'ils ont calculé afin de former les coalitions $\rightarrow$ il n'est pas nécessaire de communiquer toutes les valeurs.

Algorithme Distribué [SK98]

$C_i \leftarrow$ ensemble des coalitions évaluées par i
while $C_i \neq \emptyset$ **do**
  $C_i^* = \text{argmax } v(C_i)$ (la meilleure coalition pour i)
  communiquer C_i^* aux autres agents
  $C^* \leftarrow$ toutes les propositions de coalitions
  $C_{max} = argmax_{C \in C^*} v(C)$(la meilleure coalition proposée)
  if $i \in C_{max}$ **then**
    i rejoint C_{max}
    return
  else
    for $j \in C_{max}$ **do**
      effacer les coalitions qui contiennent j
    end for
  end if
end while

Protocole de communication pour la formation de coalition

- Les agents communiquent pour proposer/accepter des coalitions
- Un agent détermine la coalition qu'il souhaiterait former et envoie une proposition aux agents constituant cette coalition
- Les agents recevant des coalitions peuvent accepter ou refuser la coalition
- Si tous les agents acceptent la coalition, cette dernière est formée. Sinon, d'autres propositions sont faites (par le même agent ou par d'autres)
- Acceptation / refus basés sur les valeurs des coalitions

Protocole de communication pour la formation de coalition

- Difficultés :
  - Ne pas être engagé dans 2 coalitions en même temps
  - 2 états pour une proposition de coalition : acceptée et confirmée
- 3 types de messages :
  - Proposition
  - Réponse : acceptation, refus, confirmation
  - Confirmation : acceptation, refus (un refus de confirmation doit être relayé aux agents ayant accepté)
- Maintenance des listes de coalitions acceptées/refusées

Extensions

- Utilité non-transférable
- Externalités : la valeur de la coalition ne dépend pas seulement des agents qui la constituent et de leurs actions mais aussi des actions des agents extérieurs à la coalition (la concurrence par exemple)

Références I

- Tuomas W. Sandholm, *Multiagent systems*, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 1999, pp. 201–258.
- L.S. Shapley, *A value for n-person games*, Contributions to the Theory of Games, Vol. II (H.W. Kuhn and A.W. Tucker, eds.), Annals of Mathematics Studies, vol. 28, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1953, pp. 307–317.
- Onn Shehory and Sarit Kraus, *Methods for task allocation via agent coalition formation*, Artificial Intelligence **101** (1998), no. 1, 165 – 200.
- G Weiss, *Multiagent systems a modern approach to distributed artificial intelligence*, MIT Press, 1999.
- M. Wooldridge, *An introduction to multiagent systems*, John Wiley and Sons, 2002.