

# Regneoppgaver 3

Mads Balto

February 2022

## Oppgave 1

Vi har at  $f_1 = 1485\text{KHz}$ , og at  $\Delta f \geq 9\text{KHz}$ . Dette medfører at  $f_2 \geq 1494\text{KHz}$ . Vi bruker at  $Q = \frac{f}{\Delta f}$ , og finner en Q-faktor på 165 eller lavere.

## Oppgave 2

a)

Vi bruker to arrays for k, en der k vokser lineært  $k_{lin}$ , og en som vokser logaritmisk  $k_{log}$ . massen er også en array, og regnes ut som produktet av massetetthetsarrayen og volumarrayen ( $m = \rho V$ ) der, bredden og tykkelsen forandrer seg lineært, og ganges med lengden dl. dette ganges så med massetetthetsarrayen  $\rho$  som også forandrer seg lineært. ved massearrayen konstruert så evaluerer vi vinkelfrekvensen  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . til slutt regner vi ut frekvensen  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . Bruker dette uttrykket til å sammenligne frekvensene  $f_{lin}$  og  $f_{log}$ . Vi merker stor forskjell basert på om vi velger lineær forandring, eller logaritmisk forandring for k.

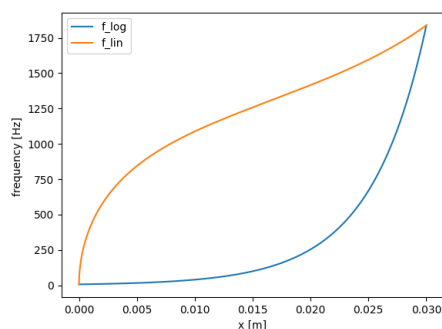


Figure 1:  $f_{log}$  og  $f_{lin}$  som funksjoner av posisjon

b)

Tar i bruk formelen for amplituderessonsans:

$$A = \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_f^2)^2 + (b\omega_f/m)^2}}$$

der  $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ,  $F = 1\text{N}$ ,  $\omega_f = 2\pi f$ , og  $b$  bestemmes.  $b$  bestemmes slik at toppene for de forskjellige frekvensene kan skilles, der amplituderessonsen plottes som funksjon av posisjon. I figurene ser vi at toppene går fra å være for det meste

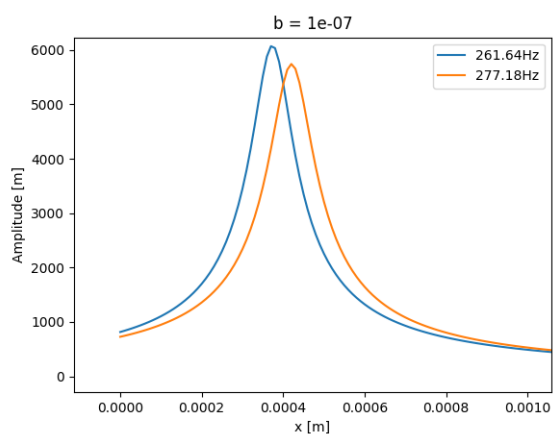


Figure 2: Amplituderessonsen som funksjon av tid. Her er  $b = 10^{-7}$

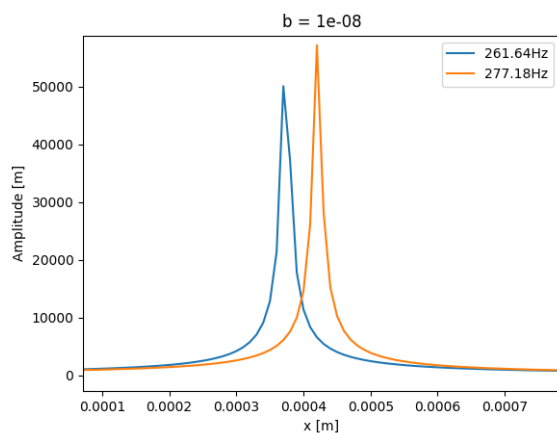


Figure 3: Amplituderessonsen som funksjon av tid. Her er  $b = 10^{-8}$

overlappende, til å være ganske så separat i overgangen fra  $b = 10^{-7}$  til  $10^{-8}$ .

c)

Vi bruker at  $Q = \frac{m\omega_0}{b}$  og får at

### Oppgave 3

a)

Vi har at

$$\begin{aligned} L\ddot{Q} + \dot{Q}R + \frac{Q}{C} &= V_0 \cos(\omega t) \\ \Rightarrow L\ddot{Q} &= V_0 \cos(\omega t) - R\dot{Q} - \frac{Q}{C} \end{aligned}$$

Dette er analogt til mekaniske systemer:

$$F \cos(\omega_F t) - kz - b\dot{z} = m\ddot{z}$$

Da faller det ut at  $m = L$ ,  $k = \frac{1}{C}$ , og  $b = R$ , og  $F = V_0$ . Dette medfører at:

$$\begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{k}{m} = \frac{1}{LC} \\ \omega_F &= \sqrt{\omega_0^2 - \frac{b^2}{2m^2}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} \\ \omega_0^2 - \omega_F^2 &= \frac{R^2}{2L^2} \\ b\omega_F &= (\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}})R/L \end{aligned}$$

Regner ut faseskift mellom påtrykt spenning og ladning på kondensatoren:

$$\begin{aligned} \cot \phi &= \frac{\omega_0^2 - \omega_F^2}{\omega_F b/m} = \frac{\frac{R^2}{2L^2}}{(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}})R/L} \\ &= \frac{R}{2L(\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}})} \end{aligned}$$

Regner ut amplituden for ladningsoscillasjonene:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{F/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_F^2)^2 + (b\omega_F/m)^2}} \\
 &= \frac{V_0/L}{\sqrt{(\frac{R^2}{2L^2})^2 - (\sqrt{\frac{1}{LC}} - \frac{R^2}{2L^2})R/L)^2}} \\
 &= \frac{V_0/L}{\sqrt{\frac{R^4}{4L^4} - (\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2})R^2/L^2}} \\
 &= \frac{V_0/L}{\sqrt{\frac{R^4}{4L^4} - \frac{R^2}{L^3C} + \frac{R^4}{2L^4}}} \\
 &= \frac{V_0/L}{\sqrt{(\frac{R^2}{L^2})\frac{3R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}} \\
 &= \frac{V_0}{R\sqrt{\frac{3R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}}
 \end{aligned}$$

Regner ut Q verdi:

$$Q = \sqrt{\frac{mk}{b}} = \sqrt{\frac{L}{R^2c}}$$

Regner ut faseresonansfrekvensen:

$$f_{\text{ph.res.}} = \frac{1}{2\pi}\omega_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

regner ut amplituderesonans-frekvensen:

$$f_{\text{amp.res}} = \frac{1}{2\pi}\omega_F = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}}$$

**b)**

vi har at  $Q = \sqrt{\frac{L}{R^2C}}$ . Vi setter inn for  $R = 1\Omega$ ,  $L = 25\mu\text{H}$ , og  $C = 100\text{nF}$ .

$$Q = \sqrt{\frac{25 \cdot 10^{-6}}{1^2 \cdot 10^2 \cdot 10^{-9}}} = \sqrt{250} = 5\sqrt{2}\sqrt{5} \approx 15.811$$

**c)**

vi vet at faseresonans er når  $\omega_f = \omega_0$ . i for Faseresonansen så er altså  $\cot \phi = 0$ . Dette medfører at  $\phi = \frac{\pi}{2}$ . Vi vet at  $Q = A \cos(\omega_F t)$ , og da er strømmen  $I = \frac{dq}{dt} = -A\omega_F \sin(\omega_F t) = A\omega_F \cos(\omega_F - \frac{\pi}{2})$ . I faseresonans så blir dermed forskjellen i fasevinkel 0.