Résumé : Circular Colouring

Maël Guiraud

May 12, 2016

Introduction

Voici une synthèse des articles utilisant le Circular Colouring pour résoudre des problèmes de coloration de graphe de conflits. Les articles [3] [2] de Xuding Zhu introduisent le circular colouring dans un problème d'ordonancement de flux routiers. L'article [1] de Bing Zhou utilise cette technique pour l'ordonancement de taches utilisant potentiellement la même ressource. Ces problèmes sont ramenés aux même principe, la coloration de graphes de conflits.

1 Graphe de conflit

Dans les deux cas présentés, les auteurs utilisent ce type de graphes pour représenter leurs problèmes réspéctifs. Dans le cas des traffics routiers,on est sur un carrefour ou plusieurs routes se croisent, et on cherche à savoir quand donner le feu vert à quelle route, on représente une route par un sommet, et il existe une arrête entre les sommets si les routes qu'ils représentent se croisent. Un tel graphe est un graphe de conflit.
De même, lorsque l'on cherche à ordonancer des taches qui peuvent utiliser la même machine, on associe à chaque tache un sommet, et on met une arrête entre les sommets si les deux taches doivent utiliser la même machine.
Pour trouver des solutions à ces problèmes, on cherche donc à colorier les graphes de conflits. Une coloration propre et optimale de ces graphes donnera un agencement optimal (soit des periodes ou les routes auront feu vert, soit des taches sur les machines).

2 Circular Colouring

Le circular calouring est un raffinement d'une coloration classique. On considère un cercle, qui représente la ressrouce partagée. on veut attribuer à chaque sommet du graphe de conflit un intervalle sur ce cercle. Deux sommets adjacents dans le graphe de conflit ne peuvent pas partager un intervalle.
Appelons $c(x)$ l'intervalle d'un cercle C de longueur r attribué à un sommet x du graphe de conflit. Pour toute arrête (x,y) du graphe de conflit, $c(x) \cap c(y) = \emptyset$.

Trouver une coloration r-circulaire G revient à associer à chaque sommet un intervalle en respectant cette contrainte.
Le nombre chromatique circulaire d'un graphe est définit par :

$$\chi_c(G) = inf\{\text{r: G est r-circulaire coloriable}\}.$$

Le circular colouring permet d'associer un temps réél à chaque sommet, et donc d'optimiser la période car le nombre chromatique circulaire est plus petit que le nombre chromatique "classique".

3 Application

Le circular Colouring semble une bonne solution pour colorier des graphes de conflits, mais dans notre problème, les graphes de conflits ont des poids sur les arrêtes. Dans ces trois articles, les graphes de conflits n'ont pas de poids sur les arrêtes, le circular colouring, tel qu'il est utilisé dans ces articles ne tiens donc pas compte des décalages fixes qui nous sont imposés dans notre problème.

References

[1] Bing Zhou. Multiple circular colouring as a model for scheduling. 2013.

[2] Xuding Zhu. Circular chromatic number: a survey. *Discrete mathematics*, 229(1):371–410, 2001.

[3] Xuding Zhu. Recent developments in circular colouring of graphs. In *Topics in discrete mathematics*, pages 497–550. Springer, 2006.