Résumé : Frequency Assignment in Cellular Phone Networks

Maël Guiraud

29 Avril 2016

Introduction

Ce document est un résumé de l'article **Frequency Assignment in Cellular Phone Networks** écrit par Rafl Borndöfer, Andreas Eisenblätter, Martin Grotschel et Alexander Martin en Juillet 1997.
Nous parlerons du problème étudié dans l'article, du modèle utilisé par les auteurs pour le résoudre, puis nous présenterons une heuristique utilisée pour résoudre le problème.
Enfin, nous expliquerons comment est-ce que l'approche faite par les auteurs peut nous inspirer dans notre problème sur la “coloration“ des graphes de conflits.

1 Problématique

Dans cet article, les auteurs recherchent une façon d'attribuer des bandes de fréquences aux différentes antennes radio. Les opérateurs disposent de quelques *base transcreiver station (BTS)* sur lesquelles sont connectés plusieurs *Elementary trensceivers (TRXs)*.
Un TRX opère sur quelques bandes de frequences (canaux), mais il y a bien plus de TRXs que de canaux disponibles(de 50 à 75 canaux pour des milliers de TRXs), plusieurs TRXs sont donc ammenés à utiliser les mêmes canaux.
Quand deux TRXs utilisent les mêmes canaux, ou des canaux adjacents, il y a des interférences qui nuisent à la qualité de service. On définis un paramètre appelé séparation qui détèrmine si deux TRXs peuvent utiliser le même canal ou des canaux adjacents.
Si la séparation est de 1 entre deux TRXs, cela veut dire que les deux ne peuvent pas utiliser le même canal, si la séparation est de deux, alors un des deux TRX ne peux pas utiliser un canal adjacent à un canal utilisé par l'autre. Si la séparation est de 0, les deux TRXs peuvent utiliser les mêmes canaux.
Les valeurs des interférences entre deux TRXs qui utilisent le même canal ou des canaux ajdacents sont enregistrées dans une matrice carrée indexée par les TRXs. De même, on a une matrice avec les séparations entre les TRXs.

Nous appelerons ces matrices *co-channel interference matrix*, *adjacent-channel interference matrix* et *separation matix* respectivement. Pour certains TRXs, il y a des canaux interdits.
Le but de cet article est d'affecter les canaux aux TRXs, en minimisant les interférences entre les différents TRXs.

Le problème est définit comme suit :

Données: Une liste de TRXs, un ensemble de canaux, une liste des canaux interdits pour chaque TRX, et les matrices d'interference et de séparation.

Question: Existe-t-il une répartition des cannaux telle que chaque TRX se voit attribuer un canal non bloqué et que les règles de séparations soient réspectées?

Problème d'optimisation: Minimiser la somme des interférences.

2 Modèle

On représente notre problème par un graphe non orienté $G = (V, E)$, dans lequel chaque sommet v est un TRX.
Les cannaux disponibles sont représentés par un intervalle C d'entiers positifs.
Pour chaque sommet v, B_v représente les cannaux bloqués, avec $B_V \subseteq C$.
Les autres cannaux de $C \backslash B_V$ sont appelés cannaux disponibles.
Chaque arc possède trois "etiquettes" données par les fonctions suivantes :

- $d : E \to \mathbb{Z}$, où $d(v, w)$ correspond à la séparation entre les cannaux assignés aux sommets v et w.
- $c^{co} : E \to [0, 1]$, où $c^{co}(v, w)$ correspond aux interferences *co-channel* entre v et w.
- $c^{ad} : E \to [0, 1]$, où $c^{ad}(v, w)$ correspond aux interferences *adjacent-channel* entre v et w.

On a $c^{ad} \leq c^{co}$.

On considère le 7-uple $N = (V, E, C, \{B_v\}_{v \in V}, d, c^{co}, c^{ad})$ comme un réseau.
Un *assignment* de N est un etiquetage $y : V \to C$. Un tel *assignment* est dit $faisable$ si chaque sommet $v \in V$ a au moins un canal disponible (de $C \backslash B_v$), et que toutes les séparations sont réspectées, c'est à dire :

$$|y(v) - y(w)| \geq d(vw), \forall v, w \in E.$$

Le problème d'optimisation consiste à trouver un $assignment faisable$ pour lequel la somme des couts des arrêtes (donnés par $c^{co}(v, w)$ et $c^{ad}(v, w)$).

3 Approche

Nous ne nous interesserons qu'au problème de décision : trouver un *assignment* faisable.
Pour ce faire, les auteurs ont utilisé le $T - Coloring$.
Pour un graphe non orienté G, et un ensemble fini T d'entiers positifs comprenant 0, un $T - coloring$ est un etiquetage des sommets tel que

$$|f(v) - f(w)| \notin T,$$

pour toute arrête vw de G.

Les auteurs utilisent le $T - coloring$ pour résoudre leur problème en affectant à chaque arrête un ensemble T différent, correspondant à 0,....,k où k est la séparation de l'arrête.
L'heuristique utilisée définis un degré de saturation et un *spacingdegree* qui représentent le nombre de cannaux bloqués et l'impact que l'assignation du degré à sur son voisinage respectivement.
L'algorithme prend en entrée un Graphe $G = (V, E)$, un ensemble$C$,un ensemble B_v de valeures bloqués pour chaque sommet, et la matrice des separations.
A chaque étape, on choisis un sommet avec le *spacingdegree* le plus grand parmis les sommets avec degré de saturation le plus fort, et on y assigne le canal de plus petit indice de C disponible pour ce sommet.

4 Application

Dans notre problème d'etiquetage des graphes de conflit, on peut s'inspirer très fortement de cette heuristique. En effet, notre problème ressemble au problème d'association de cannaux, en ignorant les interferences et en ne considérant que les séparations, qui correspondent aux décalages sur les arrêtes de nos graphes de conflits.
L'ensemble de valeurs disponibles serait alors T, avec T qui réprésenterais notre periode (équivalent de C). L'ensemble B_v de valeurs interdites est donc nul dans notre cas.
Appliquer cette heuristique gloutonne reviens à prendre un sommet selon certains critères (ici *spacingdegree*) et y attribuer une couleur disponible.