Aniso Report blabla

Mael Rouxel-Labbé

Janvier - ... 2013

Contents

Remarque. Certaines notations et appellations sont utilisées pour certaines notions pour permettre d'aller plus rapidement :

- "papier" : l'article "Anisotropic Delaunay Meshes of Surfaces" - J.D. Boissonnat, K.-L. Shi, J. Tournois, M. Yvinec.
- "métrique implicite" : métrique calculée avec la théorie du paragraphe 5.2.2 du papier (calcul de la hessienne, etc.). "Implicite" ne vient pas du fait que l'on utilise une fonction implicite mais par opposition à une métrique dite "explicite" détaillée ci-dessous.
- "métrique explicite" : métrique dont on connait les valeurs et vecteurs propres en tout point avec une formule dépendant directement des coordonnées du point et que l'on insère directement.
- "tore : métrique naïve" : métrique utilisant les valeurs propres $e_{min} = \frac{1}{R}$, $e_{max} = \frac{1}{r}$ (donc explicite).

I Comptes-rendus

Résumé (court) de chaque semaine et des réunions.

Semaine 1 : 07 au 11 Janvier

Création de l'exemple du cylindre, qui utilise une métrique de courbure "explicite" : les valeurs et vecteurs propres sont calculés à la main en chaque point sans calcul de la hessienne. Le cylindre est fermé par deux demi-sphères pour éviter les arêtes vives. Les triangles sur la surface du cylindre s'allongent correctement lorsque l'on diminue ϵ (cf 1).

Quelques tests sur le placement des points initiaux semblent montrer qu'ils n'ont que peu d'importance (cf 2).

Semaine 2 : 14 au 18 Janvier

> Reunion INRIA : Mardi 15 Janvier:
> *Compte-rendu :*
> Introduction au problème de sur-raffinement sur le tore : Il semble y avoir trop de points au dessus et en dessous du tore alors que l'on aimerait un nombre de points proche du périmètre du petit cercle divisé par la longueur d'un côté de triangle dans la métrique. Ici, on aurait donc environ 2π points sur le triangle, ce qui n'est visiblement pas le cas.
> *Programme à faire :*
> - Vérifier les caluls théoriques de métriques du papier (Paragraphe 5.2.2). Regarder pour cela l'article "Differential Geometry of Implicit Surfaces in 3-Space- A Primer" de John F. Hughes
> - Etudier le sur-raffinement du tore. Pourquoi y a-t-il trop de points sur la "largeur" du tore ? Pourquoi ces regroupements au dessus et en dessous.
> - Pourquoi les résultats sont-ils si différents pour les deux métriques (hessienne / explicite) du tore ?
> - Etudier l'influence de e_n sur le sur-raffinement.

Les calculs théoriques utilisant la hessienne sont corrects. Légère différence de méthode car tout est calculé dans l'espace entier plutôt que d'utilisé l'espace tangent au point de calcul, mais celà n'a pas d'influence grâce l'utilisation de la matrice $P = I_3 - NN^t$ qui revient à se placer dans l'espace tangent.

Vérification de l'implémentation du calcul de la hessienne. Pas de problèmes. Beaucoup de fonctionnalités du programme sont cassées donc pas eu le temps de tester tout ce qui était prévu.

Semaine 3 : 21 au 25 Janvier

Etude des métriques du tore : la métrique explicite est en fait fausse : les vecteurs propres sont bien calculés, mais les valeurs propres ne le sont pas. Au lieu de $e_{max} = \frac{1}{r}$, $e_{min} = \frac{1}{R}$ et e_n, la métrique correcte est : $e_{min} = \frac{\cos(\phi)}{(R+r*\cos(\phi))}$, où ϕ correspond à l'angle avec le rayon horizontal dans le petit cercle. e_{max} et e_n restent identiques. On retrouve bien une courbure nulle pour $\phi = \pm\frac{\pi}{2}$ et $\frac{1}{R+r}$, $\frac{1}{R-r}$ en $\pm\pi$.

Etude de différents e_n : sur le papier, une modification de e_n a une influence immédiate sur le calcul de la distortion. En pratique, on obtient des maillages uniformément sur-raffinés (cf 3).

Etude de ϵ : le sur-raffinement est directement lié avec aussi ce paramètre (si une courbure tend vers 0 en certains points), car les triangles s'allongent, mais sont aussi plus nombreux. D'un autre côté, il est physiquement impossible de placer des triangles très allongés s'ils ne sont pas très fins, car le tore "tourne" (cf FIG).

La démo et quelques-unes de ses options sont réparées (visualisation de la métrique par exemple).

Semaine 4 : 28 Janvier au 1 Février

Cours à l'INRIA (lundi->mercredi).

Etude de la métrique implicite sur le cylindre. La transition entre le cylindre et chaque demi-sphère du bout ne se passe pas correctement, sur-raffinement infini à cause d'une distortion qui ne diminue jamais autour de ces points.

> Vendredi 1 Février:
> *Compte-rendu :*
> Discussions sur le fait que la mauvaise métrique n'était pas celle utilisant la hessienne mais la métrique explicite. Effectuer d'autres tests que le tore (polyhèdrique & fonctions de choc).
> *Programme à faire :*
> – Utiliser la mauvaise métrique (explicite) du tore pour continuer les tests.
> – Maillages anisotropes sur une sphère avec une métrique définie autrement que le courbure (fonction de choc ou autre...).
> – Refaire les tables de comparaisons entre maillages anisotropes et isotropes sur le tore pour une approximation fixée.
> – Réparer la sphère et le mailleur polyhèdrique.

Semaine 5 : 04 au 08 Février

Réparation de la sphère : bug dans EIGEN qui ne donnait pas une base de vecteurs propres dans le cas où tous les vecteurs du plan tangent sont vecteurs propres. Cette configuration ne pose a priori pas de problèmes dans le calcul de distortion car si deux points sont suffisamment près, la distortion sera faible.

Réparation du mailleur polyhèdrique. Ce dernier n'est pas très performant : pas de problèmes sur des petits tores ou sphères, mais ne parvient pas à terminer sur des surfaces plus compliqués (fertility, homer, etc.) avec les même symptomes que le cylindre (sur-raffinement infini en un point à cause de la distortion).

Tables de comparaisons (cf 4), pas réussi à reproduire les résultats du papier et les nouveaux sont beaucoup moins bons.

> Reunion INRIA : Vendredi 8 Février:
> *Compte-rendu :*
> Lorsque l'on utilise l'approximation, comment évolue la longueur maximale d'une arête en "longueur" (cf 1). L'approximation est-elle bien calculée ? Analyse des tables de comparaisons. Le tore est-il simplement un cas vraiment critique pour cet algorithme (variation forte de la normale sur le dessus et dessous) ? Si l'on désactive tout sauf les inconsistences, le sur-raffinement apparait toujours, celui-ci n'est donc pas dû à la distortion mais aux résolutions d'inconsistences.
> *Programme à faire :*
> – Etudier des ellipsoïdes plutôt que le tore.
> – Etudier les inconsistences sur le tore (tests avec seulement les inconsistences comme critère).

Semaine 6 : 11 au 15 Février

Séminaires INRIA (lundi-mardi).

Implémentation de l'ellipsoïde : L'utilisation avec la métrique explicite n'est pour l'instant pas disponible car cela requiert de calculer les lignes de courbures. Or celles-ci sont définies sur l'ellipsoïde comme l'intersection de celui-ci avec des hyperboloïdes confocales, ce qui est un calcul non trivial et pas forcément utile.

Etude pour un prolate (a>b=c) : L'ellipsoïde présente aussi un sur-raffinement mais celui-ci semble être dû à la transition forte entre isotrope aux bouts et anisotrope au centre et ce sur-raffinement se propage au centre.

Etude sur le tore : les inconsistences sont majoritairement au dessus et en dessous du tore (cf 5). Résoudre celles-ci sont donc la cause du sur-raffinement.

> Reunion INRIA : Vendredi 15 Février:
> *Compte-rendu :*
> Réunion courte. Présentation des résultats pour l'ellipsoïde et des inconsistences pour le tore.
> *Programme à faire :*
> – Ellipsoid : comprendre d'où vient le sur-raffinement (bout->centre ? centre->bout ? etc.)
> – Le double ellipsoïde pourrait être un lien entre tore et ellipsoïde si ce dernier fonctionne bien.

Semaine 7 : 18 au 22 Février

Ellipsoid : la propagation du sur-raffinement se fait toujours du bout vers le centre. Problématique quand a » b c, car le bout tend vers une pointe où la distortion est importante. De fait, l'utilisation du critère de distortion sur l'ellipsoïde entraine immédiatement beaucoup plus de points, beaucoup plus que pour le tore (cf EXP).

La finitude dans un temps raisonnable n'est pas du tout assurée : la courbure minimale est en $\frac{c}{a^2}$, donc pour un ellipsoïde $a = 50$, $b = 1$ et $c = 1$, il faut déjà utiliser $\epsilon = 0.0004$ pour prendre en compte toutes les valeurs possibles de courbures. Les maillages sont très dépendants des points initiaux, pouvant aller jusqu'à doubler le nombre de sommets dans certains configurations initiales (trois points proches)...

Double-Ellipsoïde : pas de résultats intéressants.

Calculs de distorsions dans le cas de certains métriques critiques (cf 2). Vérifié avec un petit programme et testé pour différents e_n.

Semaine 8 : 25 Février au 1 Mars

Beaucoup d'ajouts et de corrections d'options pour la démo (visualisation des points initiaux, des poles, sauvegarder et interrompre le programme, etc.).

Toujours des problèmes de déterminisme de l'algorithme qui n'aident pas à étudier.

> Reunion INRIA : Mardi 26 Février:
> *Compte-rendu :*
> Discussion sur l'impact des poles et des points initiaux. Les poles semblent se balader un peu trop. Possibles slivers créés par les poles quand ils sont trop près de la surface ? Rôle des points initiaux ?
> *Programme à faire :*
> – Etudier plus précisément les poles et les points intiaux.
> – (Re)vérifier que e_n est extensible et n'empèche pas l'algorithme de fonctionner si on l'initialise à quelque chose de différent que la courbure maximale.

Les poles n'ont quasiment aucune importance dans le maillage final (cf 6). De même pour les points initiaux d'un tore (cf 2).

Le mailleur ne fonctionne plus sur la sphère lorsque e_n est différent de 1 (de la courbure maximale) et sur-raffine en un point (bug probable)

Semaine 9 : 04 au 08 Mars

Améliorations de la démo avec des nouvelles options (affichage des tetrahèdres qui contiennent une facette surfacique, etc.). La surface du tore est couverte de slivers (cf 7). Ce comportement n'apparait pas sur les côtés grâce à la courbure non nulle. Lien entre inconsistences et slivers ?

Etude de la fonction `pick_valid` en particulier : celle-ci échoue quasiment tout le temps lorsque l'on utilise seulement les inconsistences pour raffiner (cf PROFILING). Faut-il rajouter le test de sliverity qui apparait dans la théorie au programme ?

Semaine 10 : 11 au 15 Mars

La démo peut maintenant repartir d'un maillage interrompu précédemment (et peut utiliser d'autres critères).

Tore : pour la métrique naive, la distorsion raffine uniformément (vérifié en interrompant un processus quand la queue de distorsion est vide), et les inconsistences sont donc bien la cause du sur-raffinement sur le dessus car le programme n'arrive pas à les résoudre rapidement => beaucoup de points.

e_n : la troisième valeur propre a été changée et est maintenant locale (le maximum des deux courbures au point de calcul). Pas de changements notables dans les résultats du mailleur.

Semaine 11 : 18 au 22 Mars

> Reunion INRIA : Lundi 18 Mars:
> *Compte-rendu :*
> Discussion sur les slivers surfaciques, sont-ils responsables et comment s'en débarasser ? Le pick_valid peut-il fonctionner si l'on ajoute un test de sliverity ? De cette manière, le problème des slivers pourrait être réglé en amont et ne pas apparaître plus tard ?
> *Programme à faire :*
> – Ajouter un test de sliverity au programme pour obtenir un pick_valid conforme à la théorie.
> – Réparer la sphère pour e_n différent de 1.

Ajout d'options à la démo : visualisation des boules de Delaunay surfaciques (ellipsoïdes).

`Pick_valid` avec sliverity : le problème n'est pas réglé par les tests de sliverité. La fonction `pick_valid` présente encore plus d'échecs et ce dès le début, que l'on utilise un test brutal utilisant toutes les combinaisons possibles de points comme dans la théorie ou un test moins contraignant qui ne considère que les possibles facettes (cf RESULTATS).

> Reunion INRIA : Vendredi 22 Mars:
> *Compte-rendu :*
> Peu de progrès. Réintégrer les autres critères (γ, r_0, ρ_0, etc.) dans l'algorithme car la théorie indique simplement que le pick_valid fonctionne si la distorsion et les autres critères sont suffisamment proches de certaines bornes (cf papier).
> Utiliser un lissage de métriques car celle du tore serait trop méchante ?
> *Programme à faire :*
> – Comparer un tore (2,20) à un tore (1,10).
> – Refaire des tests avec tous les critères.

Nouveaux tests utilisant tous les critères et comparaisons avec des inconsistences seulement : le programme fonctionne, mais l'algo est trop exigeant et insère donc énormément de points. Certes, `pick_valid` a un taux de réussite très important si la distorsion est suffisamment proche de 1, mais cette condition entraine l'ajout de beaucoup plus de points que si l'on se contentait du critère d'inconsistences même si cela implique beaucoup d'échecs de `pick_valid` (cf 8.

Pas de différences entre les tores (1,10) et (2,20).

Semaine 12 : 25 au 29 Mars

Reunion INRIA : Mardi 26 Mars:
Compte-rendu :
Retirer le sliverity check, il ne sert à rien. Le tore est-il simplement un cas très critique ? Besoin de regarder comment fonctionne l'algorithme sur des vrais exemples. L'ellipsoïde fonctionne bien maintenant a priori, l'utiliser comme référence plutôt que le tore.
Programme à faire :
– Faire un journal lisible.
– Tester l'algorithme en détail sur des configurations d'ellipsoïde autre que le prolate.
– Visualiser quelles configurations de facettes posent problème dans pick_valid.
– Refaire les tables de comparaisons entre aniso et iso pour un ellipsoïde.
– Réparer polyhèdrique.
– Tables de distorsions.

Tables de distorsion : cf Experience.
Ellipsoid : comportement étrange dans le cas de l'oblate au niveau de l'équateur pour différents e_n.

II Calculs théoriques

Cette partie contient les calculs théoriques dont le détail peut être utile.

1 *calcul de la longueur l en fonction de l'approximation*

$$l = 8 * \epsilon * \sqrt{R}$$

A écrire.

2 *Cas critiques dans le calcul de distorsion*

Dans certaines configurations de métriques, le calcul de distorsion peut avoir des résultats inattendus. On détaille d'abord le calcul théorique qui justifie que la distorsion entre deux métriques peut parfois valoir 1 dans des cas surprenants.

Soit A un point d'une surface qui possède deux valeurs propres identiques. En utilisant les notations du paragraphe 5.2.2 du papier, on peut se rapporter au cas suivant :

$$U = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{pmatrix} \text{ et } \Delta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{pmatrix}$$

Calculons F_A :

$$F_A = U.\Delta U^t$$

Soit :

$$F_A = \begin{pmatrix} a & b & cv_3 \\ d & e & fv_3 \\ g & h & iv_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix}$$

D'où

$$F_A = \begin{pmatrix} a^2+b^2+v_3c^2 & ad+be+v_3cf & ag+bh+v_3ci \\ ad+be+v_3cf & d^2+e^2+v_3f^2 & dg+eh+v_3if \\ ag+bh+v_3ci & dg+eh+v_3if & g^2+h^2+v_3i^2 \end{pmatrix}$$

Or $e_1 = (a,d,g)$, $e_2 = (b,e,h)$ et $e_3 = (g,h,i)$ forment une base orthonormale. Donc

$$ad+be+v_3cf = (v_3-1)cf$$

$$a^2+b^2+v_3c^2 = 1-c^2+v_3c^2 = 1+(v_3-1)c^2$$

etc.

On peut de cette manière exprimer F_A entièrement en fonction de e_3, c'est-à-dire en fonction du vecteur propre associé à la valeur propre différente des deux autres. Cela signifie que dans ce cas, la distorsion dépend seulement de v_3 et de e_3. Si un point B est dans le même cas, on aura alors $\gamma(A,B) = 1$ car F_A=F_B.

C'est ce qui se passe dans le cas de la matrique naive sur un tore lorsque l'on se place sur un petit cercle et que l'on utilise $e_n = e_{max}$: la distorsion dépend seulement du vecteur propre qui correspond à la courbure minimale. Or celui-ci est constant sur un petit cercle, donc la distorsion est toujours 1.

On détaille maitnenant quelques tables qui peuvent donner une idée de la façon dont évolue la distorsion sur un tore en fonction des métriques et de la valeur de la troisième valeur propre utilisée. On se place ici dans le cas du tore $r = 1$, $R = 10$. Les métriques utilisées sont les métriques naïves (exp) et implicite (imp), en variant la valeur propre attribuée à la normale.

III Experiences effectuées

Présentation des principaux tests effectués.

1 *Maillage anisotrope du cylnidre*

A Motivation et attentes

Vérifier que le programme fonctionne avec un cylindre pour les deux types de métriques et que la quantité de triangles restent relativement stable lorsqu'on l'étire.

B Images, résultats & co

Liste des .off sur ce sujet :
Faire des images des .off

C Conclusions

Ne fonctionne pas pour la métrique implicite (problème de sur-raffinement dans la transition cylindre/demi-sphère).

Pas de problèmes avec la métrique explicite. Retester avec de l'approximation pour obtenir des résultats visuellement plus jolis.

2 *Rôle des points initiaux dans la génération du maillage*

A Motivation et attentes

Les points au dessus ou en dessous du tore, ou formant des petits triangles (sur, par exemple, l'ellipsoïde) peuvent-ils changer fortement le résultat du maillage ? Au contraire, si les points intiaux sont bien placés, le maillage final est-il meilleur ?

B Images, résultats & co

image du tore, pts placés selon la métrique.
images de l'ellipsoïde, pts initiaux non gardés au final.

C Conclusions

Pas d'influence notable.

3 *Influence de la valeur propre attribuée à la normale (e_n)*

A Motivation et attentes

D'après les calculs théoriques, e_n doit revenir à augmenter la distorsion, mais aussi à réduire la quantité de slivers surfaciques.

B Images, résultats & co

torus 6*en. Besoin de quantifier la quantité de slivers pour comparer la seconde hypothèse.

C Conclusions

Sur-raffinement massif pour peu de bénéfices

4 *Tables de comparaisons Aniso/Iso : Version 1.0, Tore*

A Motivation et attentes

Essayer de reproduire les tables du papier, qui montrent des bons résultats pour le tore (ratio κ entre le nombre de points du maillage aniso et du maillage iso qui tend vers 0).

B Images, résultats & co

Approximation donnée : 0.001. On considère des quarts de tore ou plus petit pour garder une surface constante ou proche. Le troisième test utilise $25\pi^2$ car l'algorithme a du mal à démarer sinon.

r	R	surface	Aniso	Iso	ratio
1	10	$10\pi^2$	12573	16726	0.751
1	25	$10\pi^2$	13829	16717	0.827
1	50	$20\pi^2$	37264	32118	1.159

C Conclusions

Les résultats ne sont même pas proches de ceux du papier. Le ratio au contraire augmente (il y a besoin de plus en plus de triangles par rapport à un maillage isotrope pour pouvoir obtenir le même résultat).

5 *Position et apparition des inconsistences sur un tore*

A Motivation et attentes

Comprendre pourquoi le tore est sur-raffiné si l'on utilise seulement les inconsistences comme critère.

B Images, résultats & co

folder machin.
image après l'interruption du tore en utilisant la distorsion.

C Conclusions

Comme attendu, les inconsistences apparaissent bien au dessus et en dessous du tore. blabla détaille moi ça.

6

A Motivation et attentes

Etudier le rôle des poles dans l'algorithme. Créent-ils des slivers surfaciques ? Le résultat dépend-t-il des poles choisis ?

B Images, résultats & co

Tores avec poles différents.

C Conclusions

Pas d'influence sauf si on est dans le cas d'une anisotropie faible ou nulle et que le pole est près de la surface, dans ce cas là : cluster de points.

7

A Motivation et attentes

On étudie pour plusieurs types de maillages, la qualité des tétrahèdres dont une des faces est un triangle surfacique.

B Images, résultats & co

image blabla

C Conclusions

Besoin d'ajouter une fonction qui calcule la sliverity de ces éléments.

8

A Motivation et attentes

D'après la théorie, `pick_valid` fonctionne si la distorsion et la sliverity sont suffisamment bien choisies. Lorsque l'on utilise seulement le critère d'inconsistances, il y a énormément d'échecs. On considère donc à nouveau le critère de distorsion (et les autres critères)et on regarde pour différentes valeurs comment évolue le taux de succès de `pick_valid` et la quantité de points.

B Images, résultats & co

inconsistances	distorsion	r_0	ρ_0	`pick_valid` succès	`pick_valid` échecs	points
oui	non	non	non	2400	3870	7704
oui	10.0	non	non	2500	3839	7973
oui	10.0	1.0	3.0	2425	3800	7842
oui	5.0	non	non	2500	3740	7970
oui	5.0	1.0	3.0	2400	3582	7739
oui	2.0	non	non	2400	1841	8851
oui	2.0	1.0	3.0	2300	1731	8654
oui	1.5	non	non	2800	480	15129
oui	1.5	1.0	3.0	2900	523	15305
oui	1.2	non	non	6100	53	60145
oui	1.2	1.0	3.0	5900	38	59890

C Conclusions

Bien que `pick_valid` n'échoue plus, une borne de distorsion proche de 1 implique une quantité trop importante de points par rapport à beaucoup d'échecs de `pick_valid`...