

# CÓDIGOS Y CRIPTOGRAFÍA

Autenticación de firma

Cifrado ElGamal

# INDEX

1 Autenticación de firma en RSA

2 ElGamal

# Autenticación de firma con RSA

- Vamos a ver como podemos garantizar la identidad del emisor, es decir, como se puede **firmar un criptograma**.

# Autenticación de firma con RSA

- Vamos a ver como podemos garantizar la identidad del emisor, es decir, como se puede **firmar un criptograma**.
- Se puede llevar a cabo la firma con cualquier método de clave pública.

# Autenticación de firma con RSA

- Vamos a ver como podemos garantizar la identidad del emisor, es decir, como se puede **firmar un criptograma**.
- Se puede llevar a cabo la firma con cualquier método de clave pública.
- Para ello **tanto el receptor como el emisor deben generar sus propias claves públicas y privadas**.

# Autenticación de firma con RSA

- Vamos a ver como podemos garantizar la identidad del emisor, es decir, como se puede **firmar un criptograma**.
- Se puede llevar a cabo la firma con cualquier método de clave pública.
- Para ello **tanto el receptor como el emisor deben generar sus propias claves públicas y privadas**.
- La idea como veremos puede aplicarse con distintos métodos, pero aquí lo veremos con RSA.

# Autenticación de firma con RSA

## Generación de claves

- Tanto el emisor como el receptor generan sus propias claves públicas y privadas:

# Autenticación de firma con RSA

## Generación de claves

- Tanto el emisor como el receptor generan sus propias claves públicas y privadas:

### Claves de A

CLAVE PÚBLICA:  $(n_A, e_A)$

CLAVE PRIVADA:  $(n_A, d_A)$

### Claves de B

CLAVE PÚBLICA:  $(n_B, e_B)$

CLAVE PRIVADA:  $(n_B, d_B)$



# Autenticación de firma con RSA

## Cifrado del mensaje (A)

- A quiere enviar a B el mensaje **mensaje**, firmado con la firma **firma**.

# Autenticación de firma con RSA

## Cifrado del mensaje (A)

- A quiere enviar a B el mensaje **mensaje**, firmado con la firma **firma**.
- Prepara el envío en 2 pasos:

# Autenticación de firma con RSA

## Cifrado del mensaje (A)

- A quiere enviar a B el mensaje **mensaje**, firmado con la firma **firma**.
- Prepara el envío en 2 pasos:
- 1 Cifra el mensaje y la firma juntos del modo usual.

Es decir, cifra **mensaje firma** con la clave pública de B,  $(n_B, e_B)$ .

# Autenticación de firma con RSA

## Cifrado del mensaje (A)

- A quiere enviar a B el mensaje **mensaje**, firmado con la firma **firma**.
- Prepara el envío en 2 pasos:
- 1 Cifra el mensaje y la firma juntos del modo usual.

Es decir, cifra **mensaje firma** con la clave pública de B,  $(n_B, e_B)$ .

- 2 Hace un doble cifrado a su **firma**: primero con su clave privada,  $(n_A, d_A)$  y después con la clave pública de B,  $(n_B, e_B)$ . Para ello:
  - Cifra **firma** con  $(n_A, d_A)$ .
  - Completa los bloques para que tengan la misma longitud que dígitos( $n_A$ ).
  - Concatena y vuelve a cifrar con  $(n_B, e_B)$ .

# Autenticación de firma con RSA

## Cifrado del mensaje (A)

- A quiere enviar a B el mensaje **mensaje**, firmado con la firma **firma**.
- Prepara el envío en 2 pasos:
  - 1 Cifra el mensaje y la firma juntos del modo usual.  
Es decir, cifra **mensaje firma** con la clave pública de B,  $(n_B, e_B)$ .
  - 2 Hace un doble cifrado a su **firma**: primero con su clave privada,  $(n_A, d_A)$  y después con la clave pública de B,  $(n_B, e_B)$ . Para ello:
    - Cifra **firma** con  $(n_A, d_A)$ .
    - Completa los bloques para que tengan la misma longitud que dígitos( $n_A$ ).
    - Concatena y vuelve a cifrar con  $(n_B, e_B)$ .
- Envía a B dos criptogramas distintos:

**cifr-mensajefirma- $e_B$**  y **cifr-firma- $d_A$ - $e_B$**

# Autenticación de firma con RSA

## Descifrado y autenticación de firma (B)

- B recibe dos criptogramas

cifr-mensajefirma- $e_B$  y cifr-firma- $d_A-e_B$

y los descifra usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .

# Autenticación de firma con RSA

## Descifrado y autenticación de firma (B)

- B recibe dos criptogramas

$\text{cifr-mensajefirma-}e_B$  y  $\text{cifr-firma-}d_A-e_B$

y los descifra usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .

- Obtiene  $\text{mensajefirma}$  y otro criptograma  $\text{cifr-firma-}d_A$ .

# Autenticación de firma con RSA

## Descifrado y autenticación de firma (B)

- B recibe dos criptogramas

$\text{cifr-mensajefirma-}e_B$  y  $\text{cifr-firma-}d_A-e_B$

y los descifra usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .

- Obtiene  $\text{mensajefirma}$  y otro criptograma  $\text{cifr-firma-}d_A$ .
- Como  $\text{firma}$  le dice que puede ser de A, procede a descifrar el segundo criptograma con la clave pública de A,  $(n_A, e_A)$ .



# Autenticación de firma con RSA

## Descifrado y autenticación de firma (B)

- B recibe dos criptogramas

$\text{cifr-mensajefirma-}e_B$  y  $\text{cifr-firma-}d_A-e_B$

y los descifra usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .

- Obtiene  $\text{mensajefirma}$  y otro criptograma  $\text{cifr-firma-}d_A$ .
- Como  $\text{firma}$  le dice que puede ser de A, procede a descifrar el segundo criptograma con la clave pública de A,  $(n_A, e_A)$ . Para ello:
  - Completa los bloques de  $\text{cifr-firma-}d_A$  para que todos tengan la misma longitud que  $n_B - 1$ .
  - Concatena, separa en bloques de la misma longitud que  $n_A$  y descifra con  $(n_A, e_A)$ .
  - Obtiene  $\text{firma}$ .

# Autenticación de firma con RSA

## Descifrado y autenticación de firma (B)

- B recibe dos criptogramas

$\text{cifr-mensajefirma-}e_B$  y  $\text{cifr-firma-}d_A-e_B$

y los descifra usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .

- Obtiene  $\text{mensajefirma}$  y otro criptograma  $\text{cifr-firma-}d_A$ .
- Como  $\text{firma}$  le dice que puede ser de A, procede a descifrar el segundo criptograma con la clave pública de A,  $(n_A, e_A)$ . Para ello:
  - Completa los bloques de  $\text{cifr-firma-}d_A$  para que todos tengan la misma longitud que  $n_B - 1$ .
  - Concatena, separa en bloques de la misma longitud que  $n_A$  y descifra con  $(n_A, e_A)$ .
  - Obtiene  $\text{firma}$ .
- Compara  $\text{mensajefirma}$  con  $\text{firma}$ .

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Generación de claves

- $A$  y  $B$  generan sus propias claves:

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Generación de claves

- $A$  y  $B$  generan sus propias claves:

### Claves de A

$$\begin{aligned}p_A &= 11, q_A = 13 \\n_A &= 143, \varphi(n_A) = 120 \\e_A &= 7, d_A = 103\end{aligned}$$

### Claves de B

$$\begin{aligned}p_B &= 17, q_B = 59 \\n_B &= 1003, \varphi(n_B) = 928 \\e_B &= 3, d_B = 619\end{aligned}$$

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Cifrado y firma (A)

- $A$  va a enviarle a  $B$  el mensaje **prueba** con la firma **bya**:

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Cifrado y firma (A)

- A va a enviarle a B el mensaje **prueba** con la firma **bya**:
- ① Cifra **pruebabya** con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_1 = [801 \quad 465 \quad 811 \quad 9 \quad 725 \quad 122].$$

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Cifrado y firma (A)

- A va a enviarle a B el mensaje **prueba** con la firma **bya**:
- ① Cifra **pruebabya** con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_1 = [801 \quad 465 \quad 811 \quad 9 \quad 725 \quad 122].$$

- ② Hace un doble cifrado a **bya**:

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Cifrado y firma (A)

- A va a enviarle a B el mensaje **prueba** con la firma **bya**:
- ① Cifra **pruebabya** con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_1 = [801 \quad 465 \quad 811 \quad 9 \quad 725 \quad 122].$$

- ② Hace un doble cifrado a **bya**:
  - Primero con  $(n_A, d_A)$ :

$$[1 \quad 38 \quad 0]$$



# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Cifrado y firma (A)

- A va a enviarle a B el mensaje **prueba** con la firma **bya**:
- ① Cifra **pruebabya** con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_1 = [801 \quad 465 \quad 811 \quad 9 \quad 725 \quad 122].$$

- ② Hace un doble cifrado a **bya**:
  - Primero con  $(n_A, d_A)$ :
- Completa los bloques para que tengan la longitud de  $n_A$ :

$$001 \quad 038 \quad 000$$

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Cifrado y firma (A)

- A va a enviarle a B el mensaje **prueba** con la firma **bya**:
- ① Cifra **pruebabya** con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_1 = [801 \quad 465 \quad 811 \quad 9 \quad 725 \quad 122].$$

- ② Hace un doble cifrado a **bya**:
  - Primero con  $(n_A, d_A)$ :

$$[1 \quad 38 \quad 0]$$

- Completa los bloques para que tengan la longitud de  $n_A$ :

$$001 \quad 038 \quad 000$$

- Concatena, **001038000**, y cifra con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_2 = [1 \quad 710 \quad 0]$$

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Cifrado y firma (A)

- A va a enviarle a B el mensaje **prueba** con la firma **bya**:
- ① Cifra **pruebabya** con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122].$$

- ② Hace un doble cifrado a **bya**:
  - Primero con  $(n_A, d_A)$ :

$$[1 \ 38 \ 0]$$

- Completa los bloques para que tengan la longitud de  $n_A$ :

$$001 \ 038 \ 000$$

- Concatena, **001038000**, y cifra con  $(n_B, e_B)$ :

$$C_2 = [1 \ 710 \ 0]$$

- Envía a B  $C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122]$  y  $C_2 = [1 \ 710 \ 0]$ .

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Descifrado y autenticación (B)

- B recibe  $C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122]$  y  $C_2 = [1 \ 710 \ 0]$ .

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Descifrado y autenticación (B)

- B recibe  $C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122]$  y  $C_2 = [1 \ 710 \ 0]$ .
- Descifra ambos criptogramas usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Descifrado y autenticación (B)

- B recibe  $C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122]$  y  $C_2 = [1 \ 710 \ 0]$ .
- Descifra ambos criptogramas usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .
- Del primer criptograma obtiene **pruebabya**.

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Descifrado y autenticación (B)

- B recibe  $C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122]$  y  $C_2 = [1 \ 710 \ 0]$ .
- Descifra ambos criptogramas usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .
- Del primer criptograma obtiene **pruebabya**.
- Del segundo criptograma no obtiene un mensaje coherente, se queda con los bloques numéricos:

$[1 \ 38 \ 0]$ .

# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Descifrado y autenticación (B)

- B recibe  $C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122]$  y  $C_2 = [1 \ 710 \ 0]$ .
- Descifra ambos criptogramas usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .
- Del primer criptograma obtiene **pruebabya**.
- Del segundo criptograma no obtiene un mensaje coherente, se queda con los bloques numéricos:

$[1 \ 38 \ 0]$ .

- Completa los bloques para que tengan la misma longitud que  $n_B - 1$ :

001   038   000



# Autenticación de firma con RSA: Ejemplo

## Descifrado y autenticación (B)

- B recibe  $C_1 = [801 \ 465 \ 811 \ 9 \ 725 \ 122]$  y  $C_2 = [1 \ 710 \ 0]$ .
- Descifra ambos criptogramas usando su clave privada,  $(n_B, d_B)$ .
- Del primer criptograma obtiene **pruebabya**.
- Del segundo criptograma no obtiene un mensaje coherente, se queda con los bloques numéricos:

$[1 \ 38 \ 0]$ .

- Completa los bloques para que tengan la misma longitud que  $n_B - 1$ :

$001 \ 038 \ 000$

- Concatena y separa los bloques para que tengan la misma longitud que  $n_A$  (en este caso se quedan igual:  $[1 \ 38 \ 0]$ .) y descifra con  $(n_A, e_A)$ , **bya**.

# INDEX

1 Autenticación de firma en RSA

2 ElGamal

# Cifrado ElGamal

- Cifrado de clave pública basado en la **exponenciación binaria** y en el **logaritmo discreto**.

# Cifrado ElGamal

- Cifrado de clave pública basado en la **exponenciación binaria** y en el **logaritmo discreto**.
- Supongamos dos interlocutores: el receptor  $A$  y el emisor  $B$ .

# Cifrado ElGamal

- Cifrado de clave pública basado en la **exponenciación binaria** y en el **logaritmo discreto**.
- Supongamos dos interlocutores: el receptor  $A$  y el emisor  $B$ .
- Para comenzar, ambos interlocutores se ponen de acuerdo en la elección de un **número primo  $q$**  y de un número  $0 \leq g \in \mathbb{Z}_q$  (no necesariamente generador).

# Cifrado ElGamal

- Cifrado de clave pública basado en la **exponenciación binaria** y en el **logaritmo discreto**.
- Supongamos dos interlocutores: el receptor  $A$  y el emisor  $B$ .
- Para comenzar, ambos interlocutores se ponen de acuerdo en la elección de un **número primo**  $q$  y de un número  $0 \leq g \in \mathbb{Z}_q$  (no necesariamente generador).

## Generación de claves (A)

# Cifrado ElGamal

- Cifrado de clave pública basado en la **exponenciación binaria** y en el **logaritmo discreto**.
- Supongamos dos interlocutores: el receptor  $A$  y el emisor  $B$ .
- Para comenzar, ambos interlocutores se ponen de acuerdo en la elección de un **número primo**  $q$  y de un número  $0 \leq g \in \mathbb{Z}_q$  (no necesariamente generador).

## Generación de claves (A)

- **CLAVE PRIVADA:** Un número  $a$  de modo que  $2 \leq a \leq q - 2$ .

# Cifrado ElGamal

- Cifrado de clave pública basado en la **exponenciación binaria** y en el **logaritmo discreto**.
- Supongamos dos interlocutores: el receptor  $A$  y el emisor  $B$ .
- Para comenzar, ambos interlocutores se ponen de acuerdo en la elección de un **número primo**  $q$  y de un número  $0 \leq g \in \mathbb{Z}_q$  (no necesariamente generador).

## Generación de claves (A)

- **CLAVE PRIVADA:** Un número  $a$  de modo que  $2 \leq a \leq q - 2$ .
- **CLAVE PÚBLICA:** El número  $ga = g^a \bmod q$ .



# Cifrado ElGamal

## Cifrado (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **mensaje** a  $A$ .

# Cifrado ElGamal

## Cifrado (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **mensaje** a  $A$ . Para ello:
- Elige **un número**  $k$  de modo que  $2 \leq k \leq q - 2$ .

# Cifrado ElGamal

## Cifrado (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **mensaje** a  $A$ . Para ello:
- Elige **un número**  $k$  de modo que  $2 \leq k \leq q - 2$ .
- Calcula  $gk = g^k \bmod q$  y  $gak = ga^k = g^{ak} \bmod q$ .

# Cifrado ElGamal

## Cifrado (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **mensaje** a  $A$ . Para ello:
- Elige **un número**  $k$  de modo que  $2 \leq k \leq q - 2$ .
- Calcula  $gk = g^k \bmod q$  y  $gak = ga^k = g^{ak} \bmod q$ .
- Escribe  $M$  numéricamente utilizando **dos dígitos por letra** y separa en **bloques de tamaño dígitos( $q$ ) - 1**. Si es necesario añade varios 30's y/o un 0.

$$M = [M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad \dots \quad ]$$

# Cifrado ElGamal

## Cifrado (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **mensaje** a  $A$ . Para ello:
- Elige **un número**  $k$  de modo que  $2 \leq k \leq q - 2$ .
- Calcula  $gk = g^k \bmod q$  y  $gak = ga^k = g^{ak} \bmod q$ .
- Escribe  $M$  numéricamente utilizando **dos dígitos por letra** y separa en **bloques de tamaño dígitos( $q$ ) - 1**. Si es necesario añade varios 30's y/o un 0.

$$M = [M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad \dots \quad ]$$

- Realiza dos envíos a  $A$ :
  - ① **Envía el número**  $gk$  anterior.

# Cifrado ElGamal

## Cifrado (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **mensaje** a  $A$ . Para ello:
- Elige **un número**  $k$  de modo que  $2 \leq k \leq q - 2$ .
- Calcula  **$gk = g^k \bmod q$**  y  **$gak = ga^k = g^{ak} \bmod q$** .
- Escribe  $M$  numéricamente utilizando **dos dígitos por letra** y separa en **bloques de tamaño dígitos( $q$ ) - 1**. Si es necesario añade varios 30's y/o un 0.

$$M = [M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad \dots]$$

- Realiza dos envíos a  $A$ :
  - 1 **Envía el número**  $gk$  anterior.
  - 2 Opera cada bloque del mensaje mediante la fórmula

$$C_i = M_i \cdot gak \bmod q,$$

# Cifrado ElGamal

## Cifrado (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **mensaje** a  $A$ . Para ello:
- Elige **un número**  $k$  de modo que  $2 \leq k \leq q - 2$ .
- Calcula  **$gk = g^k \bmod q$**  y  **$gak = ga^k = g^{ak} \bmod q$** .
- Escribe  $M$  numéricamente utilizando **dos dígitos por letra** y separa en **bloques de tamaño dígitos( $q$ ) - 1**. Si es necesario añade varios 30's y/o un 0.

$$M = [M_1 \quad M_2 \quad M_3 \quad \dots]$$

- Realiza dos envíos a  $A$ :
  - 1 **Envía el número**  $gk$  anterior.
  - 2 Opera cada bloque del mensaje mediante la fórmula

$$C_i = M_i \cdot gak \bmod q,$$

y **envía**

$$[C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad \dots]$$

# Cifrado ElGamal

## Descifrado (A)

- A recibe un número  $gk$ , y un vector numérico  $[C_1 \ C_2 \ C_3 \ \dots \ ]$ .



# Cifrado ElGamal

## Descifrado (A)

- A recibe un número  $gk$ , y un vector numérico  $[C_1 \ C_2 \ C_3 \ \dots]$ .
- Calcula  $(gk^a)^{-1} \bmod q$ .

# Cifrado ElGamal

## Descifrado (A)

- A recibe un número  $gk$ , y un vector numérico  $[C_1 \ C_2 \ C_3 \ \dots]$ .
- Calcula  $(gk^a)^{-1} \bmod q$ .
- Cada elemento del vector recibido lo opera multiplicándolo modularmente por el inverso anterior y obtiene

$$[M_1 \ M_2 \ M_3 \ \dots].$$

# Cifrado ElGamal

## Descifrado (A)

- A recibe un número  $gk$ , y un vector numérico  $[C_1 \ C_2 \ C_3 \ \dots]$ .
- Calcula  $(gk^a)^{-1} \bmod q$ .
- Cada elemento del vector recibido lo opera multiplicándolo modularmente por el inverso anterior y obtiene

$$[M_1 \ M_2 \ M_3 \ \dots]$$

- Completa los bloques para que todos sean de longitud dígitos( $q$ ) - 1.

# Cifrado ElGamal

## Descifrado (A)

- A recibe un número  $gk$ , y un vector numérico  $[C_1 \ C_2 \ C_3 \ \dots]$ .
- Calcula  $(gk^a)^{-1} \bmod q$ .
- Cada elemento del vector recibido lo opera multiplicándolo modularmente por el inverso anterior y obtiene

$$[M_1 \ M_2 \ M_3 \ \dots]$$

- Completa los bloques para que todos sean de longitud  $\text{dígitos}(q) - 1$ .
- Concatena todos los bloques, separa de dos en dos dígitos, y vuelve a convertir alfabéticamente recuperando el mensaje.

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .
- $A$  genera sus claves eligiendo  $a = 5$  ( $2 \leq a \leq q - 2$ ):

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .
- $A$  genera sus claves eligiendo  $a = 5$  ( $2 \leq a \leq q - 2$ ):

CLAVE PRIVADA:  $a = 5$

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .
- $A$  genera sus claves eligiendo  $a = 5$  ( $2 \leq a \leq q - 2$ ):

CLAVE PRIVADA:  $a = 5$

CLAVE PÚBLICA:  $ga = 2^5 \bmod 13 = 6$



# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .
- $A$  genera sus claves eligiendo  $a = 5$  ( $2 \leq a \leq q - 2$ ):

CLAVE PRIVADA:  $a = 5$

CLAVE PÚBLICA:  $ga = 2^5 \bmod 13 = 6$

## Cifrado del mensaje (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **hola** a  $A$ .

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .
- $A$  genera sus claves eligiendo  $a = 5$  ( $2 \leq a \leq q - 2$ ):

CLAVE PRIVADA:  $a = 5$

CLAVE PÚBLICA:  $ga = 2^5 \bmod 13 = 6$

## Cifrado del mensaje ( $B$ )

- $B$  quiere enviar el mensaje **hola** a  $A$ .
- Elige  $k = 7$  ( $2 \leq k \leq q - 2$ ).

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .
- $A$  genera sus claves eligiendo  $a = 5$  ( $2 \leq a \leq q - 2$ ):

CLAVE PRIVADA:  $a = 5$

CLAVE PÚBLICA:  $ga = 2^5 \bmod 13 = 6$

## Cifrado del mensaje ( $B$ )

- $B$  quiere enviar el mensaje **hola** a  $A$ .
- Elige  $k = 7$  ( $2 \leq k \leq q - 2$ ).
- Halla  $gk = 2^7 \bmod 13 = 11$  y  $gak = ga^k = 6^7 \bmod 13 = 7$

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Elección de elementos comunes y claves

- $A$  y  $B$  se ponen de acuerdo en  $q = 13$  y  $g = 2$ .
- $A$  genera sus claves eligiendo  $a = 5$  ( $2 \leq a \leq q - 2$ ):

CLAVE PRIVADA:  $a = 5$

CLAVE PÚBLICA:  $ga = 2^5 \bmod 13 = 6$

## Cifrado del mensaje (B)

- $B$  quiere enviar el mensaje **hola** a  $A$ .
- Elige  $k = 7$  ( $2 \leq k \leq q - 2$ ).
- Halla  $gk = 2^7 \bmod 13 = 11$  y  $gak = ga^k = 6^7 \bmod 13 = 7$
- Convierte el mensaje numéricamente (dos dígitos por letra):

$h$	$o$	$l$	$a$
07	15	11	00

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Cifrado del mensaje (B)

- Concatena los dígitos y separa en bloques de longitud  $1 = \text{dígitos}(q) - 1$ :

0 7 1 5 1 1 0 0

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Cifrado del mensaje (B)

- Concatena los dígitos y separa en bloques de longitud  $l = \text{dígitos}(q) - 1$ :

0 7 1 5 1 1 0 0

- Multiplicada cada bloque por 7 módulo 13:

$$0 \cdot 7 \bmod 13 = 0, \quad 7 \cdot 7 \bmod 13 = 10, \quad 1 \cdot 7 \bmod 13 = 7$$

$$5 \cdot 7 \bmod 13 = 9, \quad 1 \cdot 7 \bmod 13 = 7, \quad 1 \cdot 7 \bmod 13 = 7$$

$$0 \cdot 7 \bmod 13 = 0, \quad 0 \cdot 7 \bmod 13 = 0$$

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Cifrado del mensaje (B)

- Concatena los dígitos y separa en bloques de longitud  $l = \text{dígitos}(q) - 1$ :

0 7 1 5 1 1 0 0

- Multiplicada cada bloque por 7 módulo 13:

$$0 \cdot 7 \bmod 13 = 0, \quad 7 \cdot 7 \bmod 13 = 10, \quad 1 \cdot 7 \bmod 13 = 7$$

$$5 \cdot 7 \bmod 13 = 9, \quad 1 \cdot 7 \bmod 13 = 7, \quad 1 \cdot 7 \bmod 13 = 7$$

$$0 \cdot 7 \bmod 13 = 0, \quad 0 \cdot 7 \bmod 13 = 0$$

- Envía a A:

$$gk = 11 \quad \text{y} \quad [0 \ 10 \ 7 \ 9 \ 7 \ 7 \ 0 \ 0].$$

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Descifrado del mensaje (A)

- A recibe

$$gk = 11 \quad \text{y} \quad [0 \ 10 \ 7 \ 9 \ 7 \ 7 \ 0 \ 0].$$



# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Descifrado del mensaje (A)

- A recibe

$$gk = 11 \quad \text{y} \quad [0 \ 10 \ 7 \ 9 \ 7 \ 7 \ 0 \ 0].$$

- Calcula  $gk^a \bmod q = 11^5 \bmod 13 = 7$ , y su inverso modular:  
 $7^{-1} \bmod 13 = 2$ .

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Descifrado del mensaje (A)

- A recibe

$$gk = 11 \quad \text{y} \quad [0 \quad 10 \quad 7 \quad 9 \quad 7 \quad 7 \quad 0 \quad 0].$$

- Calcula  $gk^a \bmod q = 11^5 \bmod 13 = 7$ , y su inverso modular:

$$7^{-1} \bmod 13 = 2.$$

- Multiplica cada bloque recibido por el valor obtenido:

$$0 \cdot 2 \bmod 13 = 0, \quad 10 \cdot 2 \bmod 13 = 7, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1$$

$$9 \cdot 2 \bmod 13 = 5, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1$$

$$0 \cdot 2 \bmod 13 = 0, \quad 0 \cdot 2 \bmod 13 = 0.$$

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Descifrado del mensaje (A)

- A recibe

$$gk = 11 \quad \text{y} \quad [0 \quad 10 \quad 7 \quad 9 \quad 7 \quad 7 \quad 0 \quad 0].$$

- Calcula  $gk^a \bmod q = 11^5 \bmod 13 = 7$ , y su inverso modular:

$$7^{-1} \bmod 13 = 2.$$

- Multiplica cada bloque recibido por el valor obtenido:

$$0 \cdot 2 \bmod 13 = 0, \quad 10 \cdot 2 \bmod 13 = 7, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1$$

$$9 \cdot 2 \bmod 13 = 5, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1$$

$$0 \cdot 2 \bmod 13 = 0, \quad 0 \cdot 2 \bmod 13 = 0.$$

- No hace falta que complete los bloques (ya tienen longitud 1)

# Cifrado ElGamal: Ejemplo

## Descifrado del mensaje (A)

- A recibe

$$gk = 11 \quad \text{y} \quad [0 \quad 10 \quad 7 \quad 9 \quad 7 \quad 7 \quad 0 \quad 0].$$

- Calcula  $gk^a \bmod q = 11^5 \bmod 13 = 7$ , y su inverso modular:

$$7^{-1} \bmod 13 = 2.$$

- Multiplica cada bloque recibido por el valor obtenido:

$$0 \cdot 2 \bmod 13 = 0, \quad 10 \cdot 2 \bmod 13 = 7, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1$$

$$9 \cdot 2 \bmod 13 = 5, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1, \quad 7 \cdot 2 \bmod 13 = 1$$

$$0 \cdot 2 \bmod 13 = 0, \quad 0 \cdot 2 \bmod 13 = 0.$$

- No hace falta que complete los bloques (ya tienen longitud 1)
- Concatena** los bloques, **separa de dos en dos** y recupera el mensaje:

07	15	11	00
<i>h</i>	<i>o</i>	<i>l</i>	<i>a</i>