Lista I

> Los siguientes ejercicios hay que realizarlos a mano, utilizando la teoría estudiada en clase.

1 Utilice teoría modular para obtener los test de divisilidad del 2, del 3, del 5 y del 11. Utilice que $40 \equiv 1 \pmod{13}$ para obtener un test de divisibilidad por 13.

2 Supongamos que tenemos G un grupo finito con n elementos, y sea x uno de sus generadores (utilizamos notación multiplicativa). Tomemos $y_1 = x^{n_1}$ e $y_2 = x^{n_2}$. Determine, si existe, un valor de m para el que $y_1^m = y_2$.

3 Determine todos los enteros x de modo que:

(i) $4x \equiv 3 \pmod{385}$.

(ii) $128x \equiv 10 \pmod{17}$.

(iii) $2047 \equiv 3 \pmod{1024}$.

4 Determine los últimos dos dígitos de todo número natural x tal que:

$$\begin{cases} 3x \equiv 1 \pmod{4}, \\ 2x \equiv 3 \pmod{25}. \end{cases}$$

5 Calcule las siguientes potencias:

(i) $31^{96} \pmod{359}$.

(ii) $27^{33} \pmod{157}$.

(iii) $40^{65} \pmod{199}$.

6 Determine si los siguientes sistemas tienen solución, y en caso de que así sea, determínelas:

(i) $\begin{cases} 1025x \equiv 5312065 \pmod{8} \\ 36x \equiv 322 \pmod{5} \\ 4x \equiv 7 \pmod{3} \end{cases}$

(ii) $\begin{cases} 2x \equiv 4 \pmod{6} \\ 8x \equiv 3 \pmod{13} \\ 12x \equiv 1 \pmod{18} \end{cases}$

(iii) $\begin{cases} 2x \equiv 1 \pmod{3} \\ 8x \equiv 7 \pmod{11} \\ 5x \equiv 3 \pmod{13} \end{cases}$

(iv) $\begin{cases} 4x + 2 \equiv 3x - 1 \pmod{5} \\ 6x - 3 \equiv 2(x-1) \pmod{7} \\ 2x \equiv 1 \pmod{3} \end{cases}$