Tarea 2

Carlos Escobedo, Fabian Vidal, Álvaro Martínez

July 2023

Resumen (Abstract)

El siguiente documento abarcará el problema presentado a un grupo de estudiantes de la Universidad de Valparaíso acerca del rubro de una empresa de ventas de inmuebles, que busca contratar servicios de campaña publicitaria para sus proyectos de viviendas. Se analizará y estudiará la información presentada en dicho problema con el objetivo de modelar, mediante un paradigma de programación lineal, la maximización de la calidad publicitaria para la compañía, a la vez que se minimiza el costo final para la empresa. Además, se implementará el «Algoritmo de Araña Social» (Social Spider Algorithm) para la optimización global del problema planteado.

Finalmente, tras el estudio y la aplicación de técnicas de optimización computacional multiobjetivos, y al implementar el SSA en nuestra problemática, se pudo calcular el valor óptimo de la solución, resultando ser **0.64**, donde las variables X_1(televisión por la tarde)=**0**; X_2(Televisión por la noche)=**0**; X_3(Diarios)=**1**; X_4(Revistas)=**0**; X_5(Radio)=**25**

Introducción

La empresa ABC dedicada al rubro de ventas de inmuebles, se encuentra en un proceso de contratación de servicios publicitarios para sus proyectos de viviendas. Solicita tener 5 tipos de anuncios en distintos medios de comunicación: televisión (tarde y noches), diarios, revistas y radios. En su objetivo para hacer rentable este proyecto, la empresa recolectó datos numéricos sobre sus potenciales clientes a quienes les podría ofrecer sus servicios: 1000, 2000, 1500, 2500, y 300, respectivamente. Además, tomó el estimado de clientes y valorizó el costo para cubrirlo, además elaboró una escala del 0 al 100 de valoración, resultando:

Tipo de anuncio	Valorización [pts]	Costo [um]
Televisión tarde	65	150
Televisión noche	90	300
Diario	40	40
Revistas	60	100
Radio	20	10

Existe un limitante en torno a la cantidad máxima de anuncios que son posibles de emitir: 15, 10, 25, 4 y 30, respectivamente. ABC asesorada por una agencia de publicidad, decide utilizar no más de 20 anuncios en la televisión, para alcanzar cuanto mucho 50.000 clientes potenciales, además de no gastar más de 1800[um] en anuncios en televisión, y si se hacen anuncios en el diario, no se deben realizar anuncios en la televisión por la noche. Resolveremos el problema planteado por ABC utilizando programación lineal, donde definiremos las variables de decisión, funciones objetivo y restricciones del caso para, maximizar la valorización y minimización de costos de la empresa. Finalmente, aplicaremos el algoritmo «Social Spider Algorithm», el cual se basa en el movimiento de las arañas a través de una red para explorar y encontrar mejores soluciones, donde cada posición de las arañas en la red corresponde a una solución viable para el sistema. El siguiente informe estará organizado por la siguiente estructura:

1. **Resumen:** Breve explicación sobre el tema que abordará el documento, qué técnicas de estudio se usarán y con qué objetivo estas se aplicarán.
2. **Introducción:** Introducción al informe presentado, en el cual se explayará toda la información sobre el contexto de la problemática.
3. **Desarrollo:** Planteamiento de las estrategias que se utilizaron para analizar el problema, se desarrolla el modelo respectivo con sus variables, funciones y restricciones, y se realizará el método de solución en el cual se describirán como se obtuvieron estas mismas.
4. **Resultados:** Profundización en detalle sobre la resolución del modelo aplicado.
5. **Conclusiones:** Conclusión final obtenida por el grupo de estudio sobre el problema y tema abordado.
6. **Bibliografía:** Documentos utilizados a lo largo del estudio.

Desarrollo

Planteamiento/Estrategia de análisis

Para la resolución del problema planteado por la empresa ABC, implementaremos las técnicas de optimización computacional de: Método Simplex, nodo Arco-Consistencia, Optimización multiobjetivo y Social Spider Algorithm.

> **Método Simplex:** El método simplex es un algoritmo utilizado para determinar la solución óptima en un problema de programación lineal, done se busca maximizar o minimizar funciones de acuerdo a lo que se requiera. En este caso utilizaremos Simplex para calcular la máxima valorización de los anuncios, además calcular los mínimos valores para el costo final del problema presentado por ABC.
>
> **Arco-Consistencia:** La técnica de consistencia local Arco-Consistencia se refiere al método que busca la reducción de valores en los dominios de una variable con restricciones. Esta técnica elimina los valores inconsistentes en restricciones binarias sobre dos variables.
>
> **Social Spider Algorithm:** Es un algoritmo de optimización basado en el movimiento de las arañas sobre una red que actúan como agentes para explorar y encontrar mejores soluciones. Cada araña que se posiciona en la red corresponde a una solución viable para el sistema. Estás al mismo tiempo se comunican a través de vibraciones, las cuales informan sus posiciones y aptitudes actuales con el objetivo de compartir conocimiento para explorar colectivamente el espacio de búsqueda y obtener la solución óptima.

Desarrollo del modelo

Siguiendo los datos entregados por la empresa ABC se realizará la siguiente agrupación de datos:

Tipo de anuncio	Variable	Valorización[pts]	Costo[um]
Televisión tarde	X_1	65	150
Televisión noche	X_2	90	300
Diario	X_3	40	40
Revistas	X_4	60	100
Radio	X_5	20	10

Donde:
X_1=Televisión por la tarde.
X2=Televisión por la noche.
X_3=Diario.
X_4=Revistas.
X_5=Radio.
Y=Si/No (Decisión binaria).

Se definen los dominios originales de las variables:
$\mathrm{D}(\mathrm{X}_1) = \{0, 1, \ldots, 15\}$
$D(X_2) = \{0, 1, \ldots, 10\}$
$D(X_3) = \{0, 1, \ldots, 25\}$
$D(X_4) = \{0, 1, \ldots, 4\}$
$D(X_5) = \{0, 1, \ldots, 30\}$
$D(Y) = \{0, 1\}$

Se definen las restricciones del problema.
$\mathrm{X}_1 \leq 15$
$X_2 \leq 10$
$X_3 \leq 25$
$X_4 \leq 4$
$X_5 \leq 30$
$X_1 + X_2 \leq 20$
$150X_1 + 300X_2 \leq 1800$
$1000X_1 + 2000X_2 + 1500X_3 + 2500_4 + 300X_5 \leq 50000$
$X_2 \leq (1 - y) \times 10$
$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \in Z_{\geq 0}$
Se definen las funciones objetivo:
Maximizar Z_1 :

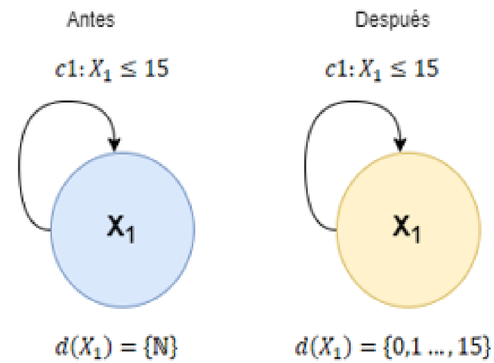
$$Z_1 = 65X_1 + 90X_2 + 4X_3 + 60X_4 + 20X_5 \tag{1}$$

Minimizar Z_2 :

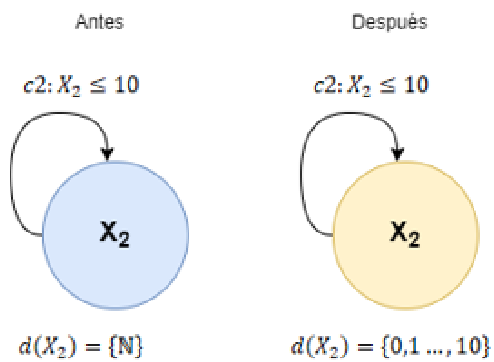
$$Z_2 = 150X_1 + 300X_2 + 40X_3 + 100X_4 + 10X_5 \tag{2}$$

Luego de definir las restricciones, aplicaremos el método Nodo-Consistencia y Arco-Consistencia para obtener las nuevas restricciones de nuestras variables.
Nodo-Consistencia

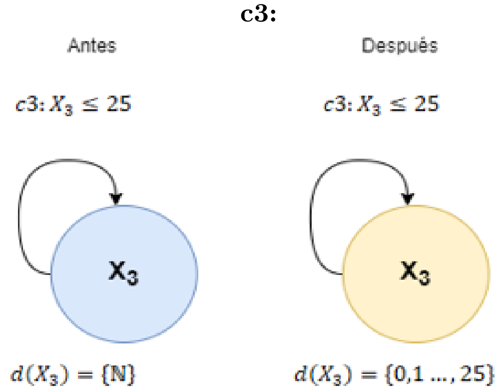
c1:



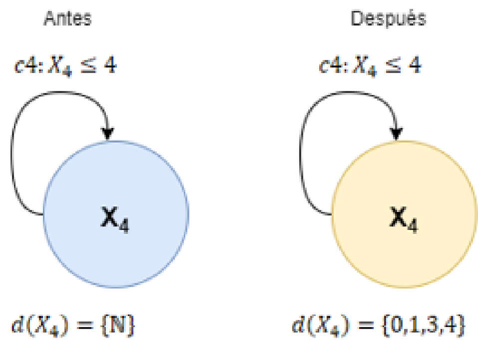
c2:



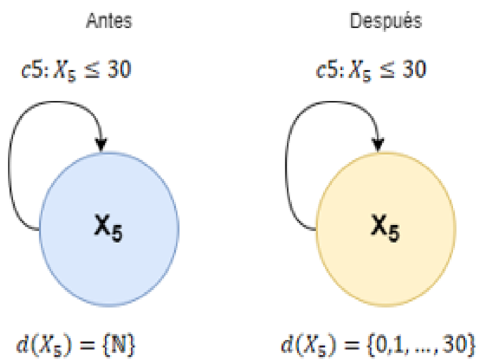
c3:



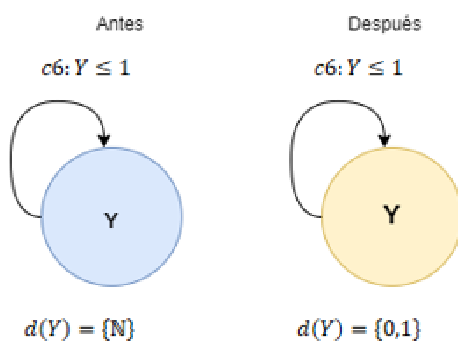
c4:


Antes
Después
$c4: X_4 \leq 4$
$c4: X_4 \leq 4$
X_4
X_4
$d(X_4) = \{\mathbb{N}\}$
$d(X_4) = \{0,1,3,4\}$

c5:

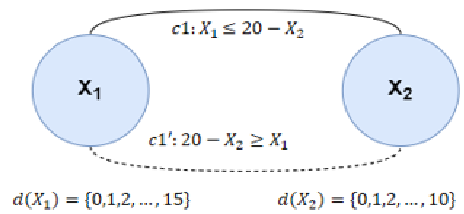

Antes
Después
$c5: X_5 \leq 30$
$c5: X_5 \leq 30$
X_5
X_5
$d(X_5) = \{\mathbb{N}\}$
$d(X_5) = \{0,1,\ldots,30\}$

c6:

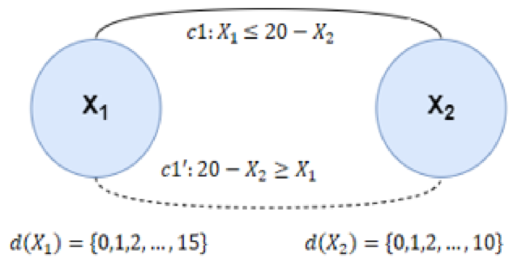

Antes
Después
$c6: Y \leq 1$
$c6: Y \leq 1$
Y
Y
$d(Y) = \{\mathbb{N}\}$
$d(Y) = \{0,1\}$

Arco-Consistencia

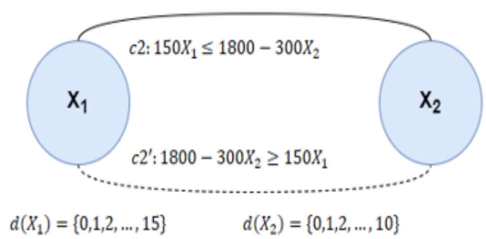
Antes



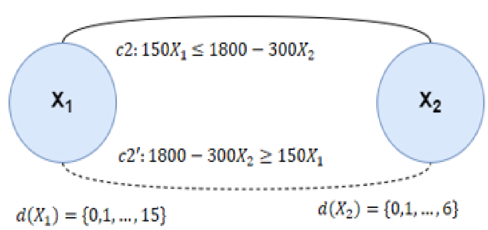
Después



Antes



Después



Método de resolución

Luego de haber obtenido las nuevas restricciones de las variables utilizando Arco-Consistencia, implementaremos el método Simplex para la resolución de nuestras funciones.

Maximizarc Z = 65$\mathbf{X_1}$ + 90X2 + 40$\mathbf{X_3}$ + 60$\mathbf{X_4}$ +20$\mathbf{X_5}$:

- **Caso 1:** Y=1

```
Maximizar Z = 65x1 + 90x2 + 40x3 + 60x4 +20x5 sujeta a
x1<= 15
x3 <= 25
x4 <= 4
x5 <= 30
x1 + x2 <= 30
150x1 + 300x2 <= 1800
x2 <= 0
1000x1+2000x2+1500x3+2500x4+300x5 <= 50000
```

Solution:

```
Solución óptima: z = 2153.33; x1 = 12, x2 = 0, x3 = 19.3333, x4 = 0, x5 = 30
```

Solución óptima: Z= 2153.33; X_1=12; X_2=0; X_3=19.33; X_4=0; X_5=30

- **Caso 2:** Y=0

```
Maximizar Z = 65x1 + 90x2 + 40x3 + 60x4 +20x5 sujeta a
x1<= 15
x2 <= 10
x3 <= 25
x4 <= 4
x5 <= 30
x1 + x2 <= 30
150x1 + 300x2 <= 1800
1000x1+2000x2+1500x3+2500x4+300x5 <= 50000
```

Solution:

```
Solución óptima: z = 2153.33; x1 = 12, x2 = 0, x3 = 19.3333, x4 = 0, x5 = 30
```

Solución óptima: Z= 2153.33; X_1=12; X_2=0; X_3=19.33; X_4=0; X_5=30

Minimizar $Z = 150X_1 + 300X2 + 40X_3 + 10X_5$:

- **Caso 1:** Y=1

```
Minimizar Z = 150x1 + 300x2 + 40x3 + 100x4 + 10x5 sujeta a
x1<= 15
x3 <= 25
x4 <= 4
x5 <= 30
x1 + x2 <= 30
150x1 + 300x2 <= 1800
x2 <= 0
1000x1+2000x2+1500x3+2500x4+300x5 <= 50000
```

Solution:

```
Solución óptima: z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0, x5 = 0
```

Solución óptima: Z= 0; X_1=0; X_2=0; X_3=0; X_4=0; X_5=0

- **Caso 2:** Y=0

```
Minimizar Z = 150x1 + 300x2 + 40x3 + 100x4 + 10x5 sujeta a
x1<= 15
x2 <= 10
x3 <= 25
x4 <= 4
x5 <= 30
x1 + x2 <= 30
150x1 + 300x2 <= 1800
1000x1+2000x2+1500x3+2500x4+300x5 <= 50000
```

Solution:

```
Solución óptima: z = 0; x1 = 0, x2 = 0, x3 = 0, x4 = 0, x5 = 0
```

Solución óptima: Z= 0; X_1=0; X_2=0; X_3=0; X_4=0; X_5=0

Luego de obtener las soluciones óptimas mediante Simplex, debemos encontrar la cota superior de la función maximizada, para encontrar el mejor valor de esta. Por lo que Maximizamos en:

Mazximizar Z = 150X_1 + 300X2 + 40X_3 + 100X_4 +10X_5:

- **Caso 1:** Y=1

```
Maximizar Z = 150x1 + 300x2 + 40x3 + 100x4 + 10x5 sujeta a
x1<= 15
x3 <= 25
x4 <= 4
x5 <= 30
x1 + x2 <= 30
150x1 + 300x2 <= 1800
x2 <= 0
1000x1+2000x2+1500x3+2500x4+300x5 <= 50000
```

Solution:

```
Solución óptima: z = 3006.67; x1 = 12, x2 = 0, x3 = 12.6667, x4 = 4, x5 = 30
```

Solución óptima: Z= 3006.67; X_1=12; X_2=0; X_3=12.6667; X_4=4; X_5=30

- **Caso 2:** Y=0

```
Maximizar Z = 150x1 + 300x2 + 40x3 + 100x4 + 10x5 sujeta a
x1<= 15
x2 <= 10
x3 <= 25
x4 <= 4
x5 <= 30
x1 + x2 <= 30
150x1 + 300x2 <= 1800
1000x1+2000x2+1500x3+2500x4+300x5 <= 50000
```

Solution:

```
Solución óptima: z = 3006.67; x1 = 0, x2 = 6, x3 = 12.6667, x4 = 4, x5 = 30
```

Solución óptima: Z= 3006.67; X_1=0; X_2=6; X_3=12.6667; X_4=4; X_5=30

Finalmente, resultaron como soluciones óptimas:
Maximización = 2153.33 y **Minimización=0**
Se obtuvo, además de la maximización de la función objetivo de la minimización, para encontrar el valor de la **cota superior = 3000.67**
Luego de obtener estos valores, aplicaremos «Scalarizing», método el cual es aplicado en la optimización multiobjetivo con el fin de convertir un problema de multiples objetivos, en un problema de uno solo, por lo que se deberá combinar linealmente las funciones objetivo múltiples en una sola función escalarizada.

$$\frac{(65X1+90X2+40X3+60X4+20X5)}{2153{,}33}0,4+\ \frac{(3000-150X1+300X2+40X3+100X4+10x5)}{(3000{,}67-0)}0,6$$

$$-0.0178591\ X_1-0.0431486X_2-0.000551901X_3-0.0088101X_4+0.00171961X_5+0.6$$

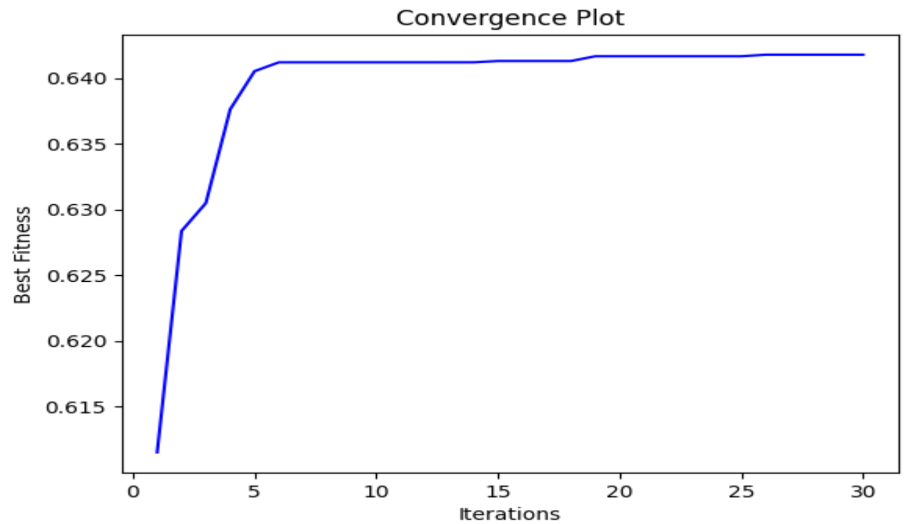
Social Spider Algorithm

Como anteriormente se mencionó en el informe, utilizamos el algoritmo basado en movimiento de arañas en las redes para explorar y encontrar las soluciones más viables. Se implementó un código en Python (**Código disponible**) con este algoritmo para calcular los valores óptimos del problema planteado por la empresa ABC y se obtuvieron los siguientes resultados:

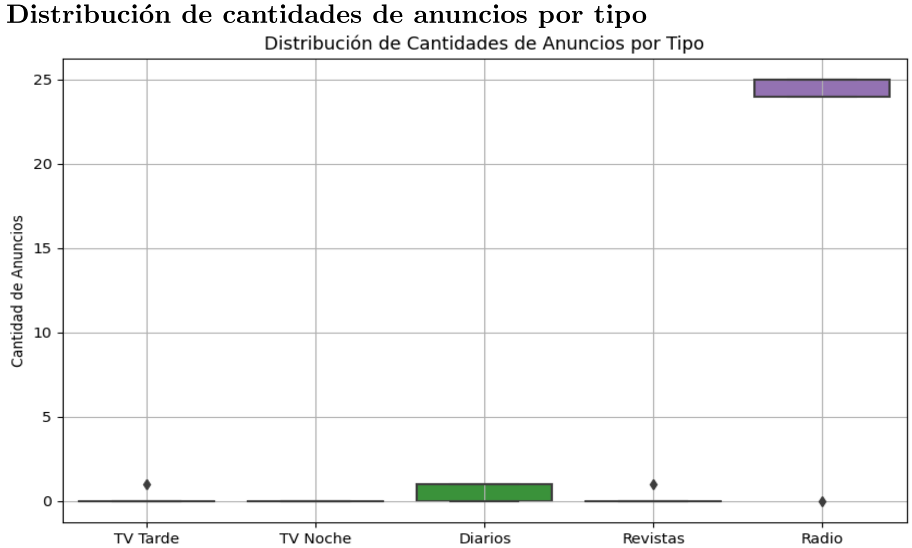
Medida	Valor
Mejor solución	0.6411
Peor solución	0.6358
Promedio	0.6398
Mediana	0.6404
Desviación estándar	0.0017
Rango Intercuartílico	0.0012

Donde la desviación estándar nos indica cuánto se alejan los valores individuales de un conjunto de datos respecto a la media y el rango intercuartílico nos ayuda describir la variabilidad de los datos y analizar la dispersión de la mitad central de los valores, esto se obtiene como la diferencia del valor más bajo que divide los datos entre el tercer y primer cuartil

- **Diagrama de Caja**



- **Distribución de cantidades de anuncios por tipo**



Conclusión

A lo largo de este informe se analizó y estudió la situación de una empresa dedicada al rubro de ventas de inmuebles llamada ABC, la cual buscaba contratar servicios de campaña publicitaria para sus nuevos proyectos de vivienda y, al mismo tiempo, maximizar la valorización de sus anuncios minimizar los costos de la empresa. Para ello se implementaron técnicas de optimización computacional multiobjetivos, con las cuales aplicando métodos Arco-Consistencia, Simplex, Scalarizing y el algoritmo de araña social. Se encontraron los valores mínimos y se hallaron los valores de la maximización que pueden tomar las funciones.
Para resolver nuestra nueva función objetivo utilizamos y estudiamos «Social Spider Algorithm», en el cual añadimos las restricciones y funciones objetivo para así obtener el resultado más eficiente del algoritmo.

Referencias

[1] R. Olivares Órdenes, «*OPTIMIZACIÓN COMPUTACIONAL: Programación Lineal*». Universidad de Valparaíso, Chile, Abril, 2023.

[2] R. Olivares Órdenes, «*OPTIMIZACIÓN COMPUTACIONAL: Programación con restricciones*», Universidad de Valparaíso, Chile, Mayo 2023.

[3] R. Olivares Órdenes, «*OPTIMIZACIÓN COMPUTACIONAL: Inteligencia de Enjambre*», Universidad de Valparaíso, Chile, Mayo 2023.

[4] J. J. Q. Yu and V. O. K. Li, «*A social spider algorithm for global optimization*», Applied Soft Computing, vol. 30, pp. 614–627, 2015.