

Ondeando Banderas

Informe Final

María Fernanda Carvajal Guerrero ^{†*}
Juan Andrés Guarín Rojas ^{†**}
Laura Marcela Montaña Villa ^{†***}

[†] *Universidad Industrial de Santander*
Bucaramanga Colombia

4 de diciembre de 2023

Índice

1. Pregunta de investigación	1
2. Introducción	2
3. Estado del arte	2
4. Objetivos	3
5. Metodología	4
6. Cronograma	5
7. Presupuesto	5
8. Montaje experimental	6
9. Resultados	7
10. Conclusiones y recomendaciones	10

1. Pregunta de investigación

La propuesta de investigación se fundamenta en la siguiente pregunta: *¿Es posible determinar la velocidad del viento sólo mediante el sonido de una bandera que ondea en ese viento?*.

*e-mail: maria2200804@correo.uis.edu.co,
laura2190741@correo.uis.edu.co

**e-mail: juan2201870@correo.uis.edu.co,

***e-mail:

En esta pregunta entendemos al viento como un fluido laminar con una velocidad homogénea. Consideramos que el material de la bandera puede ser de cualquier tipo como: tela, papel, acetato.

2. Introducción

El sonido característico de una bandera al ondear es ampliamente conocido [1]. En ese sentido, también es conocido que factores como las dimensiones de la bandera, su material o la velocidad del viento influenciarán el aleteo que esta produce. Ahora bien, el origen de este sonido ha sido explicado por [1], donde se identifican tres momentos principales del ondeo y se relacionan con máximos de presión en el viento que pueden ser detectados por un micrófono. Asimismo, autores como [2], [3] han desarrollado modelos para describir parte de la dinámica de este sistema.

Describir la dinámica de la bandera y encontrar parámetros que permitan relacionar la velocidad del viento con su sonido es de gran utilidad para áreas como el monitoreo ambiental. Por ejemplo, autores como [4] han relacionado la velocidad del viento con el calor y la contaminación por polución en islas. Ahora bien, la cuantificación del viento que se realiza mediante anemómetros que tienen un costo mayor que el de una bandera realizada en papel. Por tal razón, la construcción de un anemómetro usando este aleteo permitirá tener instrumentos de bajo costo que proporcionarían información útil para proyectos medioambientales que se realizan en la región (ver *Proyecto Racimo - Móncora*¹).

Es así como la primera parte del proyecto abordará la descripción del movimiento de una bandera bajo un flujo de aire homogéneo usando un modelo analítico. En la segunda parte se realizará la construcción de un montaje experimental para evaluar el modelo planteado y obtener una base de datos de audio del sistema. Este montaje involucrará la construcción de un túnel de viento para procurar que el flujo al que es sometido la lámina es de tipo uniforme. Finalmente, se realizará la construcción de un anemómetro mediante la relación entre el aleteo de la bandera y la velocidad del viento a la que fue sometida y se evaluará su precisión.

3. Estado del arte

El problema de la bandera ondulante, en general, ha sido resuelto por partes en diferentes artículos [2] [3] [1] [5] [6] [7] que abordan por separado cada parte del problema, a excepción del artículo [1] donde se ataca el problema directamente. En [2] se estudia la dinámica y producción del sonido de una bandera ondulante modelada como un lazo unidimensional. A nivel teórico el modelo considera la rigidez de la bandera, el módulo de Young y la diferencia de presión sobre las dos caras de la bandera; permitiendo modelar una bandera fija o empotrada. Se usa ecuación diferencial en una aproximación lineal. El artículo resuelve las ecuaciones expandiendo la solución en las eigenfunciones del sistema de ecuaciones diferenciales y resolviendo numéricamente los coeficientes de expansión. Entre sus resultados más importantes están que la velocidad crítica U en la cual la bandera empieza a moverse crece monótonamente con la densidad de masa de la bandera, y que la velocidad crítica siempre es mayor para una bandera fija que para una bandera empotrada. Finalmente, en cuanto al sonido se plantea un modelo que determina la intensidad de la onda de sonido, encontrando que banderas con menor densidad de masa presentan mayor intensidad que banderas con mayor densidad. De este artículo rescatamos información clave para el desarrollo del experimento. Por ejemplo, que una bandera empotrada ondea

¹<https://class.redclara.net/halley/moncora/intro.html>

con un viento a velocidad menor y que una bandera ligera produce mayor intensidad de sonido.

En el caso de [3] se aborda el problema computacionalmente, se modela la bandera como una membrana bidimensional. El modelo teórico considera la tensión y presión producida por el viento sobre la bandera para un flujo de viento con velocidad relativamente baja. Se usa el principio de Hamilton para encontrar las ecuaciones de movimiento asociadas a la deflexión $w(x, y, t)$ sobre la bandera y a lo largo del tiempo. Se considera una bandera vertical con la dirección del viento igual a la dirección del peso. El artículo encuentra los primeros cuatro modos de vibración, luego la diferencia de presiones y con ello modela la respuesta del sistema numéricamente. Como resultado se obtiene el perfil de deflexión en función de la velocidad del viento y se evidencia la presencia de una velocidad crítica en la cual la bandera empieza a ondular con mayor amplitud.

Para el artículo [1] el problema se aborda el problema experimentalmente. El experimento se llevó a cabo en un túnel de viento de tipo succión y de bajo ruido. La bandera usada es de poliestireno y el soporte de aluminio en forma de tubo. La medición consta de dos cámaras de alta velocidad y dos micrófonos, así como 7 sensores láser para medir el desplazamiento en la punta de la bandera. Las pruebas tomaron a la bandera paralela al suelo. Las conclusiones principales del experimento son que la bandera genera un ruido altamente periódico con una frecuencia dominante linealmente proporcional a la velocidad del viento. Y la constante de proporcionalidad dependió inversamente con la longitud y con la raíz cuadrada del grosor. Estos resultados son un precedente importante para el proyecto de esta propuesta.

El artículo [5] aborda de manera teórica la ondulación de una bandera en forma rectangular por un viento uniforme inicialmente paralelo a la bandera (axial). En este modelo las inestabilidades en la ondulación se dieron por la competencia entre la presión del fluido y la rigidez flexional de la bandera. Otro enfoque teórico se encuentra en [7], donde se construye un modelo 3D para la bandera y el viento, el cual puede variar su valor del número de Reynolds. En este trabajo se encuentra que para un número de Reynolds bajo la oscilación de la bandera es simétrica respecto a la línea central y a un cierto número de Reynolds crítico aparecen inestabilidades en la oscilación que rompen la simetría.

En [8] se aborda el problema de la reconstrucción del campo vectorial del flujo de viento y su temperatura en función de mediciones de ondas de sonido. Este trabajo resuelve el problema inverso al nuestro: a partir de una medición de sonido reconstruir el flujo del viento. El método seguido en este trabajo fue un enfoque computacional.

4. Objetivos

Objetivo general

Caracterizar el movimiento y sonido que produce una bandera de papel bajo el efecto de un flujo de aire uniforme.

Objetivos específicos

- Describir el movimiento de una bandera bajo un flujo de aire homogéneo mediante un modelo analítico.

- Reconstruir experimentalmente un ambiente controlado que permita obtener valores precisos sobre el movimiento y sonido de una bandera ondeante en distintas configuraciones, bajo un flujo de aire uniforme.
- Construir un anemómetro mediante relaciones entre el sonido producido por la bandera ondeante con la velocidad del flujo de viento en el que se encuentra sometida.

5. Metodología

1. **Objetivo específico 1: Describir el movimiento de una bandera bajo un flujo de aire homogéneo mediante un modelo analítico.**
 - A1 Plantear un modelo teórico para una bandera sujeta a un viento uniforme y modelarla de manera unidimensional.
 - A2 Analizar la dependencia de los modos de vibración de las soluciones al modelo teórico con los parámetros del sistema.
 - A3 Plantear un modelo de una bandera unidimensional como masas idénticas unidas por fuerzas de restauración elástica y resolverlo numéricamente.
 - A4 Comparar los modos de vibración de las soluciones de los dos modelos teóricos.
2. **Objetivo específico 2: Reconstruir experimentalmente un ambiente controlado que permita obtener valores precisos sobre el movimiento y sonido de una bandera ondeante en distintas configuraciones, bajo un flujo de aire uniforme.**
 - A5 Construir un túnel de viento hecho de papel acetato y con soportes de madera de balsa para mantener su forma cilíndrica.
 - A6 Elaborar un panel hecho con pajillas de plástico para guiar la dirección del viento y lograr aproximadamente un perfil de viento con velocidad uniforme.
 - A7 Conseguir los instrumentos de medición de audio, vídeo y velocidad del viento, y conseguir un ventilador como fuente de viento.
 - A8 Construir las banderas con papel bond y un soporte hecho con palos de balsa usando la técnica de empotramiento y enrollado para fijar la bandera al soporte.
3. **Objetivo específico 3: Construir un anemómetro mediante relaciones entre el sonido producido por la bandera ondeante con la velocidad del flujo de viento en el que se encuentra sometida.**
 - A9 Grabar los datos del sonido para un tipo de bandera variando la velocidad del viento en repetidas ocasiones por cada velocidad.
 - A10 Limpiar los datos de cada grabación restando el sonido de la bandera y una muestra de sonido de ruido ambiental.
 - A11 Tratar los datos usando transformada rápida de Fourier para obtener la frecuencia dominante de cada grabación.
 - A12 Identificar la dependencia de la frecuencia dominante con la velocidad del viento que permita construir un anemómetro que tome el pico de frecuencia del sonido y devuelva la velocidad del viento.

6. Cronograma

Para la realización del proyecto se cuentan con 16 semanas, lo equivalente a un semestre académico. A continuación se presenta el cronograma con las actividades a realizar a lo largo del semestre.

Objetivos	Actividad	Semana															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Objetivo específico 1	A1	x	x														
	A2		x	x													
	A3			x													
	A4				x												
Objetivo específico 2	A5					x	x										
	A6						x	x									
	A7					x	x	x									
	A8							x									
Objetivo específico 3	A9								x	x							
	A10										x	x					
	A11												x	x			
	A12														x	x	
	Entrega final																x

Tabla 1: Cronograma de trabajo.

7. Presupuesto

Para la realización del proyecto se solicita un presupuesto mínimo de \$ 1'212.700 COP, monto que se encuentra justificado en la tabla 2.

Rubro	Descripción	Cantidad	Unidad	Valor unidad	Subtotal	Total (COP)
Honorarios	Maria Fernanda	32	horas	\$ 10,000.00	\$ 320,000.00	
Honorarios	Juan Andrés	32	horas	\$ 10,000.00	\$ 320,000.00	
Honorarios	Laura Marcela	32	horas	\$ 10,000.00	\$ 320,000.00	
Equipo	Préstamo de ventilador	6	horas	\$ 2,000.00	\$ 12,000.00	
Equipo	Préstamo computador JA	2	horas	\$ 2,000.00	\$ 4,000.00	
Equipo	Préstamo computador LM	2	horas	\$ 2,000.00	\$ 4,000.00	
Equipo	Préstamo computador MF	4	horas	\$ 2,000.00	\$ 8,000.00	
Recursos	Acetato	2	láminas	\$ 12,000.00	\$ 24,000.00	
Recursos	Pitillos	100		\$ 794.00	\$ 79,400.00	
Recursos	Pistola de silicona	1		\$ 27,900.00	\$ 27,900.00	
Recursos	Barra de silicona	12		\$ 1,700.00	\$ 20,400.00	
Recursos	Anemómetro	1		\$ 73,000.00	\$ 73,000.00	
						\$ 1,212,700.00

Tabla 2: Presupuesto planeado para el proyecto. Todos los valores están en pesos colombianos (COP).

8. Montaje experimental

En el montaje experimental se consideraron los siguientes casos en que podemos tener la bandera 1 que corresponden a bandera fija, empotrada, puesta en forma perpendicular al suelo (baja influencia gravitacional) o paralela a él (alta influencia gravitacional).

Igualmente, se usaron nueve velocidades diferentes del viento, que junto con las cuatro formas de poner la bandera, se completan 36 casos de estudio (ver Fig 2). En nuestro trabajo tomamos 6 muestras de 5 segundos por cada caso, lo que en conjunto son 0.3 horas de audios de sonido de banderas. Para algunos casos específicos se hizo un vídeo para comparar la ondulación con la teoría.







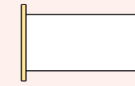





	Empotrada - libre		Fija - libre	
	Vista de lado	Vista superior	Vista de lado	Vista superior
Influencia gravitacional fuerte				
Influencia gravitacional débil				

Figura 1: Casos de estudio de la bandera en este trabajo.

Nombre	Velocidad del viento [m/s]	    Vista de lado				Influencia gravitacional
		Débil	Fuerte	Débil	Fuerte	
		Fija	Fija	Empotrada	Empotrada	
v1	1.2					
v4	1.36					
v7	1.82					
v2	1.86					
v5	1.95					
v3	2.05					
v6	2.18					
v8	2.183					
v9	2.45					

Total de casos: $9 \times 4 = 36$
 Muestras por caso: 6
 Duración: 5 segundos
 Total: 216 muestras

0.3 horas de datos

Figura 2: Cantidad total de casos de la toma de datos, correspondientes a 9 velocidades y a 4 posiciones distintas de la bandera, que en total completan 36 casos.

9. Resultados

Modelo teórico de Manela & Howe

En este caso, se replicaron los resultados del artículo [2] del modelamiento de una bandera como un lazo unidimensional sujeto a un viento uniforme. Se revisaron los desarrollos teóricos y se graficó una de las soluciones en la figura 3. En ella se ven dos casos con amplitudes iniciales distintas. Esta gráfica se comparará con los resultados de nuestro modelo teórico y con datos experimentales. De momento se logra ver el empotramiento de la bandera debido a que en x cercano a cero casi no hay desplazamiento.

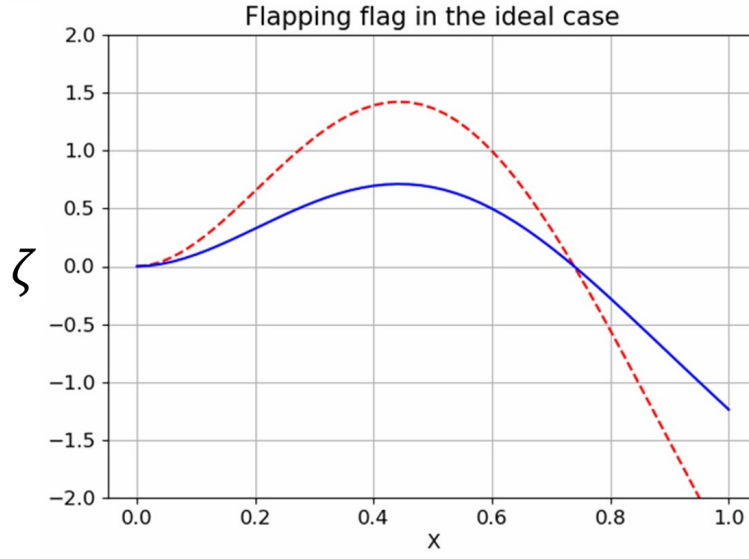


Figura 3: Modo de oscilación de una bandera empotrada modelada como un lazo unidimensional. Se gráfica desplazamiento ζ vs posición x , donde las unidades están adimensionalizadas en el largo de la bandera. Para esta gráfica se usó el modelo de [2].

En el modelo de Manela y Howe [2] se tienen dos soluciones particulares, una para el caso de bandera fija (no empotrada) y otra para una bandera empotrada. Estas soluciones son de la forma:

$$\zeta(x) = c(\sin(k_n x) + \sinh(k_n x)) + d(\sin(k_n x) - \sinh(k_n x)) \quad (1)$$

$$\zeta(x) = a(\cos(k_n x) + \cosh(k_n x)) + b(\cos(k_n x) - \cosh(k_n x)) \quad (2)$$

Donde a, b, c, d son constantes que dependen de las condiciones iniciales como la velocidad del viento, k_n es el numero de onda del n -ésimo armónico, x es la posición y ζ es el desplazamiento. La primera ecuación 1 es para la bandera fija y la segunda ecuación 2 es para la bandera empotrada.

Nuestro modelo teórico

En nuestro modelo teórico se usa un conjunto de N masas atadas por medio de resortes, las ecuaciones de movimiento para la masa i -ésima son:

$$a_x^{(i)} = \frac{k}{m}(x_{i+1} + x_{i-1} - 2x_i) + \frac{F_r}{m} \sin^2 \alpha - g \quad (3)$$

$$a_y^{(i)} = \frac{k}{m}(y_{i+1} + y_{i-1} - 2y_i) + \frac{F_r}{m} \sin \alpha \cos \alpha - g \quad (4)$$

Donde k es la constante del resorte, que se tomo igual para todos los resortes, m es la masa de cada partícula, x_i es la posición en x de la partícula i -ésima, y_i es la posición en y de la partícula i -ésima, F_r es la amplitud de la fuerza de fricción que depende de la velocidad y la constante de amortiguamiento, α es el ángulo formado por la línea que une la partícula i con la partícula $(i + 1)$ respecto al eje x .

La condición para bandera fija es $a_x^{(0)} = 0$ y $a_y^{(0)} = 0$, y la condición para bandera empotrada es la misma de antes más $a_x^{(1)} = 0$ y $a_y^{(1)} = 0$. En el caso de muchas masas se puede fijar la aceleración de cero para las primeras n masas según se desee. En las figuras 4 y 5 se logra ver uno de los *frames* o fotograma de la simulación del modelo teórico para tres distintas velocidades. Se aprecia como al aumentar la velocidad la amplitud del desplazamiento en la punta aumenta. Además, se logran ver oscilaciones de la bandera en puntos intermedios.

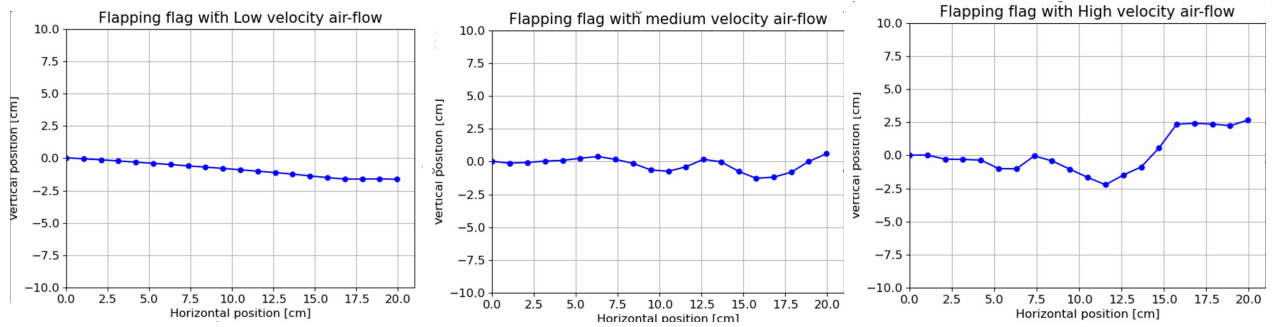


Figura 4: Resultados computacionales de nuestro modelo teórico para el caso de banderas fijas y sujetas a la fuerza de gravedad en la dirección vertical. Se logra ver que al aumentar la velocidad aumenta la amplitud del desplazamiento.

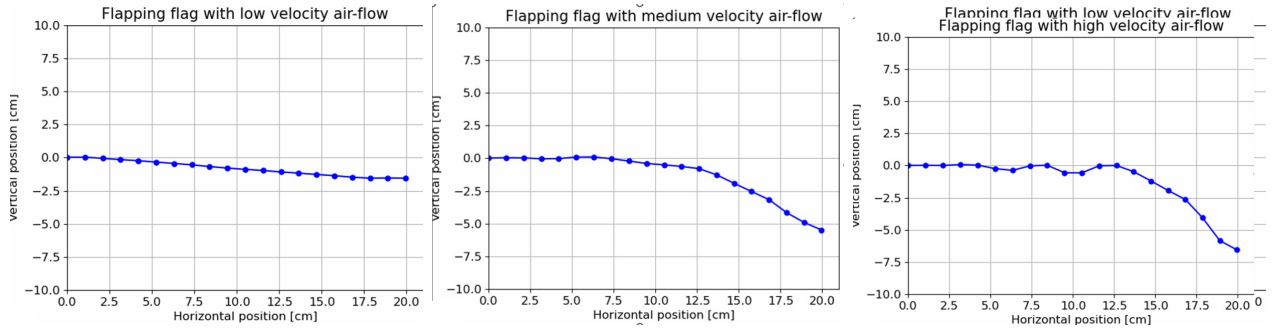


Figura 5: Resultados computacionales de nuestro modelo teórico para el caso de banderas empotradas y sujetas a la fuerza de gravedad en la dirección vertical. Se logra ver que al aumentar la velocidad aumenta la amplitud del desplazamiento.

Nuestro modelo vs el modelo de Manela & Howe

En este apartado se compara la solución de [2] y nuestra solución para la oscilación de una bandera vista como un lazo unidimensional sujeta a un viento dado. En la figura 6 se logra ver que nuestro resultado es consistente con el de [2]. Lo cual permite validar nuestro modelo teórico con el de ellos.

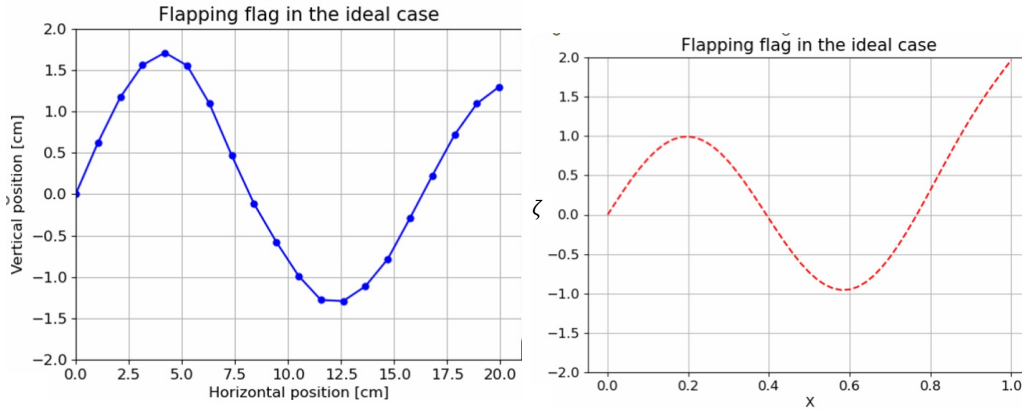


Figura 6: Comparación de la solución dada por [2] y nuestra solución. Se aprecia la similitud entre ambos resultados.

Nuestro modelo vs resultados experimentales

En este caso se comparo una de las soluciones a nuestro modelo teórico con los datos de desplazamiento de uno de los experimentos realizados. Los datos se obtuvieron de Tracker el cual tomo una grabación de la bandera y nos permitió obtener la trayectoria de distintos puntos sobre la bandera. En la figura 7 se aprecia la semejanza de nuestro modelo con el experimento. Finalmente, en la figura 11 se ve el resultado de ajustar linealmente la velocidad del viento con la frecuencia del pico máximo, obteniendo un error RMSE de 0.0164, pequeño comparado con el rango de velocidades usado.

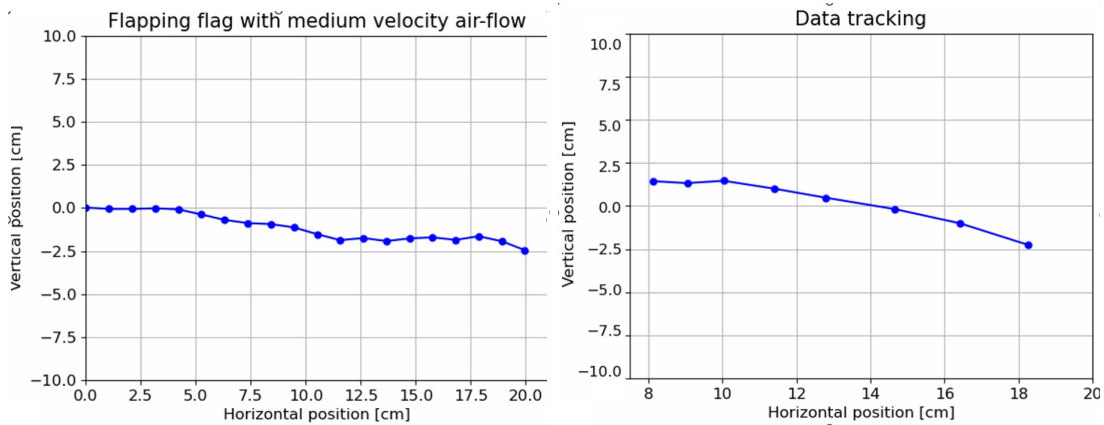


Figura 7: Comparación de nuestro modelo teórico con datos experimentales obtenidos mediante la grabación de una de las pruebas experimentales. Se aprecia la semejanza entre ambas gráficas.

Anemómetro

Nuestro anemómetro funciona de acuerdo como se muestra en el diagrama de flujo 8. En el primer caso se toma cada muestra de audio y se le resta la muestra de audio del ruido ambiental, que es grabada posterior a la grabación del sonido de la bandera (ver Fig. 9). En la imagen 10 se ve un espectro de fourier de distintas grabaciones de audio, en cada uno se toma la frecuencia del pico de mayor intensidad.

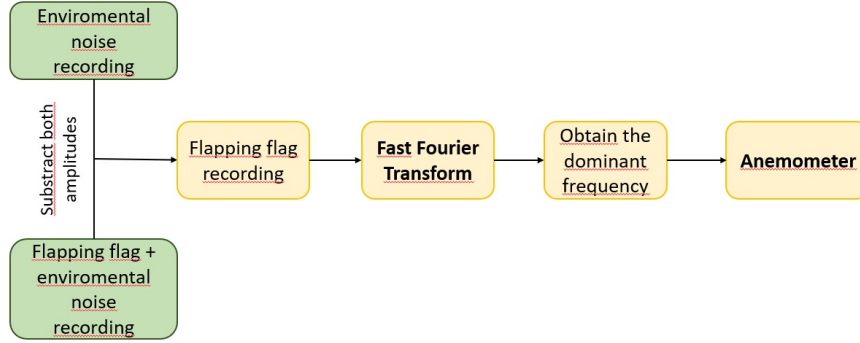


Figura 8: Diagrama de flujo del anemómetro propuesto en este trabajo. El dispositivo usa una grabación del sonido de la bandera para determinar la velocidad del viento, previa calibración del anemómetro.

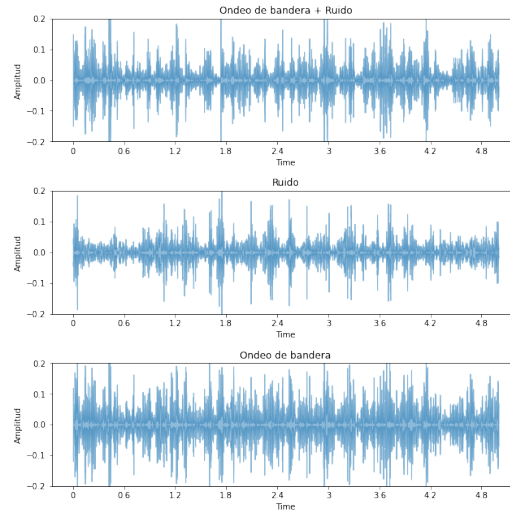


Figura 9: Ejemplo de un tratamiento de datos del sonido de una bandera, restandole una grabación del ruido ambiental.

10. Conclusiones y recomendaciones

La pregunta de investigación de este trabajo fue satisfactoriamente resuelta. Se encontró que es posible mediante la grabación del sonido de una bandera ondulante recuperar la velocidad del viento.

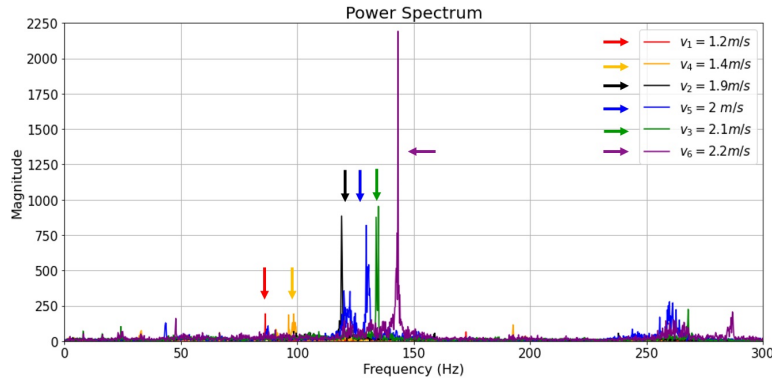


Figura 10: Ejemplo del espectro en frecuencias de varias grabaciones de sonido, en las cuales está presente un pico en la frecuencia principal del sonido grabado.

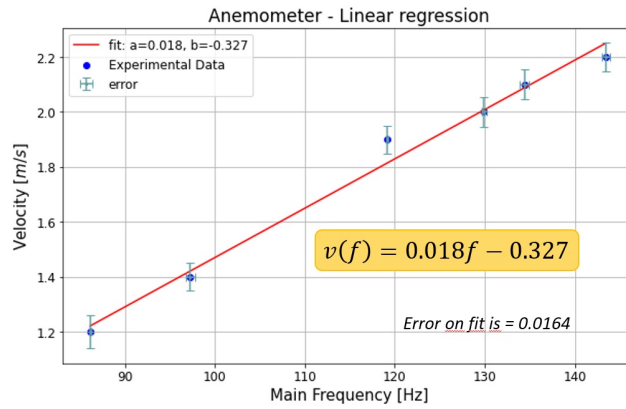


Figura 11: Regresión lineal de velocidad del viento vs frecuencia principal del sonido de una bandera ondulante. Este ajuste lineal sirve además a modo de calibración de nuestro anemómetro.

Se identificó que existe una relación lineal entre la velocidad del viento y la frecuencia principal, de mayor intensidad, en el rango de velocidades de $1,2 - 2,2 \text{ [m/s]}$. Este resultado experimental permitió la construcción de un anemómetro que registra el sonido de la bandera, haya la frecuencia principal y determina la velocidad del viento usando el modelo de relación lineal de la velocidad del viento respecto a la frecuencia principal. Los resultados encontrados son consistentes con los encontrados por [1] y extienden sus resultados de la relación lineal para altas velocidades $20 - 30 \text{ [m/s]}$ a nuestro caso de bajas velocidades. Nuestro anemómetro tuvo un error RMSE de $0,016 \text{ [m/s]}$.

El modelo teórico de la bandera 1D como un conjunto de masas unidos por resortes es consistente con la dinámica de la bandera bajo condiciones más realistas que las propuestas en [2]. Los resultados de la ondulación de la bandera por acción del viento del modelo teórico son consistentes con la ondulación encontrada de manera experimental. El modelo permitió ver que al aumentar la velocidad del viento la ondulación era mayor.

Como recomendaciones para realizar el experimento se sugiere tener un control de la uniformidad del viento y reducir al mínimo el ruido externo. Para la uniformidad del viento se puede usar un túnel

de viento que enfoque la fuente de viento que se tenga y de ser posible una rejilla que enfoque el viento en dirección del túnel de viento. Del experimento se puede mejorar el uso de velocidades del viento en un rango más amplio.

Referencias

- [1] Reon Nishikawa, Osamu Terashima, Yasufumi Konishi, and Miyu Okuno. Noise generation of fluttering flag in a free stream. *Journal of Fluid Science and Technology*, 16(1):JFST0005–JFST0005, 2021.
- [2] Avshalom Manela and Michael Howe. On the sound produced by a flapping flag. In *14th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (29th AIAA Aeroacoustics Conference)*, page 2951, 2008.
- [3] Gary Frey, Ben Carmichael, Joshua Kavanaugh, and S Nima Mahmoodi. Dynamic model and simulation of flag vibrations modeled as a membrane. In *Dynamic Systems and Control Conference*, volume 46209, page V003T53A001. American Society of Mechanical Engineers, 2014.
- [4] Yasser Abbassi, Hossein Ahmadikia, and Ehsan Baniasadi. Impact of wind speed on urban heat and pollution islands. *Urban Climate*, 44:101200, 2022.
- [5] Christophe Eloy, Claire Souilliez, and Lionel Schouveiler. Flutter of a rectangular plate. *Journal of fluids and structures*, 23(6):904–919, 2007.
- [6] Wei-Xi Huang, Soo Jai Shin, and Hyung Jin Sung. Simulation of flexible filaments in a uniform flow by the immersed boundary method. *Journal of computational physics*, 226(2):2206–2228, 2007.
- [7] Wei-Xi Huang and Hyung Jin Sung. Three-dimensional simulation of a flapping flag in a uniform flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 653:301–336, 2010.
- [8] Ivana Jovanovic, Luciano Sbaiz, and Martin Vetterli. Acoustic tomography method for measuring temperature and wind velocity. In *2006 IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing Proceedings*, volume 4, pages IV–IV. IEEE, 2006.