

Estudo da Cinemática de um Robô Hexápode (Plataforma de Stewart)

Matheus Dantas Pereira | Estagiário | Laboratório Nacional de Luz Síncrotron



Introdução

Hexápode ou plataforma de Stewart trata-se de um robô manipulador paralelo que possui seis braços atuadores capazes de movimentar uma plataforma nos seis graus de liberdade: Ux, Uy, Uz, Rx, Ry, Rz. Possuem diversas aplicações industriais e os modelos de maior precisão são largamente utilizados em experimentos laboratoriais que envolvem alinhamento e manipulação de amostras. Este trabalho tem como foco o estudo da modelagem matemática da cinemática de um hexápode para o desenvolvimento do controle em malha fechada a ser implementado utilizando o controlador padrão das linhas de luz do Sirius, Delta Tau. Esse projeto de estudo nasceu a partir da necessidade de controle do modelo de hexápode Bora da Symetrie, que faz parte do projeto da Linha de Luz Cateretê, sem a utilização do controlador do fabricante. A utilização do controlador padrão oferece flexibilidade de customização e de integração em EPICS. Ainda, o desenvolvimento de um método de controle próprio do laboratório evita a dependência do uso de controladores feitos pelos fabricantes e suas limitações. Grande parte do desafio desse estudo se dá pela dificuldade da resolução do problema da cinemática direta de um hexápode, o qual é um problema matemático sem solução fechada, necessitando-se buscar alternativas utilizando combinações de métodos computacionais, visando maior resolução e menor custo de processamento.



Figura 1: Hexápode Bora Symetrie.



Figura 2: Modelos de Hexápode PI.

Modelagem do Sistema

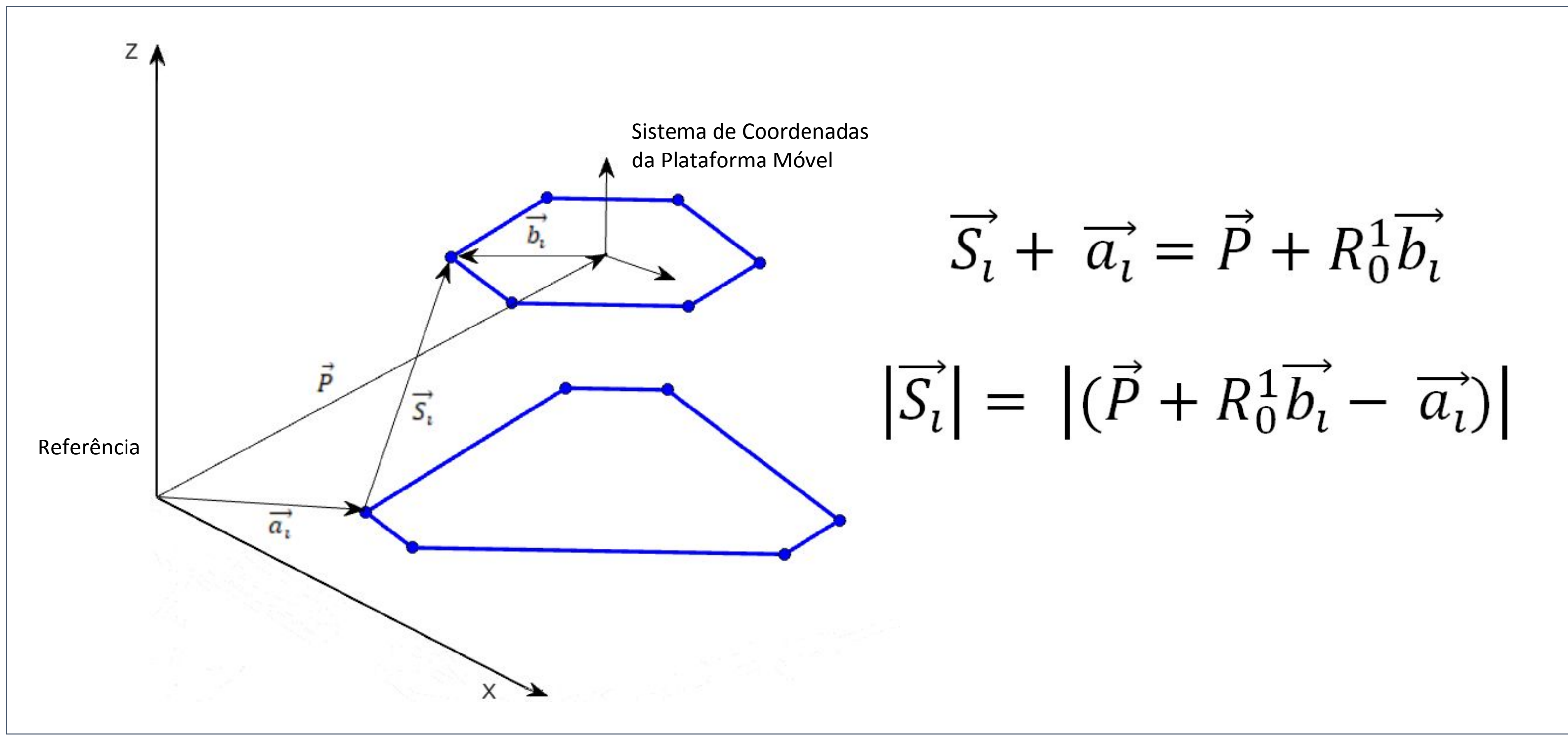


Figura 3: Modelagem Vetorial da geometria do Hexápode.

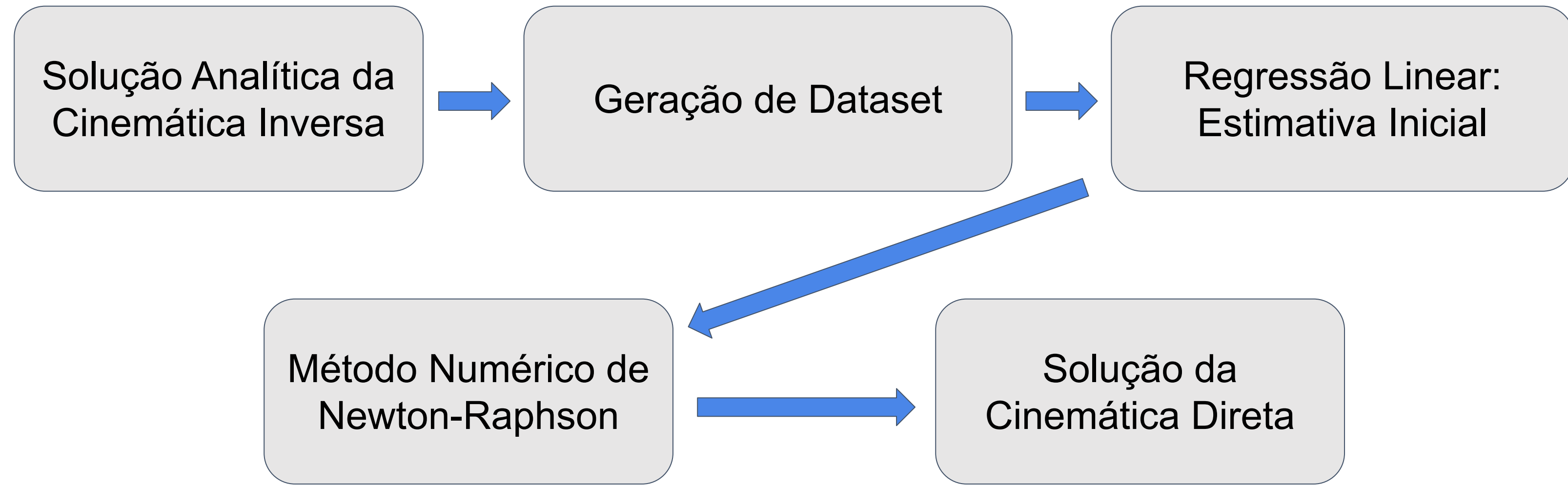
$$R_0^1 = RZ^T RY^T RX^T$$
$$RX = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix}$$
$$RY = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix}$$
$$RZ = \begin{bmatrix} \cos \theta_z & \sin \theta_z & 0 \\ -\sin \theta_z & \cos \theta_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Figura 4: Matrizes de rotação.

$$\begin{cases} |(\vec{P} + R_0^1 \vec{b}_1 - \vec{a}_1)| - |\vec{S}_1| = 0 \\ |(\vec{P} + R_0^1 \vec{b}_2 - \vec{a}_2)| - |\vec{S}_2| = 0 \\ |(\vec{P} + R_0^1 \vec{b}_3 - \vec{a}_3)| - |\vec{S}_3| = 0 \\ |(\vec{P} + R_0^1 \vec{b}_4 - \vec{a}_4)| - |\vec{S}_4| = 0 \\ |(\vec{P} + R_0^1 \vec{b}_5 - \vec{a}_5)| - |\vec{S}_5| = 0 \\ |(\vec{P} + R_0^1 \vec{b}_6 - \vec{a}_6)| - |\vec{S}_6| = 0 \end{cases}$$

Figura 5: Sistema de equações não lineares da cinemática direta.

Metodologia



Resultados

• Regressão Linear:

| Grau de Liberdade | Erro Quadrático Médio |
|-------------------|-----------------------|
| Ux | 0.99 (mm) |
| Uy | 0.95 (mm) |
| Uz | 0.92 (mm) |
| θx | 0.95 (grau) |
| θy | 0.94 (grau) |
| θz | 0.72 (grau) |

Tabela 1: Erro quadrático médio - Regressão Linear.

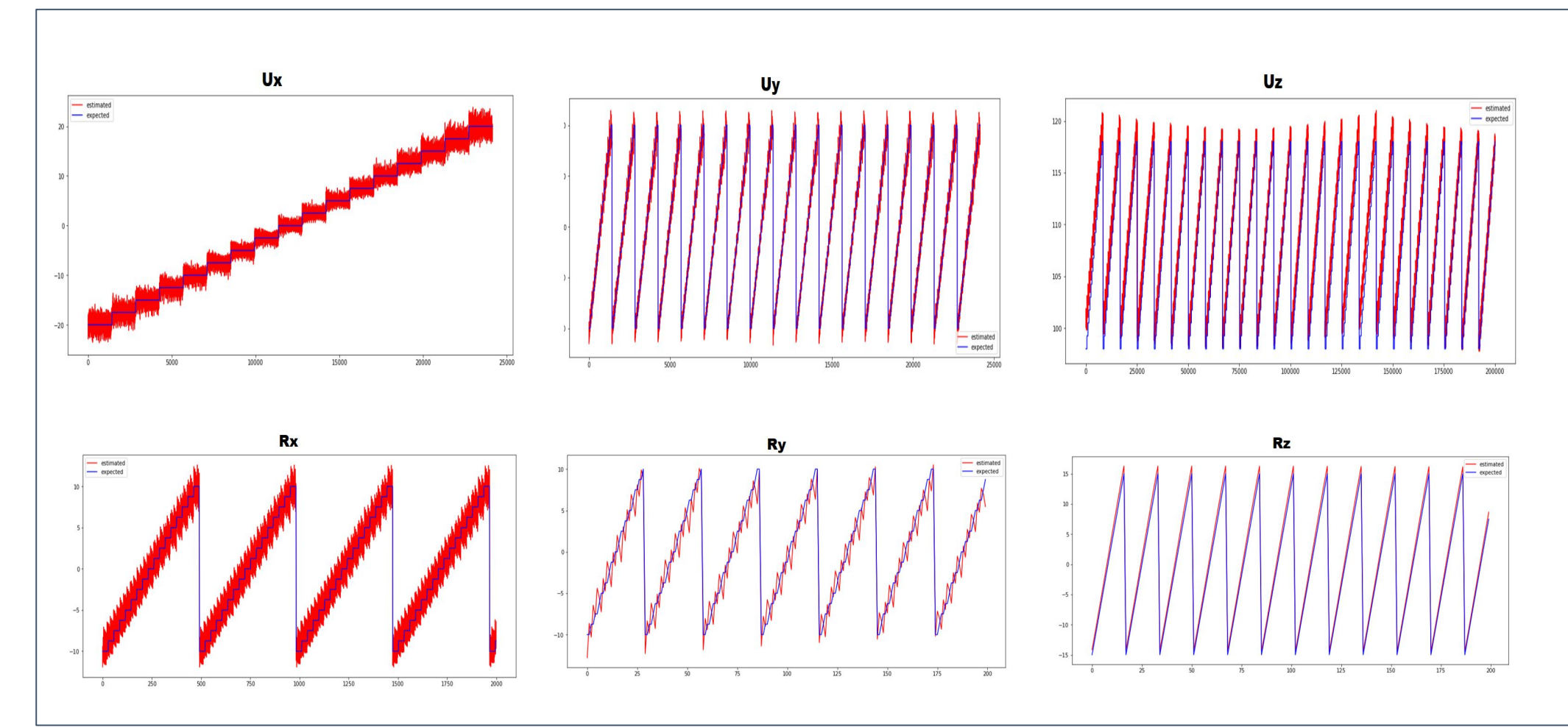


Figura 6: Gráficos de performance da Regressão Linear.

• Método de Newton-Raphson:

| Grau de Liberdade | Erro Máximo: Método de Newton |
|-------------------|-------------------------------|
| Ux | 9.69x10 ⁻¹¹ (mm) |
| Uy | 1.08x10 ⁻¹⁰ (mm) |
| Uz | 2.14x10 ⁻¹³ (mm) |
| θx | 8.75x10 ⁻¹¹ (grau) |
| θy | 5.85x10 ⁻¹¹ (grau) |
| θz | 7.00x10 ⁻¹¹ (grau) |

Tabela 2: Erro máximo para cada grau de liberdade. Tolerância de 1x10⁻¹⁰.

| Erro Tolerado | Número Mínimo de Iterações | Número Máximo de Iterações |
|---------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1x10 ⁻¹⁰ | 2 | 4 |
| 1x10 ⁻¹² | 2 | 5 |

Tabela 3: Número de iterações registrado nos testes de validação.

| | Menor Tempo de Execução em C obtido: |
|---|--------------------------------------|
| Cálculo da Cinemática Inversa | 12 μs |
| Cálculo da estimativa via função de regressão | 3 μs |
| Cálculo da Cinemática Direta | 599 μs |

Tabela 4: Menores tempos de execução obtidos em C para cada cálculo.

Conclusões

A utilização da combinação da regressão linear com o método de Newton-Raphson se mostrou capaz de resolver o problema do cálculo da cinemática direta de um Hexápode, e também como um método promissor para a solução de sistemas não lineares em problemas de controle e que pode vir a ser aplicado em outros casos em que não exista solução analítica para uma das cinemáticas do sistema. Os próximos passos são o controle em malha fechada dos atuadores de um Hexápode real e a implementação da cinemática utilizando as funções matemáticas de operações matriciais da biblioteca do controlador Delta Tau que são otimizadas para o seu hardware e verificar o comportamento do sistema com essa solução em prática.