

अध्याय ११ समुच्चय (Sets)

समुच्चय (Set) \rightarrow किसी वस्तुओं के सुपरिभाषित संग्रह को समुच्चय कहते हैं।

समुच्चय को अंग्रेजी वर्णमाला के बड़े अक्षरों (A, B, C, D, ...) तथा उनके अवयवों को अंग्रेजी वर्णमाला के छोटे अक्षरों (a, b, c, d, ...) से व्यक्त करते हैं।

Note \rightarrow

- N: प्राकृत संख्या का समुच्चय
- Z: पूर्णांक संख्या का समुच्चय
- Q: परिमेय संख्या का समुच्चय
- R: धनात्मक पूर्णांक का समुच्चय

समुच्चय को निरूपित करने की विधि (Representation of Sets) :

(i) रोस्टर विधि (Roster Method) :
अंग्रेजी वर्णमाला के स्तर का समुच्चय

$$A = \{a, c, e, g, i, k, m\}$$

(ii) समुच्चय निर्माण रूप (गुणविधि) :
(Set-Builder or Property Method)

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$A = \{x : x = 2n, n \in \mathbb{N} \text{ व } n \leq 5\}$$

समुच्चय के प्रकार → ऐसे समुच्चय जिसमें एक और केवल

(i) रिक्त समुच्चय → ऐसे समुच्चय जिसमें एक अल्प न हो अर्थात् जिसके अत्वों न हो। रिक्त समुच्चय कहलाता है।

$$A = \{x : x \in N, 3 < x < 4\}$$

(ii) एकल समुच्चय - ऐसे समुच्चय जिसमें एक और केवल एक ही अल्प हो, एकल समुच्चय कहलाता है।

$$A = \{x : x + 3 = 5\}$$

Note → $\emptyset \neq \{\emptyset\}$

(iii) परिमित समुच्चय → वह समुच्चय जिसमें अत्वों की संख्या निश्चित हो, अर्थात् जिसकी अत्वों की गिनी की जा सकती है, परिमित समुच्चय कहलाता है।

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$

(iv) अपरिमित समुच्चय → वह समुच्चय जिसमें अत्वों की संख्या अनन्त हो, अर्थात् जिसकी अत्वों की गिनी नहीं की जा सकती है,

$$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$$

(v) समान समुच्चय → दो समुच्चय A तथा B समान समुच्चय कहलाते, यदि A का प्रत्येक B में हो, तथा B के प्रत्येक A में हो।

Ex →

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{4, 1, 2, 3\}$$

$$A = B$$

(i) समतुल्य समुच्चय \rightarrow दो परिमित समुच्चय ; A तथा B पर-पर समतुल्य होंगे , यदि A में अवयवों की संख्या = B में अवयवों की संख्या
 $n(A) = n(B) = n$
 अतः $A \sim B$

(ii) उपसमुच्चय \rightarrow यदि A तथा B दो समुच्चय इस प्रकार हैं कि तो A को B का उपसमुच्चय कहते हैं।
 इससे $A \subseteq B$ से व्यक्त करते हैं।

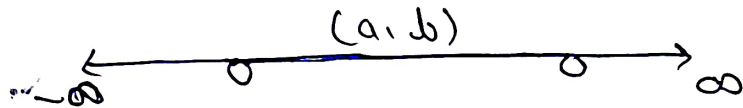
(iii) उचित समुच्चय \rightarrow यदि समुच्चय A का प्रत्येक अवयव समुच्चय B में है तब B में कम से कम 1 अवयव ऐसा है जो A में नहीं है , तो A को B का उचित उपसमुच्चय कहते हैं। इससे $A \subset B$ से व्यक्त करते हैं।

(iv) अधिसमुच्चय \rightarrow यदि B, A का उपसमुच्चय हो , तो समुच्चय A को B का अधिसमुच्चय कहते हैं।

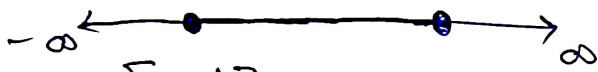
Note (i) रिक्त समुच्चय प्रत्येक समुच्चय का उपसमुच्चय होता है।
 (ii) प्रत्येक समुच्चय स्वयं का उपसमुच्चय होता है। अर्थात् $A \subseteq A$
 (iii) यदि $A \subseteq B$, $B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$, यदि $A \subseteq B$, $B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$
 (iv) यदि किसी समुच्चय के अवयवों की संख्या n है तो सभी संबंध उपसमुच्चय की संख्या 2^n होगा। तथा उचित उपसमुच्चय की संख्या $2^n - 1$ होगा।

अंतराल \mathbb{R} के उपसमुच्चय के रूप में विकृत या खुला अंतराल \rightarrow

यदि a तथा b दो वास्तविक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $a < b$ होते हैं तो खुला अंतराल (a, b)

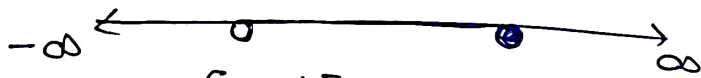


संकृत या बन्द अंतराल \rightarrow $a < b$ होते हैं तो बन्द अंतराल $[a, b]$ (Close Interval)



$$[a, b] = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ } a \leq x \leq b\}$$

अर्ध-विकृत अंतराल (Semi Open Interval) \rightarrow



$$[a, b) = \{x : x \in \mathbb{R} \text{ } a \leq x < b\}$$

अर्ध-संकृत अंतराल (Semi close Interval) \rightarrow



$$(a, b] = \{x : x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$$