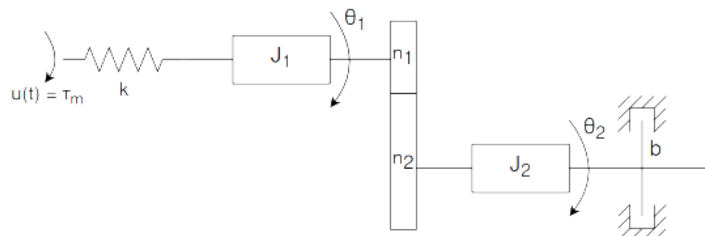


Sprawozdanie z projektu nr 4, z przedmiotu Metody Modelowania Matematycznego

Projekt 4. Dany jest układ mechaniczny przedstawiony na poniższym rysunku:



Należy wyprowadzić model układu oraz zaimplementować go w symulacji. Symulator powinien umożliwiać pobudzenie układu przynajmniej trzema rodzajami sygnałów wejściowych (prostokątny o skończonym czasie trwania, trójkątny, harmoniczny). Symulator powinien umożliwiać zmianę wszystkich parametrów układu oraz sygnałów wejściowych. Należy użyć metody Rungego-Kutty 4-go rzędu oraz metody Eulera oraz na wspólnym wykresie pokazać wyniki symulacji (prędkości i położenia wału J_2) z obu tych metod.

1. Wyprowadzenie wzoru modelu układu

$$n_1 * \theta_1 = n_2 * \theta_2$$

$$\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} * \theta_2$$

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\tau_{12}}{\tau_{21}}$$

$$J_1 * \frac{d^2}{dt^2} \theta_1 = -k * \theta_1 + T_m - \tau_{12}$$

$$J_2 * \frac{d^2}{dt^2} \theta_2 = \tau_{21} - b * \frac{d}{dt} \theta_2$$

$$-J_1 * \frac{d^2}{dt^2} \theta_1 - k * \theta_1 + T_m = \tau_{12}$$

$$J_2 * \frac{d^2}{dt^2} \theta_2 + b * \frac{d}{dt} \theta_2 = \tau_{21}$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \theta_2 = \frac{T_m * \frac{n_2}{n_1} - k * \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 * \theta_2 - b * \frac{d}{dt} \theta_2}{J_1 * \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + J_2}$$

Model:

$$\frac{d}{dt}x_1 = x_2$$

$$\frac{d}{dt}x_2 = \frac{T_m * \frac{n_2}{n_1} - k * \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 * x_1 - b * x_2}{J_1 * \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 + J_2}$$

$$\theta_2 = x_1$$

2. Wyniki uzyskane w trakcie symulacji dla przykładowych wartości

$$J_1 = 0.05$$

$$t = 30$$

$$J_2 = 0.1$$

$$dt = 0.001$$

$$k = 10$$

punkt początkowy = [3, 0]

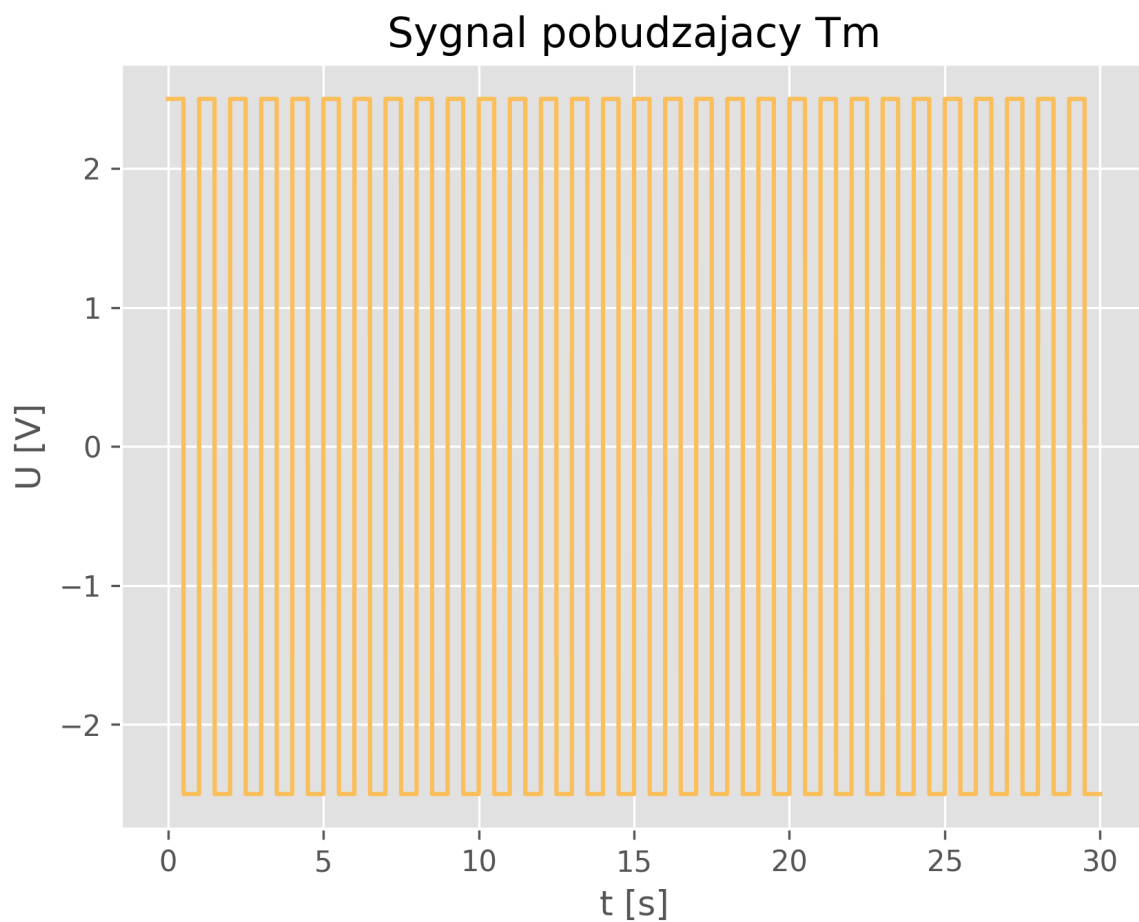
$$b = 1$$

sygnał wejściowy = prostokątny

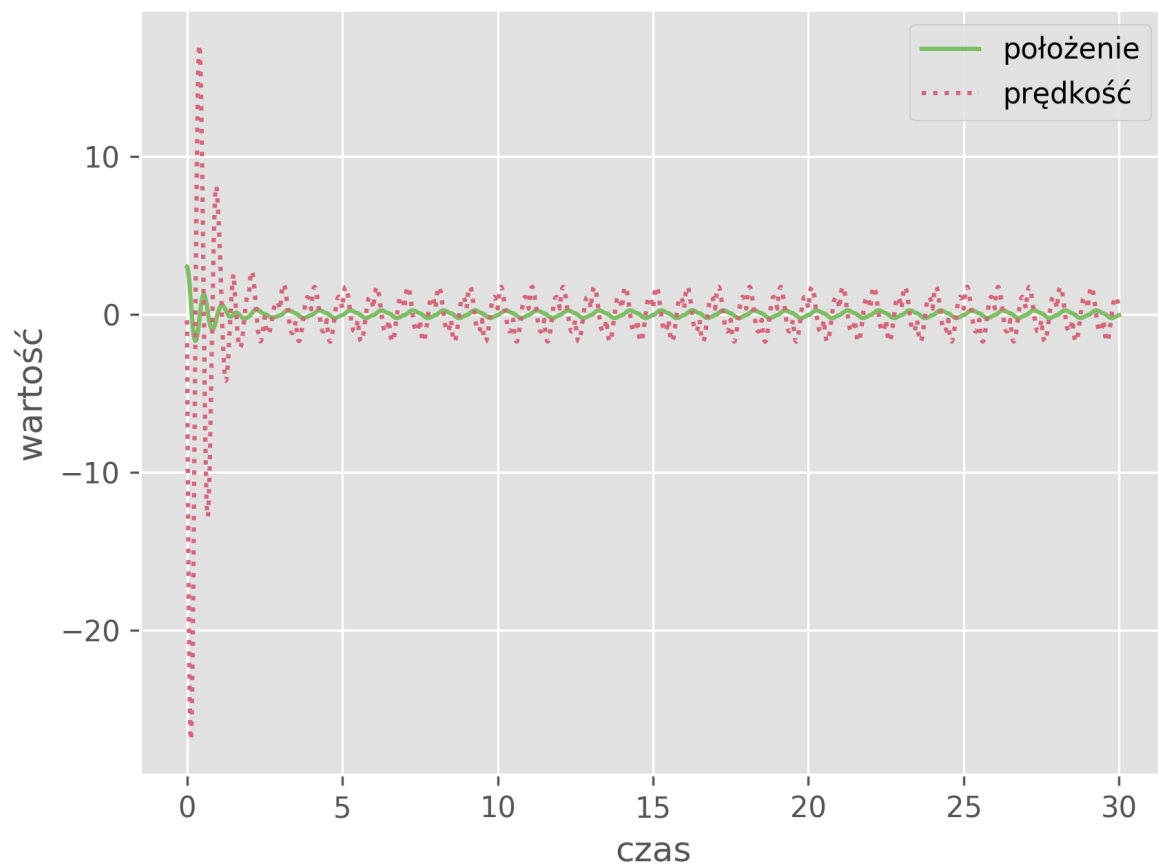
$$n_1 = 1$$

amplituda = 5

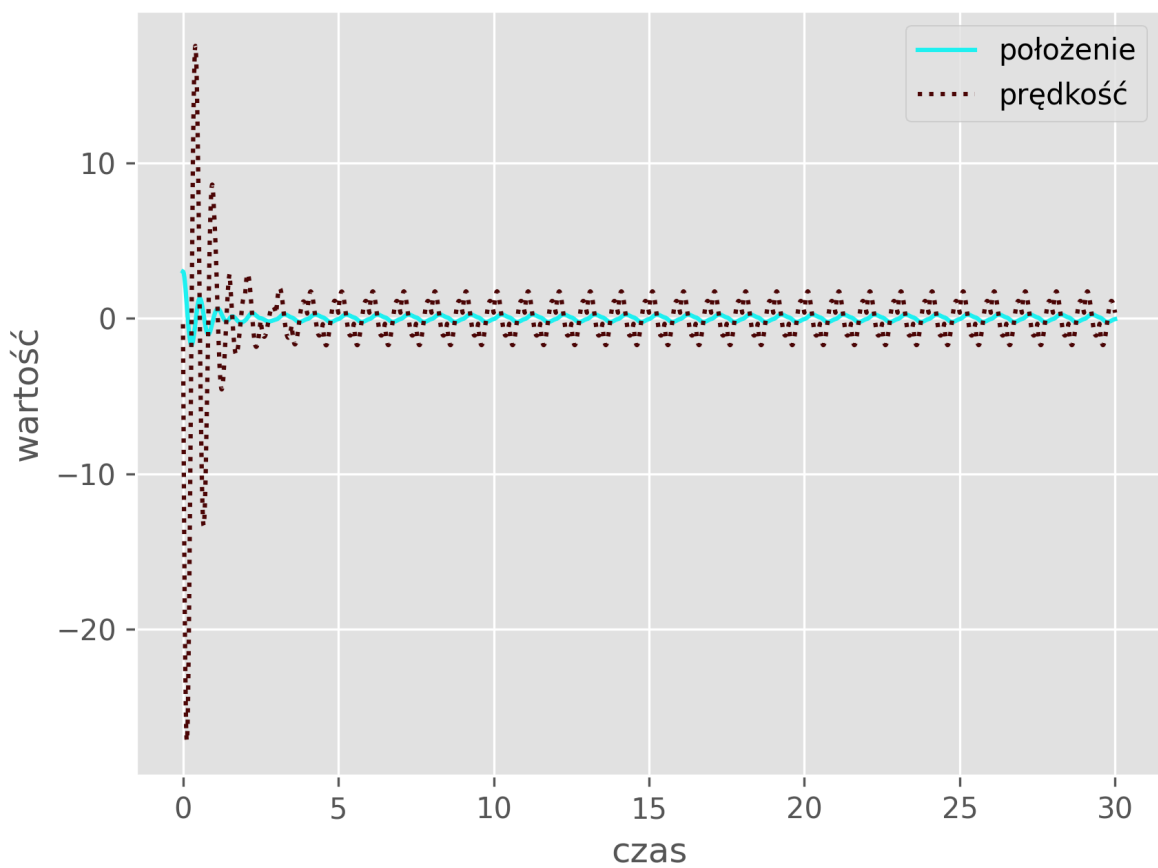
$$n_2 = 2$$



RK4



Euler



3. Wnioski

Układ pobudzony sygnałami okresowymi po stabilizacji ma odpowiedź w postaci zbliżonej do zadanego sygnału początkowego. Wykres układu na początku wykazuje duże wahania wartości, które są stopniowo tłumione i końcowo oscylują wokół zera. Wartość położenia jest proporcjonalnie mniejsza do wartości prędkości. Zwiększenie parametru k zmniejsza zakres oscylacji i nieznacznie zwiększa ich częstotliwość. Przy zwiększaniu parametru b odnotowujemy zmniejszenie zakresu amplitudy tak samo jak dla wartości położenia tak i dla wartości prędkości. Zwiększanie parametrów J_1 i J_2 powoduje zmniejszenie częstotliwości oscylacji sygnałów.

Metoda Eulera jest szybka i prosta, niestety jest mniej dokładna zwłaszcza przy zwiększaniu dt , dla powyżej podanych wartości modelu potrzebowała 0.057107 sekundy na realizację. Metoda Rungego - Kuty 4 jest znacznie dokładniejsza bo posiada 4 dodatkowe punkty na każdą iterację po to by zapewnić dokładniejsze przybliżenie. Ze względu na większą skomplikowość ta metoda potrzebowała 0.350224 sekundy na realizację.