

Билет 31

Дайте определение дифференцируемой функции и дифференциала. Укажите геометрический смысл дифференциала.

Решение

Определение. Функция $f : E \rightarrow \mathbb{R}$ называется **дифференцируемой** в точке $x_0 \in E$, если существует такая линейная (относительно приращения $x - x_0$ аргумента) функция $A \cdot (x - x_0)$, что приращение $f(x) - f(x_0)$ функции f представляется в виде $f(x) - f(x_0) = A \cdot (x - x_0) + o(x - x_0)$ при $E \ni x \rightarrow x_0$.

Определение. Линейная функция $A \cdot (x - x_0)$ называется **дифференциалом** функции f в точке x_0 . Из предыдущего определения $\lim_{E \ni x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{E \ni x \rightarrow x_0} \left(A + \frac{o(x - x_0)}{x - x_0} \right) = A$; в силу единственности предела (билет 8) число A определено однозначно.

Определение. Геометрический смысл: дифференциал функции f есть приращение ординаты касательной в графику f в данной точке.