Procesamiento Cuántico de Información

Ariel Bendersky[1]

[1]Departamento de Computación - FCEyN - Universidad de Buenos Aires

Clase 15

Clase 15

- Closed time-like curves. Viajes en el tiempo.

Plan

- Traza parcial.
- Dar un marco de trabajo general para los viajes en el tiempo.
- El problema: evitar paradojas como matar a tus abuelos.
- Algunas consecuencias del viaje en el tiempo.
- Mucho cine.

Traza parcial

Traza parcial

Traza parcial

Estados bipartitos

Alice y Bob comparten el estado ρ_{AB}. Alice se muere, o le hace algo a su estado, o no, pero no tiene comunicación con Bob. ¿Cómo hace Bob para describir su estado parcial?

La solución: La traza parcial

El estado que ve Bob ρ_B es la traza parcial sobre el estado de Alice:

$$\rho_B = \mathrm{Tr}_A \rho_{AB} = \sum_{t=1}^{d_A} \langle t_A | \, \rho_{AB} \, | t_A \rangle$$

Ejemplo en la pizarra.

Traza parcial

Estados bipartitos

Alice y Bob comparten el estado ρ_{AB}. Alice se muere, o le hace algo a su estado, o no, pero no tiene comunicación con Bob. ¿Cómo hace Bob para describir su estado parcial?

La solución: La traza parcial

El estado que ve Bob ρ_B es la traza parcial sobre el estado de Alice:

$$\rho_B = \mathrm{Tr}_A \rho_{AB} = \sum_{t=1}^{d_A} \langle t_A | \, \rho_{AB} \, | t_A \rangle$$

Ejemplo en la pizarra.

No podía faltar

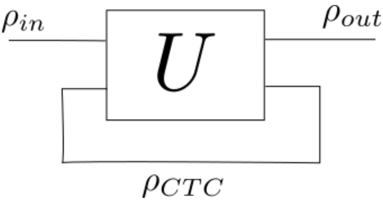
Marco general

- Se puede viajar en el tiempo pero sin generar paradojas.
- Eso se formaliza a partir de pedir que el estado de la CTC sea un punto fijo. Deutsch, David (1991-11-15). "Quantum mechanics near closed timelike lines". Physical Review D. 44 (10): 3197–3217.

Marco general

- Se puede viajar en el tiempo pero sin generar paradojas.
- Eso se formaliza a partir de pedir que el estado de la CTC sea un punto fijo. Deutsch, David (1991-11-15). "Quantum mechanics near closed timelike lines". Physical Review D. 44 (10): 3197–3217.

Marco general



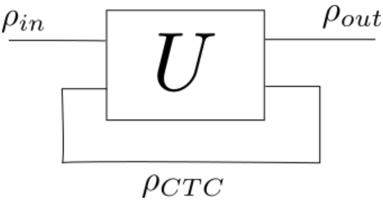
Condición de la CTC:

$$\rho_{CTC} = \mathrm{Tr}_A \left(U \rho_{in} \otimes \rho_{CTC} U^\dagger \right)$$

Evolución del sistema que pasa cerca de la CTC:

$$\rho_{out} = \mathrm{Tr}_{CTC} \left(U \rho_{in} \otimes \rho_{CTC} U^\dagger \right)$$

Marco general



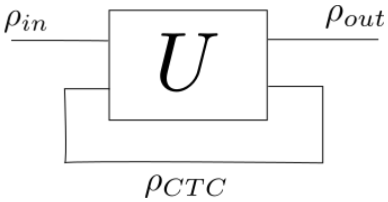
Condición de la CTC:

$$\rho_{CTC} = \mathrm{Tr}_A\left(U\rho_{in}\otimes\rho_{CTC}U^\dagger\right)$$

Evolución del sistema que pasa cerca de la CTC:

$$\rho_{out} = \mathrm{Tr}_{CTC}\left(U\rho_{in}\otimes\rho_{CTC}U^\dagger\right)$$

Marco general



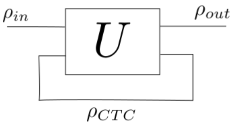
Condición de la CTC:

$$\rho_{CTC} = \mathrm{Tr}_A \left(U \rho_{in} \otimes \rho_{CTC} U^\dagger \right)$$

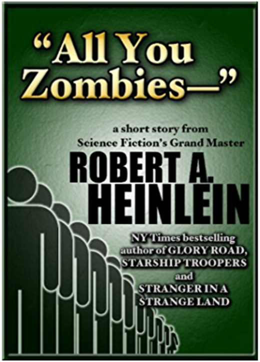
Evolución del sistema que pasa cerca de la CTC:

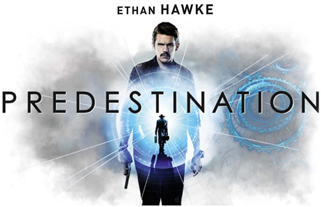
$$\rho_{out} = \mathrm{Tr}_{CTC} \left(U \rho_{in} \otimes \rho_{CTC} U^\dagger \right)$$

Propiedades



- Matar a tu abuelo haría que el estado ρ_{CTC} no sea un punto fijo. La condición de Deutsch prohibe esas situaciones.
- Las cosas interesantes pasan en el sistema que no viaja en el tiempo. A veces se habla de la física *cerca de una CTC*.
- Parece poca cosa, pero tiene consecuencias enormes.





Ahora sí, los viajes en el tiempo son consistentes.
Tarea: Leer el cuento.

Consecuencias

Consecuencias

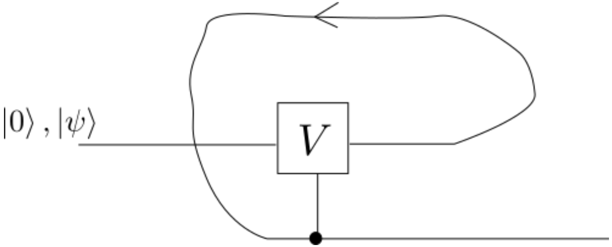
Distinguiendo estados no ortogonales

Sin CTC

Sean $|\psi\rangle$ y $|\phi\rangle$ dos estados. Sea U tal que $U|\psi\rangle = |0\rangle$. Entonces $U|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$. Pero $\alpha = \langle\psi|\phi\rangle$.
Es decir, si son no ortogonales y mido perfectamente si estoy en $|\psi\rangle$ tengo una probabilidad $|\langle\psi|\phi\rangle|^2$ de equivocarme si el estado era $|\phi\rangle$.

Distinguiendo estados no ortogonales - Con CTC

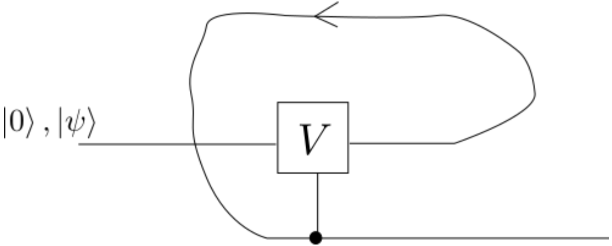
Quiero distinguir el $|0\rangle$ de $|\psi\rangle$. Sea V tal que $V|\psi\rangle = |1\rangle$.



- Si a la salida hay un $|0\rangle$, entonces V no actuó y a la entrada había un $|0\rangle$.
- Si a la salida hay un $|1\rangle$, entonces V actuó lo cual implica que a la entrada había un $|\psi\rangle$.
- Luego, midiendo en la base computacional distingo estados no ortogonales con probabilidad 1.

Distinguiendo estados no ortogonales - Con CTC

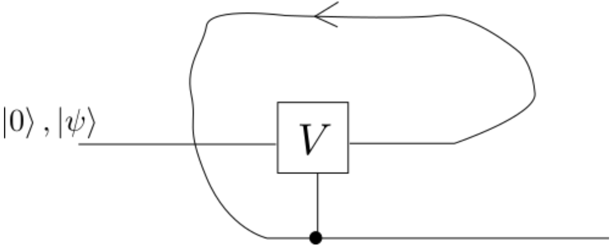
Quiero distinguir el $|0\rangle$ de $|\psi\rangle$. Sea V tal que $V|\psi\rangle = |1\rangle$.



- Si a la salida hay un $|0\rangle$, entonces V no actuó y a la entrada había un $|0\rangle$.
- Si a la salida hay un $|1\rangle$, entonces V actuó lo cual implica que a la entrada había un $|\psi\rangle$.
- Luego, midiendo en la base computacional distingo estados no ortogonales con probabilidad 1.

Distinguiendo estados no ortogonales - Con CTC

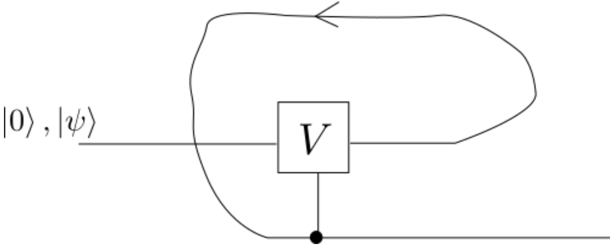
Quiero distinguir el $|0\rangle$ de $|\psi\rangle$. Sea V tal que $V|\psi\rangle = |1\rangle$.



- Si a la salida hay un $|0\rangle$, entonces V no actuó y a la entrada había un $|0\rangle$.
- Si a la salida hay un $|1\rangle$, entonces V actuó lo cual implica que a la entrada había un $|\psi\rangle$.
- Luego, midiendo en la base computacional distingo estados no ortogonales con probabilidad 1.

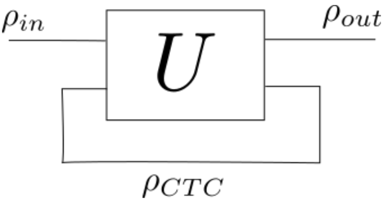
Distinguiendo estados no ortogonales - Con CTC

Quiero distinguir el $|0\rangle$ de $|\psi\rangle$. Sea V tal que $V|\psi\rangle = |1\rangle$.



- Si a la salida hay un $|0\rangle$, entonces V no actuó y a la entrada había un $|0\rangle$.
- Si a la salida hay un $|1\rangle$, entonces V actuó lo cual implica que a la entrada había un $|\psi\rangle$.
- Luego, midiendo en la base computacional distingo estados no ortogonales con probabilidad 1.

En el framework de Deutsch



$$U = SWAP \cdot C - V$$

es la unitaria del slide anterior.

Brun, T. A., Harrington, J., Wilde, M. M. (2009). Localized closed timelike curves can perfectly distinguish quantum states. Physical Review Letters, 102(21), 210402.

¿Y qué más?

Distinguir estados no ortogonales ya nos permite hacer un montón de cosas.

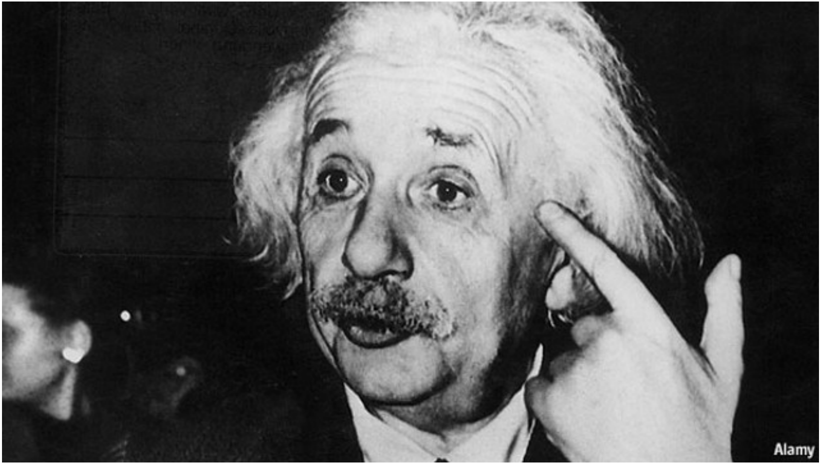
El resultado anterior se puede extender a más estados, distinguiendo con probabilidad 1 los estados $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$, $|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$.

Transmisión de mensajes instantáneos

Una fuente prepara un singlete y le manda una parte a Alice y otra a Bob.

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|01\rangle - |10\rangle\right).$$

Alice elije si medir en la base $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ o en la base $\{|+\rangle, |-\rangle\}$. El estado que le queda a Bob está en la misma base que eligió Alice (¿Pizarra?).
Por lo tanto, Bob puede determinar, distinguiendo esos cuatro estados, la base en la que midió Alice. Alice usa la elección de base para elegir qué bit mandar.



Una locura.

Todavía peor: ¡mensajes al pasado!

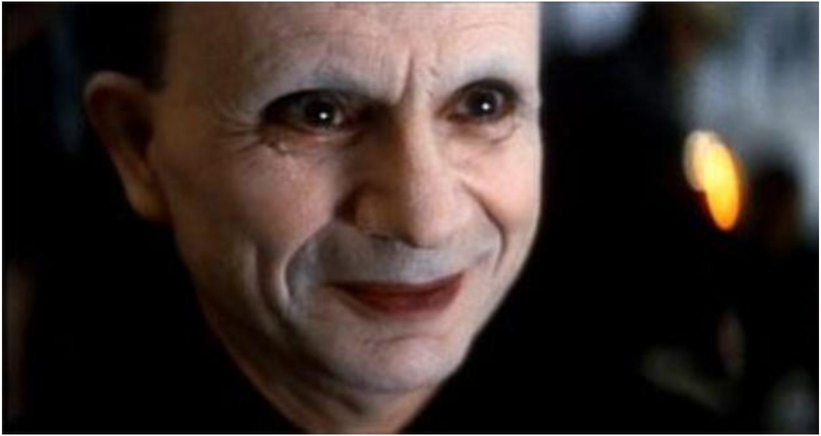
Hacen lo mismo, pero Bob distingue entre esos cuatro estados antes de que Alice haga su medición.
- ¿Qué tiene de raro, si tienen una máquina del tiempo?

Todavía peor: ¡mensajes al pasado!

Hacen lo mismo, pero Bob distingue entre esos cuatro estados antes de que Alice haga su medición.
- ¿Qué tiene de raro, si tienen una máquina del tiempo?
Que mandan la información después de haber usado la máquina del tiempo.

¡Y sigue empeorando!

Bob sabe en que base va a medir Alice antes de que Alice mida, y la llama para decirle en que base medir.
¿Alice podría medir en la base opuesta?



I am you.

Distinguir un estado de sí mismo

Notemos que:

$$\frac{1}{2}\left(|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|\right) = \frac{1}{2}\left(|+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle -|\right) = \frac{I}{2}$$

Pero puedo distinguir los cuatro estados que aparecen, por lo tanto distingo preparaciones de un mismo estado mixto.

Consecuencias en complejidad computacional

Consecuencias en complejidad computacional.

Algunas clases de complejidad

P

La clase P son los problemas de decisión que se resuelven en tiempo polinomial en el tamaño de la entrada.

Algunas clases de complejidad

P

La clase P son los problemas de decisión que se resuelven en tiempo polinomial en el tamaño de la entrada.

NP

La clase NP son los problemas de decisión cuyas soluciones pueden verificarse en tiempo polinomial. Ejemplo: factorización. Si nos dan un candidato a factor, es fácil verificar si lo es.

Algunas clases de complejidad

P

La clase P son los problemas de decisión que se resuelven en tiempo polinomial en el tamaño de la entrada.

NP

La clase NP son los problemas de decisión cuyas soluciones pueden verificarse en tiempo polinomial. Ejemplo: factorización. Si nos dan un candidato a factor, es fácil verificar si lo es.

- El gran problema abierto de las ciencias de la computación es demostrar si $P = NP$. No se sabe, pero se cree que son clases distintas.

Algunas clases de complejidad

P

La clase P son los problemas de decisión que se resuelven en tiempo polinomial en el tamaño de la entrada.

NP

La clase NP son los problemas de decisión cuyas soluciones pueden verificarse en tiempo polinomial. Ejemplo: factorización. Si nos dan un candidato a factor, es fácil verificar si lo es.

- El gran problema abierto de las ciencias de la computación es demostrar si $P = NP$. No se sabe, pero se cree que son clases distintas.
- Tampoco se cree que las computadoras cuánticas puedan resolver NP en tiempo polinomial.

Resolviendo NP con una CTC

Pizarrón:

- Circuito verificador.
- Cómo usarlo.

Resolviendo NP con una CTC

Pizarrón:

- Circuito verificador.
- Cómo usarlo.
- No muy cuántico.

Más de complejidad

PSPACE

PSPACE es la clase de problemas de decisión que pueden resolverse usando una cantidad de memoria polinomial en el tamaño de la entrada y en tiempo finito.

Más de complejidad

PSPACE

PSPACE es la clase de problemas de decisión que pueden resolverse usando una cantidad de memoria polinomial en el tamaño de la entrada y en tiempo finito.

$NP \subseteq PSPACE$

Con memoria polinomial puedo hacer backtracking y probar todas las posibles soluciones de un problema de NP.

PSPACE y CTC - Sin demostración

Computadora clásica

Una computadora clásica puede, en tiempo polnomial y en presencia de una CTC resolver PSPACE (y nada más).

PSPACE y CTC - Sin demostración

Computadora clásica

Una computadora clásica puede, en tiempo polnomial y en presencia de una CTC resolver PSPACE (y nada más).

Computadora cuántica

Una computadora cuántica puede, en tiempo polnomial y en presencia de una CTC resolver PSPACE (y nada más).

PSPACE y CTC - Sin demostración

Computadora clásica

Una computadora clásica puede, en tiempo polnomial y en presencia de una CTC resolver PSPACE (y nada más).

Computadora cuántica

Una computadora cuántica puede, en tiempo polnomial y en presencia de una CTC resolver PSPACE (y nada más).

Por suerte no existen las CTCs y sigo teniendo trabajo.

PSPACE y CTC - Sin demostración

Computadora clásica

Una computadora clásica puede, en tiempo polnomial y en presencia de una CTC resolver PSPACE (y nada más).

Computadora cuántica

Una computadora cuántica puede, en tiempo polnomial y en presencia de una CTC resolver PSPACE (y nada más).

Por suerte no existen las CTCs y sigo teniendo trabajo.

Aaronson, S., Watrous, J. (2009). Closed timelike curves make quantum and classical computing equivalent. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 465(2102), 631-647.

¿Qué nos depara el futuro?

Tarea

- Volver a ver las tres Back to the Future.
- Leer All You Zombies de Robert A. Henlein.
- Ver Predestination.
- Ver todas las Terminator (fueron resignificándose con discusiones actuales. Pueden saltear la última).
- Ver 12 Monkeys. Si ven también la serie, díganme si vale la pena.
- Ver Primer.
- Ver Suzumiya Haruhi.
- Ver Russian Doll.
- Ver Blink, capítulo 10 de la temporada 3 de Doctor Who 2005.
- Ver todo Doctor Who (sí, los viejos también).
- Ver Arrival (películón sobre tiempo y lenguaje).
- Ver Moebius (película argentina).

Más tarea

- Ver Dark.
- Había otra argentina: Déjala Correr.
- Y otra más: Querida, voy a comprar cigarrillos y vuelvo.
- Ver Nirvanna the Band the Show. Cuando estrene, Nirvanna the Band the Show the Movie.
- Ver Groundhog Day.
- Ver Tenet.
- Leer The Time Machine de H. G. Wells.
- Leer Finnegans Wake de James Joyce. Si la entienden, me la explican.

Vimos hoy

- CTCs y sus consecuencias.

La que viene

- CTCs y sus consecuencias.