

Вычислительная математика

Весна 2021

Лабораторная работа 1

Преподаватель: Маловичко М. С.

Дедлайн 9 февраля 23:59

Реализовать программу для численного интегрирования систем ОДУ явным методом Рунге-Кутты 1 и 4 порядков и решить задачу Коши.

Пусть $x = x(t)$ и $y = y(t)$ есть координаты точки в пространстве, которые удовлетворяют следующей системе дифференциальных уравнений:

$$x'' = x + 2y' - (1 - \mu) \frac{x + \mu}{D_1} - \mu \frac{x - (1 - \mu)}{D_2},$$

$$y'' = y - 2x' - (1 - \mu) \frac{y}{D_1} - \mu \frac{y}{D_2},$$

$$D_1 = ((x + \mu)^2 + y^2)^{3/2}, \quad D_2 = ((x - (1 - \mu))^2 + y^2)^{3/2},$$

$$\mu = 0.012277471.$$

Начальные данные:

$$x(0) = 0.994,$$

$$x'(0) = 0,$$

$$y(0) = 0,$$

$$y'(0) = -2.00158510637908252240537862224.$$

Интервал счёта:

$$t \in [0, 17.0652165601579625588917206249].$$

1. Реализовать ЯМРК1 и ЯМРК4.
2. Аналитическое решение данной задачи периодическое, т.е. точка $(x(t), y(t))$ должна вернуться в исходное положение в конце интервала счёта. Возвращается ли численное решение в исходную точку? Могут потребоваться тысячи шагов.
3. Решить задачу ЯМРК(1) и сравнить количество требуемых шагов с ЯМРК(4).
4. Решить задачу методом ЯМРК(4) стандартной библиотекой. Сравнить с точностью и скоростью вашего алгоритма.

Прислать:

1. Исходник программы. Язык: Python (файл *.py, не Jupyter!)/C++/C
2. PDF файл (один!) с отчётом, содержащим:

- выписанный численный метод и краткое описание программной реализации;
- численные решения системы ОДУ в виде функции от времени;
- численные решения системы ОДУ в виде траектории в фазовом пространстве (x, y) ;
- описание результатов счёта (выбор шага, кол-во шагов по времени и т.п.).

Справка. Представленная система ОДУ описывает движение лёгкого тела (космического корабля) относительно двух тел: Земля с массой $1 - \mu$ в начале координат и Луна с массой μ в точке $(1, 0)$. Параметры уравнения и начальные условия подобраны так, чтобы задача имела периодическое решение с периодом ок. 17 с (см. рис. 1).

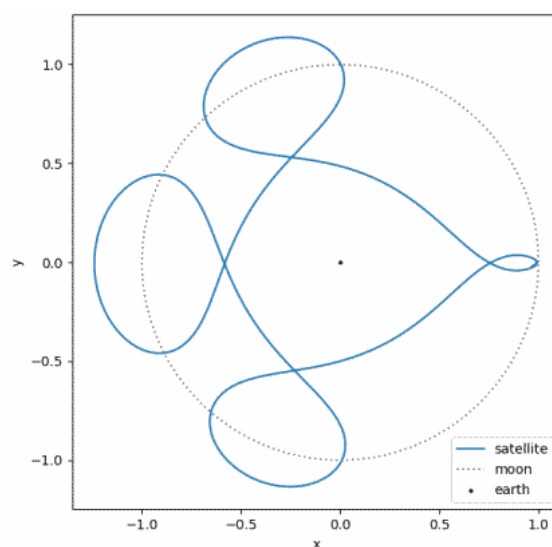


Рисунок 1. Аналитическое решение системы.