Magdalena Sudół, Magdalena Ryś

Raport 2
Testowanie hipotez statystycznych

czerwiec 2024

1. Zadanie 1

Pierwsza część raportu ma na celu przeprowadzenie testowania hipotez dotyczących wartości średniej μ w populacji generalnej o rozkładzie normalnym $N(\mu, 0.2)$. Testy hipotez będą przeprowadzone na poziomie istotności $\alpha = 0.05$. Zweryfikowane zostaną następujące hipotezy:

— $H_0 : \mu = 1.5$ przeciwko $H_1 : \mu \neq 1.5$
— $H_0 : \mu = 1.5$ przeciwko $H_1 : \mu < 1.5$
— $H_0 : \mu = 1.5$ przeciwko $H_1 : \mu > 1.5$

1.1. Zagadnienia teoretyczne

— **Testowanie hipotez statystycznych** jest metodą weryfikacji przypuszczeń dotyczących parametrów rozkładu populacji. Test dwustronny sprawdzi, czy średnia jest różna od wartości oczekiwanej, a więc obszar krytyczny jest rozłożony symetrycznie na obu krańcach rozkładu. Natomiast testy jednostronne sprawdzą czy jest ona większa lub mniejsza, w związku z czym obszar krytyczny znajduje się jedynie po jednej stronie rozkładu.
— **Hipoteza zerowa** H_0 stanowi przypuszczenie, które jest testowane, natomiast **hipoteza alternatywna** H_1 jest hipotezą, którą przyjmujemy, gdy odrzucimy w przypadku odrzucenia H_0.
— **Poziom istotności** α jest prawdopodobieństwem popełnienia błędu I rodzaju, czyli odrzucenia prawdziwej hipotezy zerowej.
— **Statystyka testowa** to miara, która pozwala na podjęcie decyzji o odrzuceniu lub nieodrzuceniu hipotezy zerowej.
— **Obszar krytyczny** to zakres wartości statystyki testowej, dla których odrzucamy hipotezę zerową.
— **P-wartość** jest równa prawdopodobieństwu uzyskania statystyki testowej równej lub bardziej ekstremalnej niż ta obliczona z danych, zakładając, że hipoteza zerowa jest prawdziwa. Jeśli p-wartość jest mniejsza lub równa α, odrzucamy hipotezę zerową.

1.2. Metodologia

W celu przeprowadzenia testów hipotez, wykonano następujące kroki:

1. Obliczenie średniej $\bar{x}$ z próby oraz sprawdzenie długości próby n.
2. Wyznaczenie statystyki testowej dla każdej z hipotez:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

gdzie: μ_0 - wartość średniej w hipotezie zerowej; σ - odchylenie standardowe populacji; n - liczność próby.
3. Określenie obszaru krytycznego.
4. Wyznaczenie p-wartości.

1.3. Obliczenia

Wartości wymienione w punkcie 1. na podstawie otrzymanych danych wyniosły:

$$\bar{x} = 1.455$$

$$n = 1000$$

Wiemy również, że populacja jest rozkładu $N(\mu, 0.2)$, skąd:

$$\sigma = \sqrt{0.2} \approx 0.447$$

Korzystając z powyższych danych obliczamy statystykę testową dla $\mu_0 = 1.5$:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \approx \frac{1.455 - 1.5}{\frac{\sqrt{0.2}}{\sqrt{1000}}} \approx -3.18$$

Po obliczeniu powyższych wartości możemy przejść do testowania podanych hipotez statystycznych.

1.4. Przykład 1

Badamy hipotezę zerową $H_0 : \mu = 1.5$ oraz alternatywną $H_1 : \mu \neq 1.5$. W oparciu o powyższą hipotezę otrzymujemy dwustronny obszar krytyczny:

$$|Z| > Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$$

Następnie obliczamy wartość krytyczną. Wyznaczamy więc kwantyl rzędu $1 - \frac{\alpha}{2}$ rozkładu $N(0, 1)$. Tu dla $\alpha = 0.05$ otrzymujemy:

$$Z_{0.975} \approx 1.96$$

Otrzymujemy więc obszar krytyczny $C = (-\infty, -1.96) \cup (1.96, \infty)$.

Zatem otrzymana wartość $Z = -3.18$ należy do obszaru krytycznego C, więc odrzucamy hipotezę zerową H_0 na rzecz alternatywnej H_1.

P-wartość dla dwustronnego testu można obliczyć jako:

$$p = 2 \cdot P(Z > |-3.18|) \approx 0.00147$$

1.5. Przykład 2

W tym przypadku mamy hipotezę zerową $H_0 : \mu = 1.5$ oraz alternatywną $H_1 : \mu < 1.5$. Dla powyższej hipotezy otrzymujemy jednostronny obszar krytyczny:

$$Z < -Z_{1-\alpha}$$

W tym przypadku wartość krytyczna wyniesie $Z_{0.95} \approx 1.645$, w związku z czym otrzymujemy następujący obszar krytyczny:

$$C = (-\infty, -1.645)$$

Zatem otrzymana wartość $Z = -3.18$ należy do obszaru krytycznego C, więc odrzucamy hipotezę zerową H_0 na rzecz alternatywnej H_1.

P-wartość dla jednostronnego testu można obliczyć jako:

$$p = P(Z < -3.18) \approx 0.000736$$

1.6. Przykład 3

W ostatnim przykładzie mamy hipotezę zerową $H_0 : \mu = 1.5$ oraz alternatywną $H_1 : \mu > 1.5$. Otrzymujemy więc jednostronny obszar krytyczny:

$$Z > Z_{1-\alpha}$$

Korzystając z tego samego kwantyla rozkładu normalnego co w przykładzie 2 otrzymujemy:

$$C = (1.645, \infty)$$

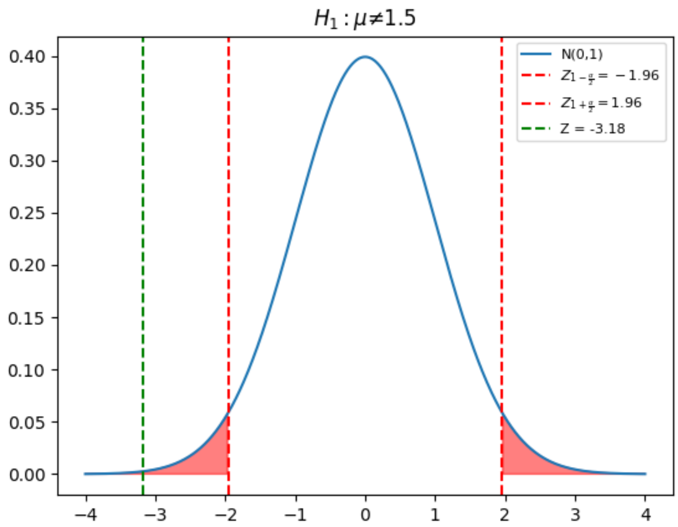
Otrzymana wartość $Z = -3.18$ nie należy do obszaru krytycznego C, więc nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej H_0.

P-wartość dla jednostronnego testu można obliczyć jako:

$$p = P(Z > -3.172) \approx 1 - P(Z > -3.172) = 0.99926$$

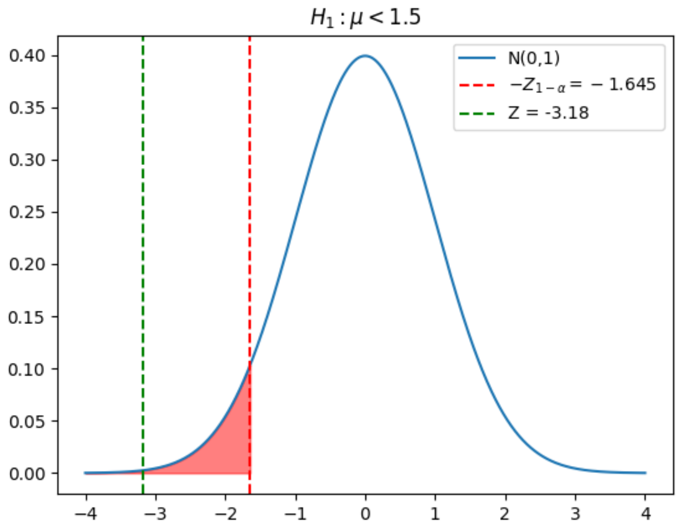
1.7. Prezentacja graficzna obszarów krytycznych

Poniżej przedstawiono graficzne prezentacje obszarów krytycznych dla trzech przykładów testów hipotez przy poziomie istotności $\alpha = 0.05$.



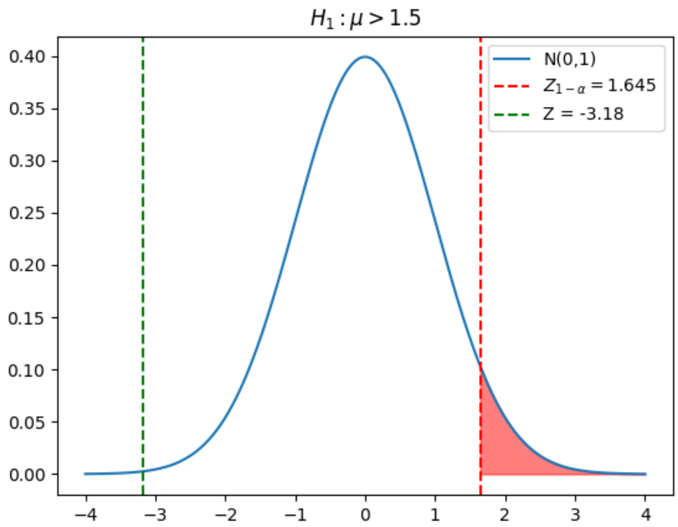
Rysunek 1. Obszar krytyczny dla przykładu 1

Na pierwszym wykresie zobrazowano dwustronny test hipotezy $H_0 : \mu = 1.5$ przeciwko $H_1 : \mu \neq 1.5$. Obszary krytyczne znajdują się w ogonach rozkładu, poza wartościami krytycznymi -1.96 i 1.96. Jak widać na wykresie, otrzymana statystyka testowa $Z = -3.18$ należy do obszaru krytycznego, więc odrzucamy hipotezę zerową na rzecz alternatywnej H_1.



Rysunek 2. Obszar krytyczny dla przykładu 2

Na drugim wykresie ukazano jednostronny test hipotezy $H_0 : \mu = 1.5$ przeciwko $H_1 : \mu < 1.5$. Obszar krytyczny znajduje się w ogonie rozkładu, poniżej wartości krytycznej -1.645. Jak widać na wykresie, otrzymana statystyka testowa $Z = -3.18$ należy do obszaru krytycznego, więc odrzucamy hipotezę zerową na rzecz alternatywnej H_1.



Rysunek 3. Obszar krytyczny dla przykładu 3

Na trzecim wykresie ukazano jednostronny test hipotezy $H_0 : \mu = 1.5$ przeciwko $H_1 : \mu > 1.5$. Obszar krytyczny znajduje się w ogonie rozkładu, poniżej wartości krytycznej -1.645. Jak widać na wykresie, otrzymana statystyka testowa $Z = -3.18$ nie należy do obszaru krytycznego, nie odrzucamy więc hipotezy zerowej.

1.8. Wpływ zmiany poziomu istotności

Poniżej przedstawiono, jak wyglądają obszary krytyczne, gdy zmienimy poziom istotności na $\alpha = 0.01$ i $\alpha = 0.1$:

— Obszary krytyczne dla $\alpha = 0.01$:
  — Przykład 1: $|Z| > 2.576$
  — Przykład 2: $Z < -2.326$
  — Przykład 3: $Z > 2.326$
— Dla $\alpha = 0.1$:
  — Przykład 1: $|Z| > 1.645$
  — Przykład 2: $Z < -1.282$
  — Przykład 3: $Z > 1.282$

Jak widać powyżej, zmniejszenie poziomu istotności powoduje, że obszary krytyczne są mniejsze, co zmniejsza szansę na odrzucenie hipotezy zerowej, natomiast zwiększenie poziomu istotności powoduje, że obszary krytyczne są większe, co zwiększa szansę na odrzucenie hipotezy zerowej.

2. Zadanie 2

W zadaniu drugim należało przeprowadzić testowanie hipotez dotyczących wariancji σ^2 w populacji generalnej o rozkładzie normalnym $N(0.2, \sigma^2)$. Podobnie jak w zadaniu 1, do zweryfikowania są trzy hipotezy:

— $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ przeciwko $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$
— $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ przeciwko $H_1 : \sigma^2 > 1.5$
— $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ przeciwko $H_1 : \sigma^2 < 1.5$

Testy będą przeprowadzone na poziomie istotności $\alpha = 0.05$.

2.1. Metodologia

W tym przypadku, aby przeprowadzić testy hipotez, należy:

1. Sprawdzić n – długość próby.
2. Wyznaczyć wartość statystyki testowej:

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$$

   gdzie σ_0^2 – wariancja w hipotezie zerowej, n – długość próby, s^2 – estymator nieobciążony wariancji, którego wartość liczy się według wzoru:

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$$

   gdzie $\bar{x}$ – średnia arytmetyczna z próby, x_i – i-ta obserwacja, n – długość próby.
3. Określenie obszaru krytycznego.
4. Wyznaczenie p-wartości.

2.2. Obliczenia

W pierwszej kolejności obliczamy wartość s^2. Ponieważ dane pochodzą z rozkładu $N(0.2, \sigma^2)$, przyjmujemy, że $\bar{x} = 0.2$. Długość próby wynosi $n = 1000$. Po podstawieniu danych do powyższego wzoru na s^2, otrzymujemy wartość:

$$s^2 = 1.671$$

. Następnie obliczamy wartość statystyki testowej, przyjmując $\sigma_0^2 = 1.5$:

$$\chi^2 = \frac{(1000-1)\cdot 1.671}{1.5} = 1112.58$$

.

Otrzymana wartość zostanie następnie wykorzystana do sprawdzenia każdej z trzech hipotez z sekcji *Zadanie 2*.

2.3. Przykład 1

W tym przypadku za hipotezę zerową przyjmujemy $H_0 : \sigma^2 = 1.5$, a hipotezą alternatywną będzie $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$. Otrzymujemy dwustronny obszar krytyczny:

$$C = (-\infty, \chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1}) \cup (\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1}, \infty)$$

Wiemy, że $\alpha = 0.05$ oraz $n = 1000$. Aby obliczyć wartości krytyczne, szukamy kwantyla rzędu $\frac{0.05}{2} = 0.025$ oraz kwantyla rzędu $1 - \frac{0.05}{2} = 0.975$ rozkładu χ^2 o $n - 1 = 999$ stopniach swobody. Kwantyle te wynoszą $\chi^2_{\frac{\alpha}{2},n-1} \approx 913.30$ oraz $\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},n-1} \approx 1088.49$. Obszar krytyczny w tym przypadku będzie równy:

$$C = (-\infty, 913.30) \cup (1088.49, \infty)$$

.

Otrzymana wcześniej wartość statystyki testowej należy do obszaru krytycznego C, co oznacza, że odrzucamy hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej.

P-wartość dla dwustronnego testu można obliczyć za pomocą wzoru:

$$p = 2 \cdot \min\{P_{H_0}(\chi^2 \leqslant \chi^2_{obs}), P_{H_0}(\chi^2 \geqslant \chi^2_{obs})\} \approx 0.0137.$$

2.4. Przykład 2

W kolejnym przykładzie za hipotezę zerową przyjmujemy $H_0 : \sigma^2 = 1.5$, a hipotezą alternatywną będzie $H_1 : \sigma^2 > 1.5$. Otrzymujemy jednostronny obszar krytyczny:

$$C = (\chi^2_{1-\alpha,n-1}, \infty)$$

.

Wartość krytyczna wynosi $\chi^2_{0.95,999} \approx 1073.64$. Otrzymujemy obszar krytyczny:

$$C = (1073.64, \infty)$$

.

Wartość statystyki testowej należy do obszaru krytycznego C, co oznacza, że odrzucamy hipotezę zerową na rzecz hipotezy alternatywnej.

P-wartość dla tego testu można obliczyć według wzoru:

$$p = P_{H_0}(\chi^2 > \chi^2_{obs}) \approx 0.00684$$

2.5. Przykład 3

W ostatnim przykładzie za hipotezę zerową przyjmujemy $H_0 : \sigma^2 = 1.5$, a hipotezą alternatywną będzie $H_1 : \sigma^2 < 1.5$. Otrzymujemy jednostronny obszar krytyczny:

$$C = (-\infty, \chi^2_{\alpha,n-1})$$

.

Wartość krytyczna wynosi $\chi^2_{0.05,999} \approx 926.63$. Otrzymujemy obszar krytyczny:

$$C = (-\infty, 926.63)$$

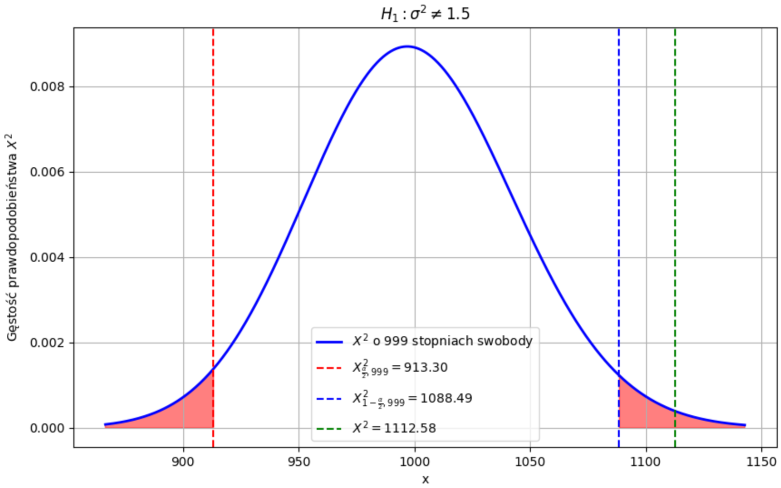
.

Wartość statystyki testowej nie należy do obszaru krytycznego C, co oznacza, że nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. P-wartość dla tego testu można obliczyć ze wzoru:

$$p = P_{H_0}(\chi^2 < \chi^2_{obs}) \approx 0.993$$

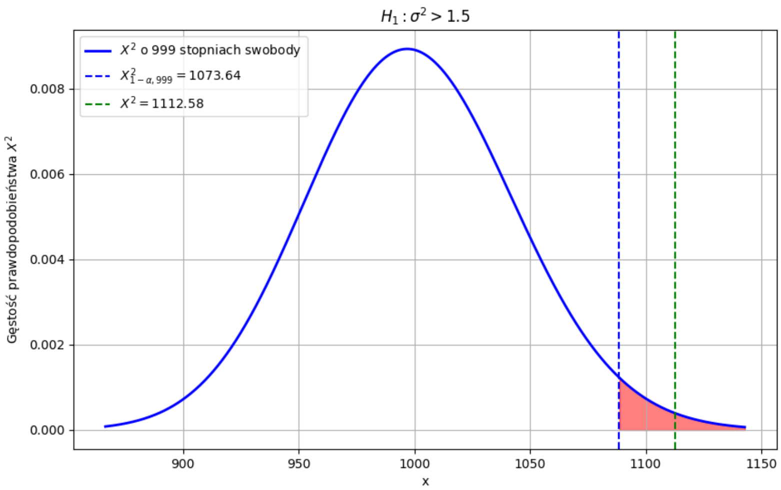
2.6. Graficzna prezentacja obszarów krytycznych

Obszary krytyczne dla każdego z trzech przypadków w zadaniu 2 zostały przedstawione poniżej.



Rysunek 4. Obszar krytyczny dla przykładu 1 w zadaniu 2

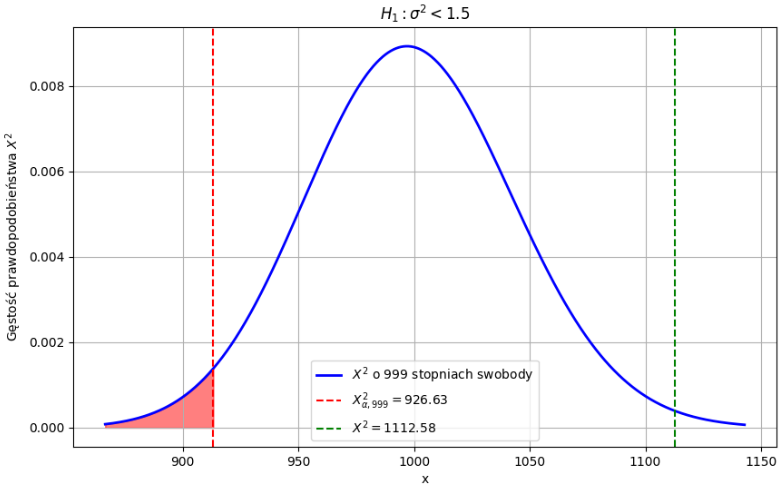
Na pierwszym wykresie przedstawiono obszar krytyczny, który otrzymujemy dla hipotezy $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ przeciwko $H_1 : \sigma^2 \neq 1.5$. Wartość statystyki testowej $\chi^2 = 1112.58$ należy do obszaru krytycznego, więc odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy H_1.



Rysunek 5. Obszar krytyczny dla przykładu 2 w zadaniu 2

Na drugim wykresie przedstawiono obszar krytyczny, który otrzymujemy dla hipotezy $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ przeciwko $H_1 : \sigma^2 > 1.5$. Wartość statystyki testowej $\chi^2 = 1112.58$ należy do obszaru krytycznego, więc odrzucamy hipotezę H_0 na rzecz hipotezy H_1.

Na trzecim wykresie przedstawiono obszar krytyczny, który otrzymano dla hipotezy $H_0 : \sigma^2 = 1.5$ przeciwko $H_1 : \sigma^2 < 1.5$. Wartość statystyki testowej $\chi^2 = 1112.58$ nie należy do obszaru krytycznego, więc nie odrzucamy hipotezy H_0.



Rysunek 6. Obszar krytyczny dla przykładu 3 w zadaniu 2

2.7. Wpływ zmiany poziomu istotności na wynik

Podobnie jak w sekcji *1.8. Wpływ zmiany poziomu istotności*, zbadano, jak wyglądają obszary krytyczne dla poziomów istotności $\alpha = 0.01$ oraz $\alpha = 0.1$. Otrzymano następujące wyniki:

- Obszary krytyczne dla $\alpha = 0.01$:
  - Przykład 1: $C = (-\infty, 887.62) \cup (1117.89, \infty)$
  - Przykład 2: $C = (1105.92, \infty)$
  - Przykład 3: $C = (-\infty, 897.96)$
- Dla $\alpha = 0.1$:
  - Przykład 1: $C = (-\infty, 926.63) \cup (1073.64, \infty)$
  - Przykład 2: $C = (1056.70, \infty)$
  - Przykład 3: $C = (-\infty, 942.16)$

Zwiększenie poziomu istotności α sprawia, że zwiększa się zbiór krytyczny, w wyniku czego prawdziwa hipoteza H_0 może zostać odrzucona (błąd I rodzaju). Zmniejszenie poziomu istotności α sprawia, że zbiór krytyczny się zmniejsza, w wyniku czego może zostać przyjęta nieprawdziwa hipoteza H_0 (błąd II rodzaju).

3. Zadanie 3

Trzecia część raportu ma na celu analizę błędów pierwszego i drugiego rodzaju, a także mocy testów, dla przypadków z zadań 1 i 2.

3.1. Przypadek z zadania 1

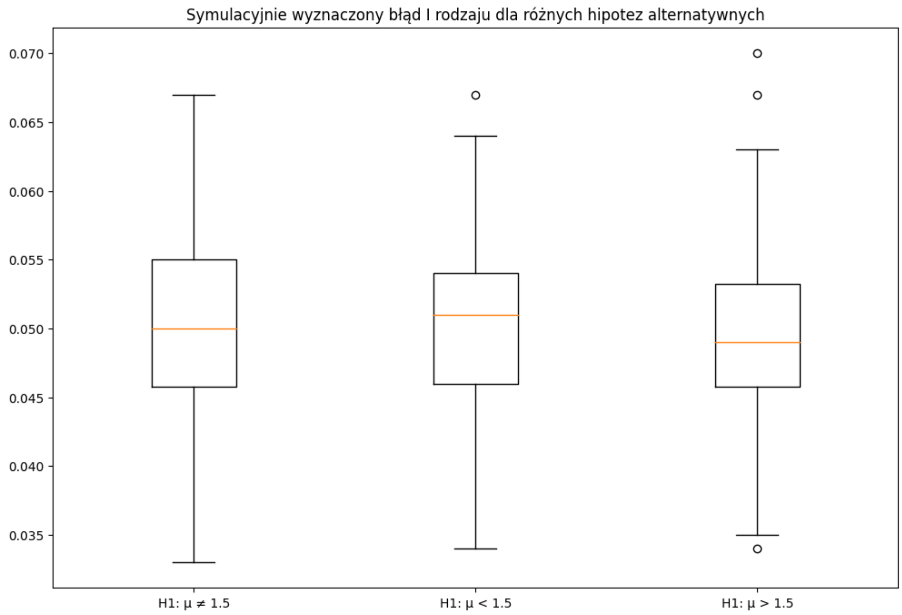
3.1.1. Błąd pierwszego rodzaju

Błąd pierwszego rodzaju to prawdopodobieństwo odrzucenia hipotezy zerowej w sytuacji, w której jest ona prawdziwa. Teoretyczną wartością błędu pierwszego rodzaju jest poziom istotności α. W celu wygenerowania jej symulacyjnie zostanie zastosowany następujący algorytm:

1. Zdefiniuj $\alpha = 0.05$, $n = 1000$
2. Wygeneruj prostą próbę losową rozkładu $N(\mu, \sigma^2)$
3. Wyznacz wartość statystyki testowej Z
4. Wyznacz obszar krytyczny
5. Sprawdź, czy statystyka testowa należy do obszaru krytycznego

6. Powtórz powyższy test N = 1000 razy zliczając ile razy statystyka należy do obszaru krytycznego
7. Zwróć zliczoną ilość razy podzieloną przez wartość N

Powyższy algorytm został powtórzony $M = 100$ razy dla każdego z przypadków w zadaniu pierwszym. Efektem symulacji są przedstawione poniżej wykresy pudełkowe. Symulacja potwierdza, że średnia wartość błędu I rodzaju dla poziomu istotności 0.05 wynosi około 0.05, co jest zgodne z teoretycznymi oczekiwaniami. Dla wszystkich trzech przypadków wykresy pudełkowe wskazują, że większość wyników jest bliska wartości 0.05, co wskazuje na poprawność symulacji.



Rysunek 7. Błąd pierwszego rodzaju

3.1.2. Błąd drugiego rodzaju

Następnie za pomocą analogicznego algorytmu wygenerowano również błąd drugiego rodzaju. W tym celu wygenerowano prostą próbę losową z rozkładu normalnego o parametrach zgodnych z hipotezą alternatywną (ale blisko tych z H_0). Następnie zliczono, ile razy została błędnie przyjęta hipoteza zerowa.

W poniższej tabeli zamieszczono wartości błędu drugiego rodzaju dla różnych wartości μ_0, a także odpowiadające im wartości mocy testu. Możemy zauważyć, że im większa różnica między dobranym μ_0 a wartością $\mu_0 = 1.5$ podaną w hipotezie zerowej, tym mniejszy błąd drugiego rodzaju.

Hipoteza alternatywna	Wybrane μ_0	Błąd drugiego rodzaju	Moc testu
$\mu_0 \neq 1.5$	$\mu_0 = 1.47$	0.007	0.993
	$\mu_0 = 1.48$	0.116	0.884
	$\mu_0 = 1.49$	0.666	0.334
	$\mu_0 = 1.51$	0.611	0.389
	$\mu_0 = 1.52$	0.109	0.891
	$\mu_0 = 1.53$	0.002	0.998
$\mu_0 > 1.5$	$\mu_0 = 1.51$	0.526	0.474
	$\mu_0 = 1.52$	0.062	0.938
	$\mu_0 = 1.53$	0.002	0.998
$\mu_0 < 1.5$	$\mu_0 = 1.47$	0.001	0.999
	$\mu_0 = 1.48$	0.075	0.925
	$\mu_0 = 1.49$	0.538	0.462

Rysunek 8. Błąd drugiego rodzaju

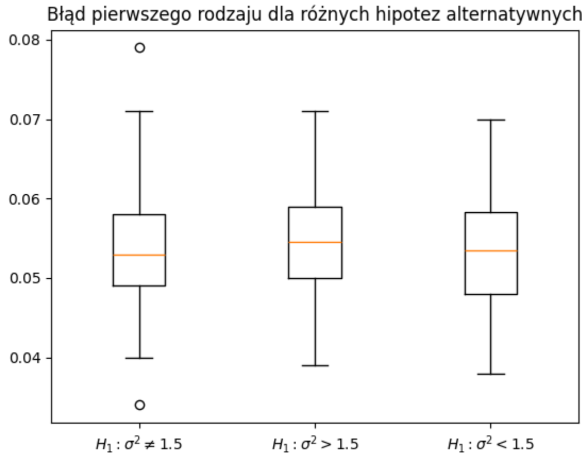
3.2. Przypadek z zadania 2

3.2.1. Błąd pierwszego rodzaju

Błąd pierwszego rodzaju został wyznaczony symulacyjnie, podobnie jak w przypadku zadania 1. Do jego wyznaczenia zastosowano algorytm:

1. Zdefiniuj $\alpha = 0.05$, $n = 1000$.
2. Wygeneruj prostą próbę losową rozkładu $N(\mu, \sigma^2)$, dla parametrów zgodnych z H_0 ($\mu = 0.2, \sigma^2 = 1.5$).
3. Wyznacz wartość statystyki testowej χ^2.
4. Wyznacz obszar krytyczny.
5. Sprawdź, czy statystyka testowa należy do obszaru krytycznego.
6. Powtórz powyższy test N = 1000 razy zliczając ile razy statystyka należy do obszaru krytycznego.
7. Zwróć zliczoną ilość razy podzieloną przez wartość N.

Dla każdej hipotezy powyższą symulację powtórzono $M = 100$ razy. Otrzymane wyniki przedstawiono na poniższych wykresach pudełkowych. Można zauważyć, że w każdym z trzech przypadków średnia wartość błędu I rodzaju wynosi około 0.05, co pokrywa się z przyjętym poziomem istotności. Wyniki świadczą o poprawności przeprowadzonych obliczeń.



Rysunek 9. Błąd pierwszego rodzaju dla wariancji

3.2.2. Błąd drugiego rodzaju

Po symulacyjnym wyznaczeniu wartości błędu pierwszego rodzaju, wyznaczono również wartości błędu drugiego rodzaju. W tym celu wybrano kilka wartości σ^2 blisko wartości z hipotezy zerowej, a następnie dla każdej wartości σ^2 wyliczono wartości błędu drugiego rodzaju według algorytmu:

1. Zdefiniuj $\alpha = 0.05$, $n = 1000$, $\mu = 0.2$.
2. Wygeneruj prostą próbę losową rozkładu $N(\mu, \sigma^2)$.
3. Wyznacz wartość statystyki testowej χ^2.
4. Wyznacz obszar krytyczny.
5. Sprawdź, czy statystyka testowa jest poza obszarem krytycznym.
6. Powtórz powyższy test N = 1000 razy zliczając, ile razy statystyka jest poza obszarem krytycznym.
7. Zwróć zliczoną ilość razy podzieloną przez wartość N.

Otrzymane wyniki przedstawiono w tabeli.

Hipoteza alternatywna	Wybrane σ	Błąd drugiego rodzaju	Moc testu
σ ≠ 1,5	1,47	0,082	0,918
	1,48	0,06	0,94
	1,49	0,046	0,954
	1,51	0,066	0,934
	1,52	0,062	0,938
	1,53	0,078	0,922
σ > 1,5	1,51	0,066	0,934
	1,52	0,084	0,916
	1,53	0,118	0,882
σ < 1,5	1,47	0,124	0,876
	1,48	0,098	0,902
	1,49	0,059	0,941

Rysunek 10. Błędy drugiego rodzaju dla wariancji

Można zauważyć, że im mniejsza różnica pomiędzy wartością $\sigma^2 = 1.5$ a zaproponowaną wartością σ^2 (np. 1.51, 1.52 itd), tym większa moc testu i tym samym mniejsza wartość dla błędu drugiego rodzaju.

4. Podsumowanie

W raporcie przedstawiono sposób przeprowadzenia testów hipotez dotyczących średniej i wariancji, a także wyznaczenia błędów pierwszego i drugiego rodzaju dla obydwu przypadków. Zarówno dla średniej, jak i wariancji wyznaczono wartości statystyk testowych oraz zweryfikowano hipotezy jednostronne prawo- oraz lewostronne: wyznaczono obszary krytyczne, na podstawie których zdecydowano o odrzuceniu lub braku podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, a także obliczono p-wartości. Przedstawiono także obszary krytyczne na wykresach razem z oznaczeniem wartości statystyk testowych. Zbadano, jak zmiany poziomu istotności wpływają na wynik testu (zmniejszenie poziomu istotności powoduje zmniejszenie obszarów krytycznych, co zmniejsza szansę na odrzucenie hipotezy zerowej, natomiast zwiększenie α wpływa na zwiększenie szansy odrzucenia hipotezy zerowej).

Ostatnia część raportu to część poświęcona błędom pierwszego oraz drugiego rodzaju. Wyznaczono symulacyjnie wartości błędu pierwszego rodzaju dla wszystkich 3 hipotez alternatywnych zarówno w przypadku wartości średniej, jak i wariancji, a wartości przedstawiono na wykresach pudełkowych. Z wykresów można odczytać, że średnia wartość błędu pierwszego rodzaju wynosi około 0.05, co jest równe przyjętemu poziomowi istotności i świadczy o poprawności przeprowadzonych obliczeń. Następnie dla wartości μ oraz σ bliskich 1.5 policzono symulacyjnie błędy drugiego rodzaju oraz moce testu. Im mniejsza była różnica pomiędzy wybraną wartością parametru a 1.5, tym większa moc testu i mniejsza wartość błędu drugiego rodzaju.