

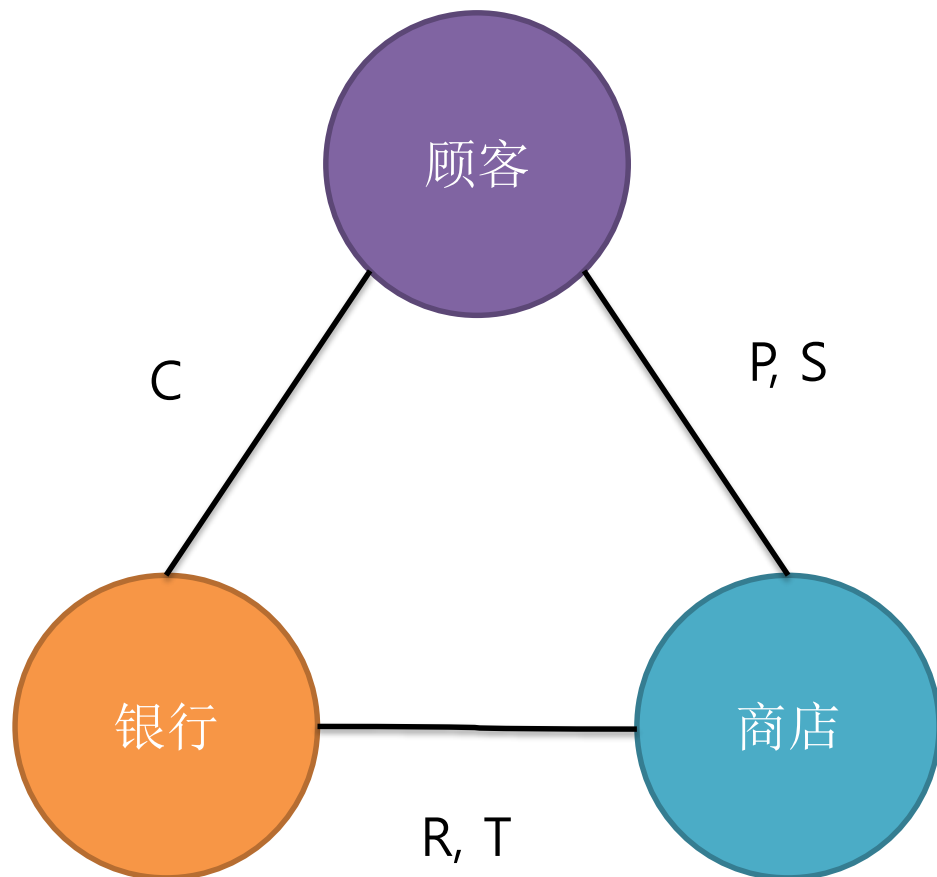
第二章 (DFA) 2024

起承转合

» 本章内容

- 在对于DFA有感性认识的前提下，本章采用形式化方式介绍DFA的完整内容，并过渡到非确定型有穷自动机NFA以及有 ϵ -转移的非确定有穷自动机 ϵ -NFA，证明它们三者在枚举语言的能力上等价。
- 先从DFA开始，包括DFA定义及表示、DFA如何判定输入串为接受还是拒绝、扩展DFA转移函数以表示DFA的连续转移，并用于表示DFA的语言。
- 类似的叙述方式用于NFA和 ϵ -NFA的介绍，并引入 ϵ -闭包和 ϵ -闭集概念，以及将NFA转换为DFA的子集构造法。
- 概括粗粒度知识点：语言识别器；判定性质；等价性质。

➤➤ 一个简单购物系统的DFA建模示例 (F2.1)



P付款：顾客把电子货币发给商店，商店收到。

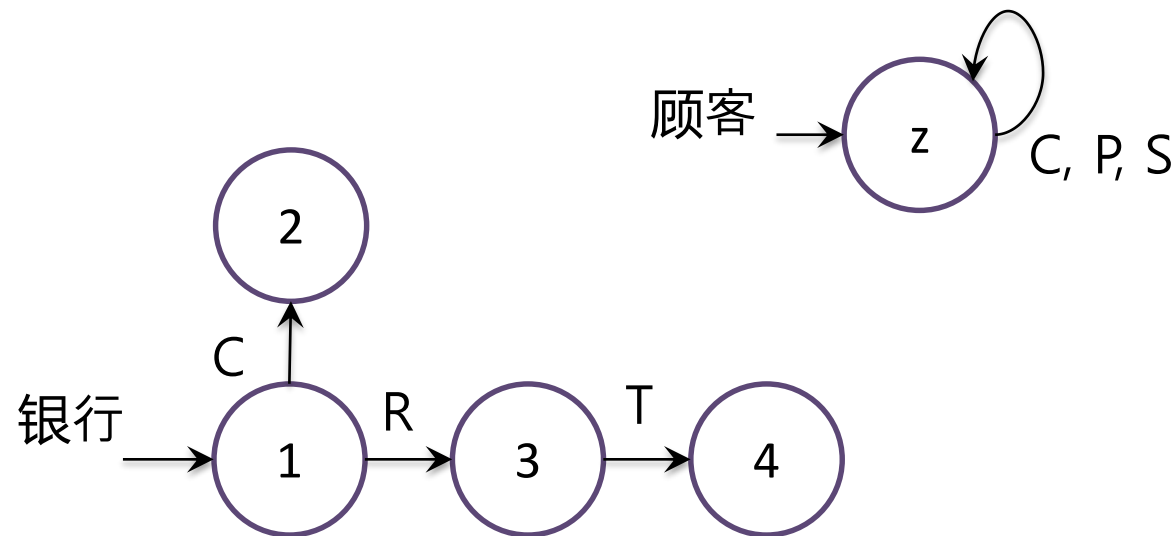
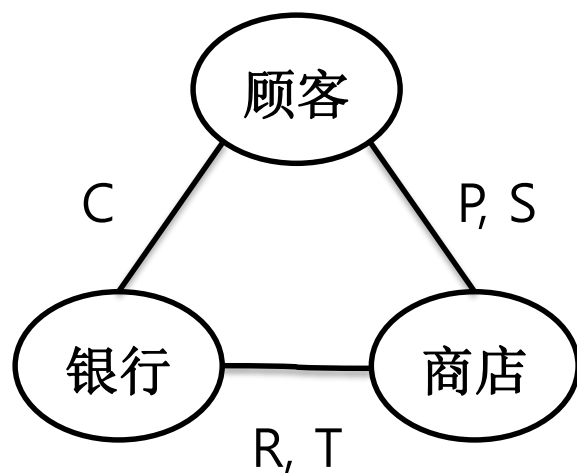
S送货：商店送货给顾客，顾客收到。

C取消：顾客让银行取消电子货币，银行取消。

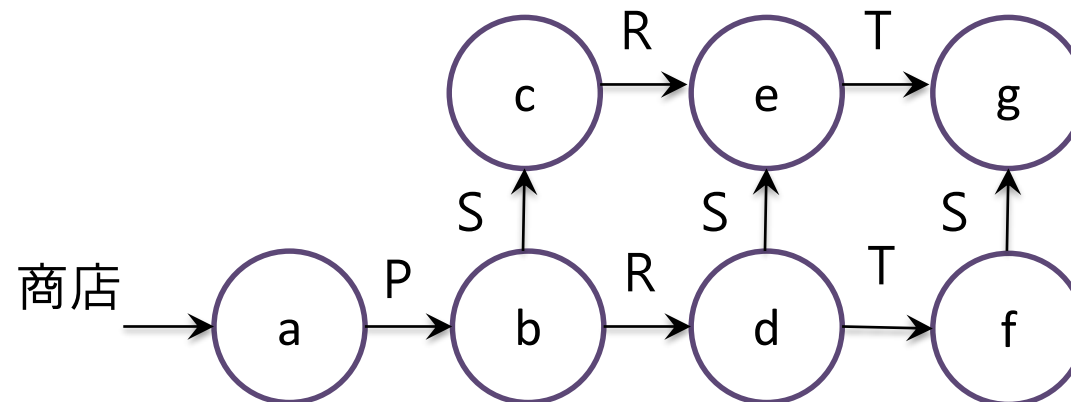
R兑换：商店将电子货币发给银行，银行收到并予以认证。

T转帐：银行签发给商店电子货币，商店收到。

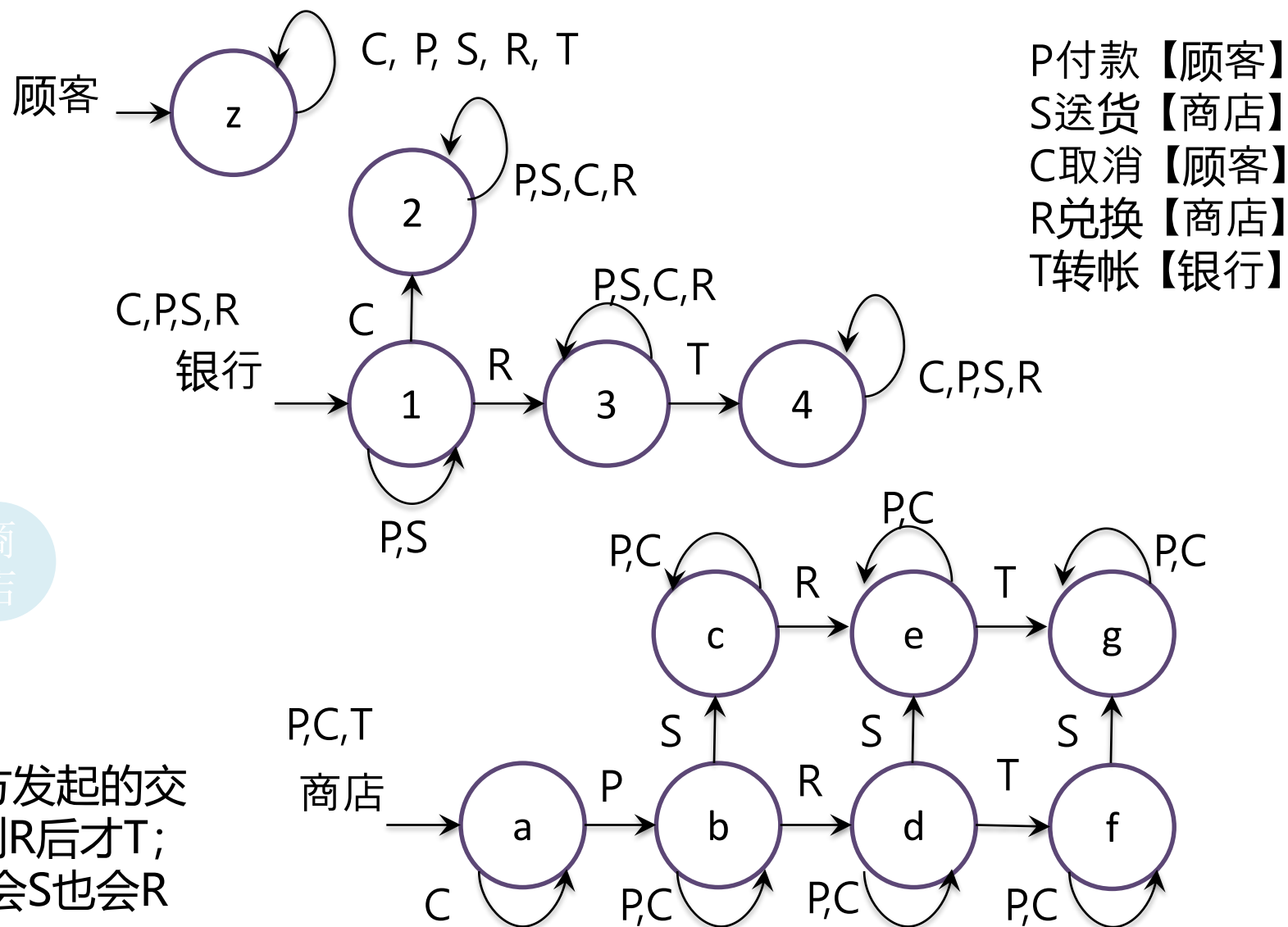
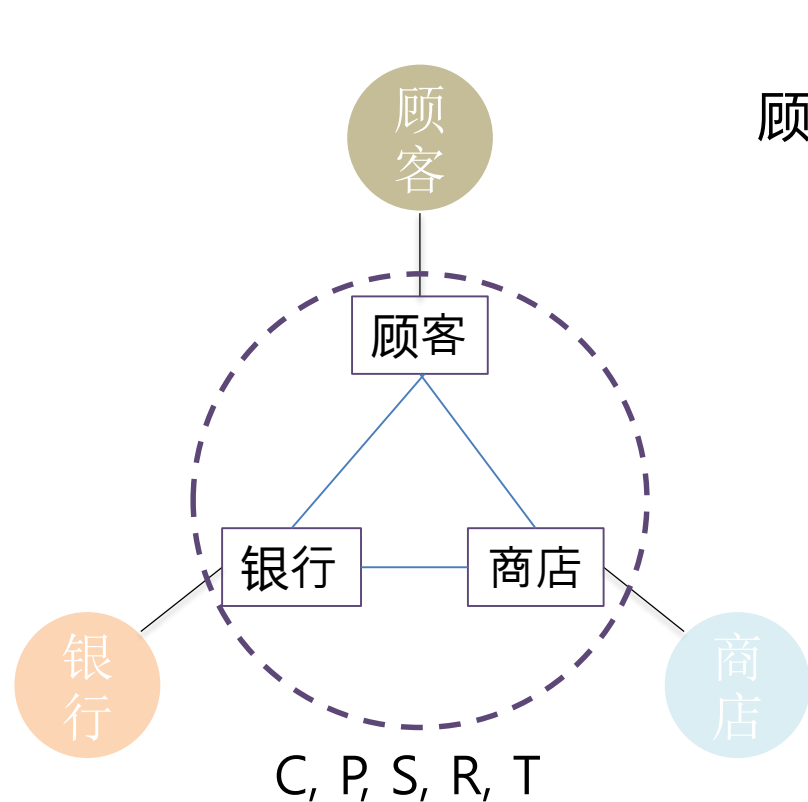
顾客、商店、银行的自动机模型



P付款：顾客把电子货币发给商店，商店收到。
 S送货：商店送货给顾客，顾客收到。
 C取消：顾客让银行取消电子货币，银行取消。
 R兑换：商店将电子货币发给银行，银行收到并予以认证。
 T转帐：银行签发给商店电子货币，商店收到。

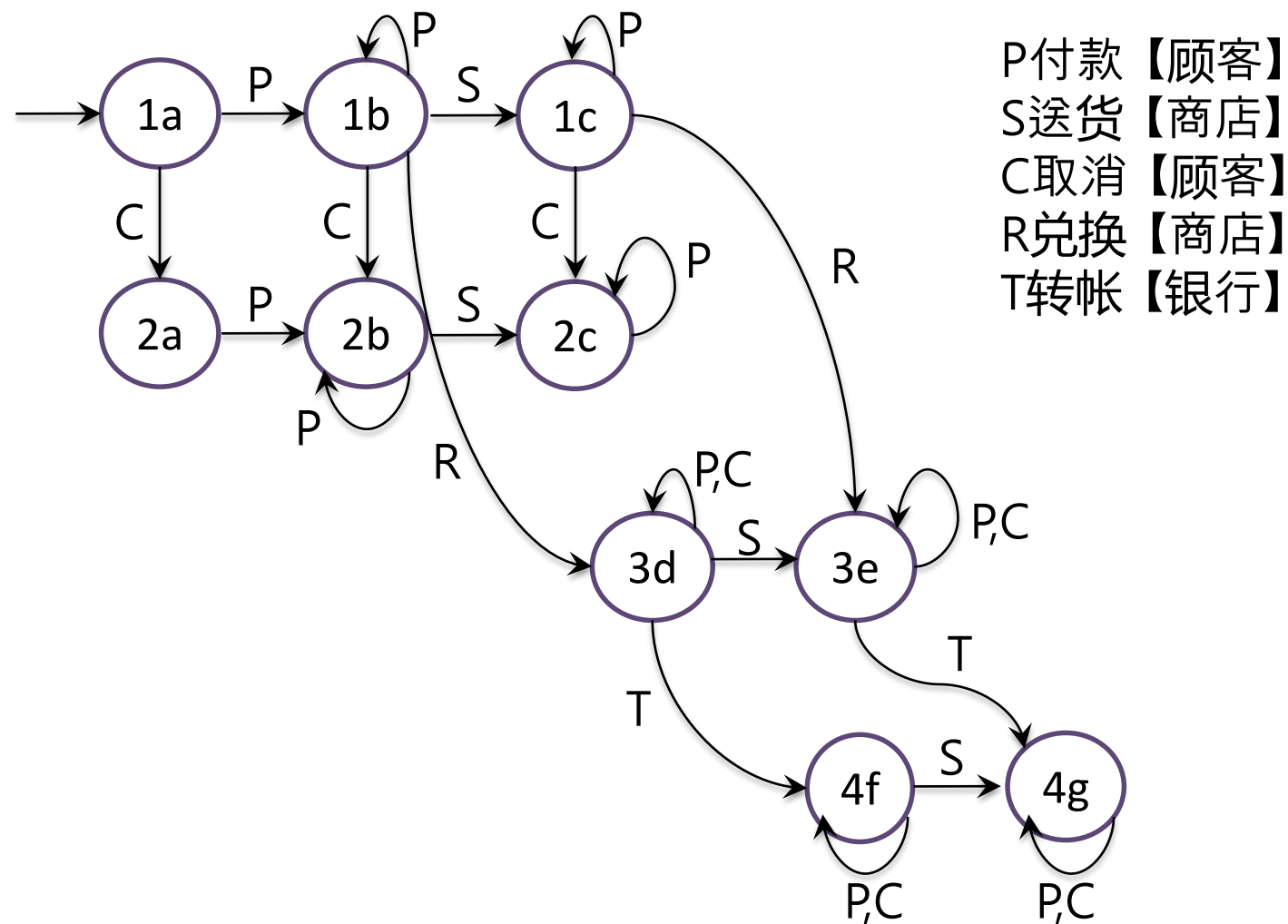
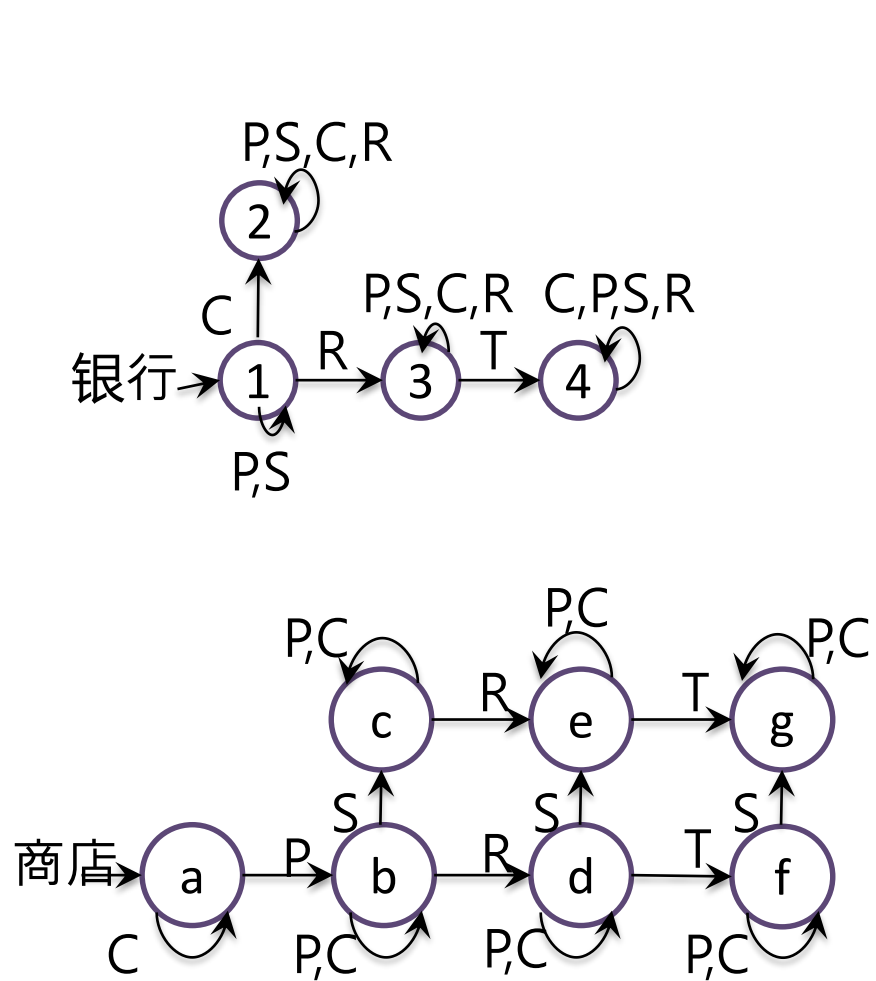


一个系统：各自动机对于无关交互保持迁移不变



三个各自的状态对于由另外两方发起的交互都要有迁移弧射出；银行收到R后才T；客户随意C和P；商店收到P后会S也会R

乘积自动机



乘积自动机

P付款【顾客】

S送货【商店】

C取消【顾客】

R兑换【商店】

T转帐【银行】

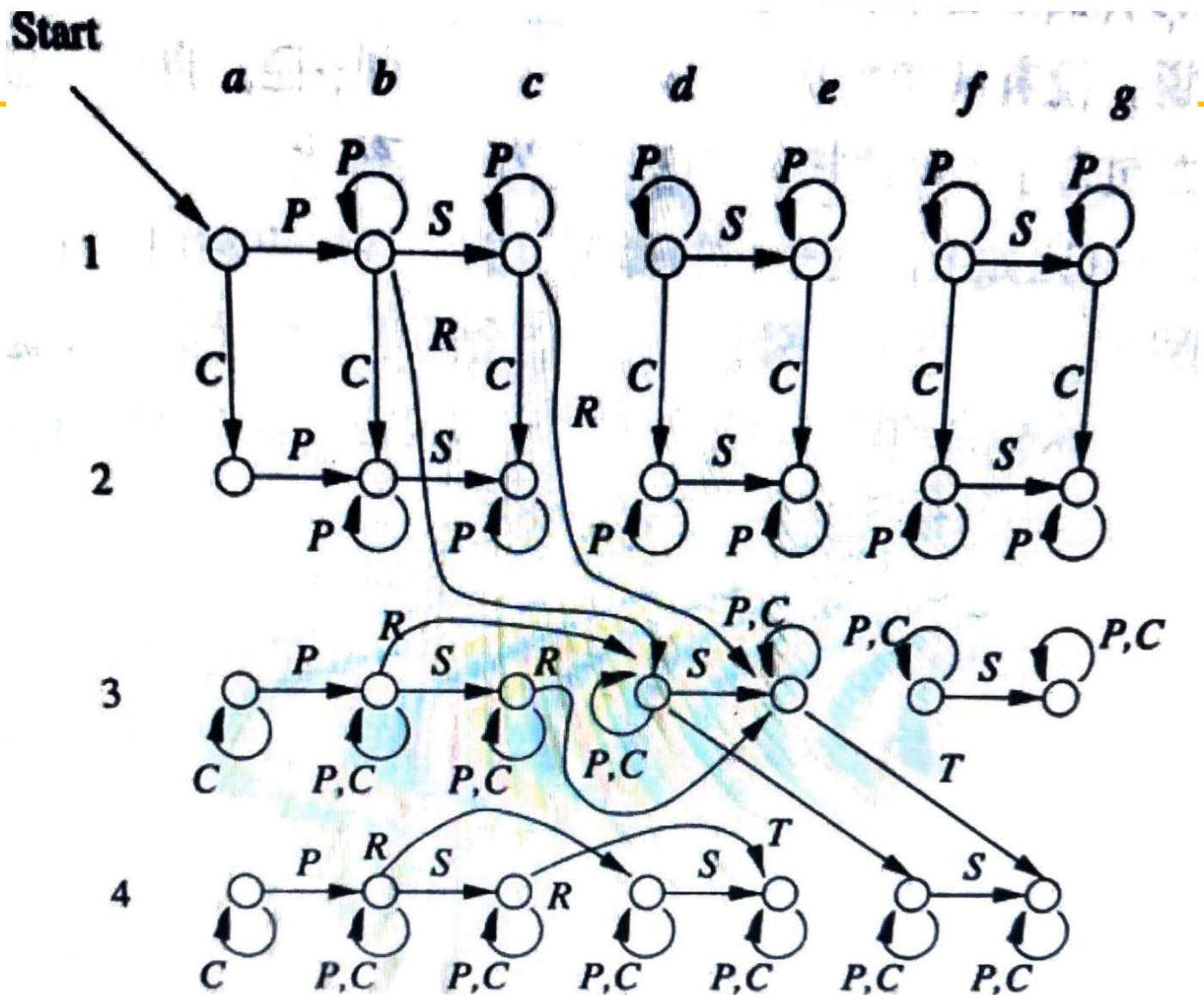
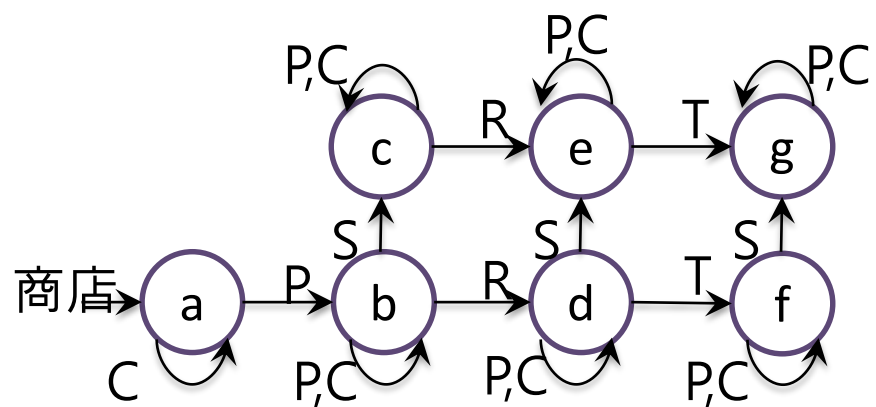
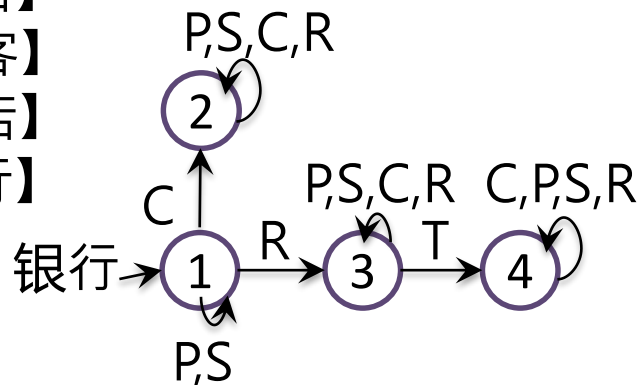


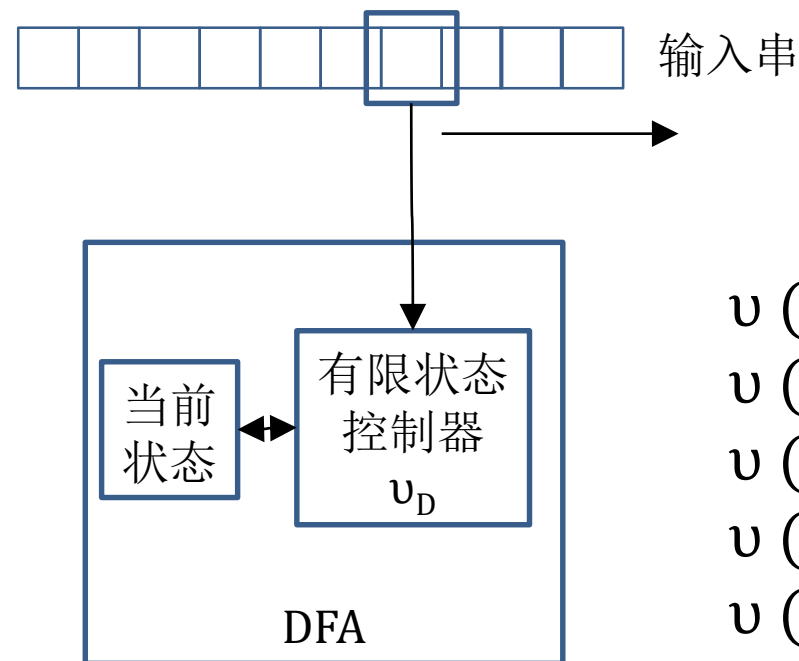
图2-3 商店和银行的乘积自动机

2.1 确定型有穷自动机DFA

- DFA $A = (Q, \Sigma, v, q_0, F)$
- 有穷个状态的集合 Q
- 字母表 Σ , 有穷个符号的集合
- 状态转移函数 $v: Q \times \Sigma \rightarrow Q$
- $q_0 \in Q$ 初始状态
- $F \subseteq Q$ 接受状态

0 ... 0	1 ... 1
个数 ≥ 0	个数 ≥ 1

q_0	q_1	q_2
初始 状态	接受 状态	



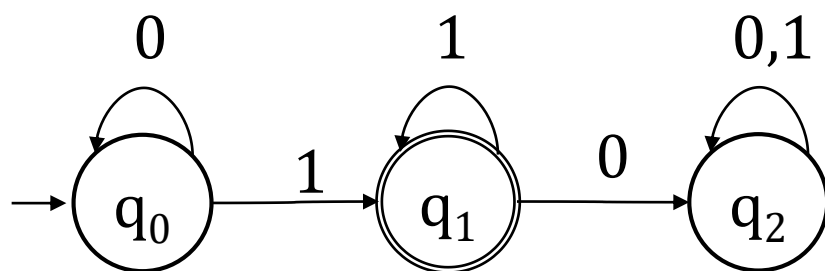
$$\begin{aligned} v(q_0, 0) &= q_0 \\ v(q_0, 1) &= q_1 \\ v(q_1, 0) &= q_2 \\ v(q_1, 1) &= q_1 \\ v(q_2, 0) &= q_2 \\ v(q_2, 1) &= q_2 \end{aligned}$$

DFA $(\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, v, q_0, \{q_1\})$

➤➤ DFA表示：代数、转移图、转移表

DFA $A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, v, q_0, \{q_1\})$

$v = ((q_0, 0), q_0), ((q_0, 1), q_1), ((q_1, 0), q_2), ((q_1, 1), q_1), ((q_2, 0), q_2), ((q_2, 1), q_2))$



$\mathcal{G}(A) = (Q, E, \Sigma)$

$E = \{(p, q, a) \mid p, q \in Q, a \in \Sigma, q = v(p, a)\}$

DFA $A = (Q, \Sigma, v, q_0, F)$, 其中,

$Q = \{q_0, q_1, q_2\}, \Sigma = \{0, 1\},$

$v = \dots, q_0 = q_0, F = \{q_1\}$

	0	1
$\rightarrow q_0$	q_0	q_1
$*q_1$	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2

$T[ind(q), 0]$

$T[0, ind(a)]$

$T[ind(q), ind(a)]$

➤➤ 三种DFA表示都是等价的

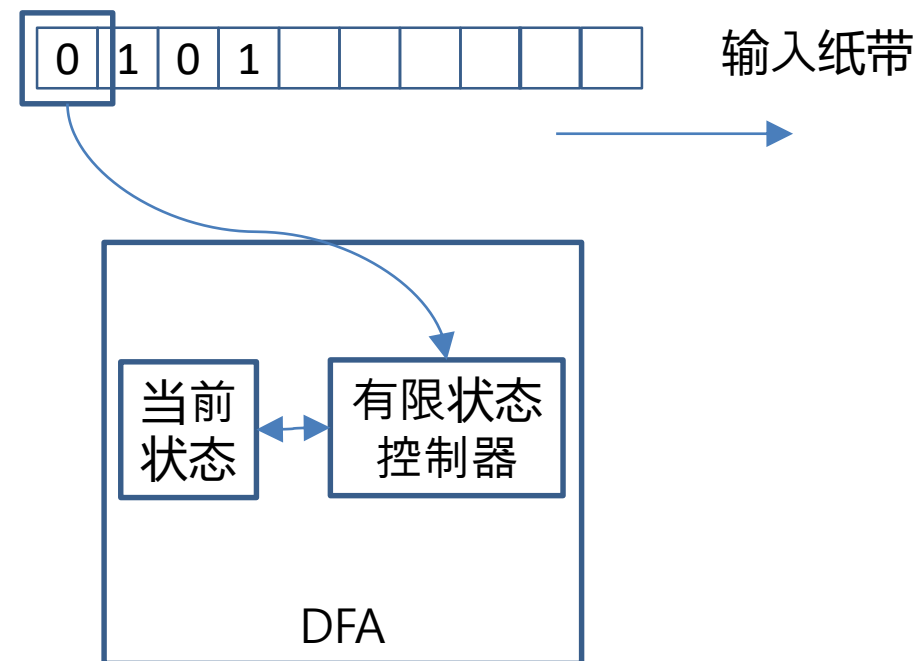
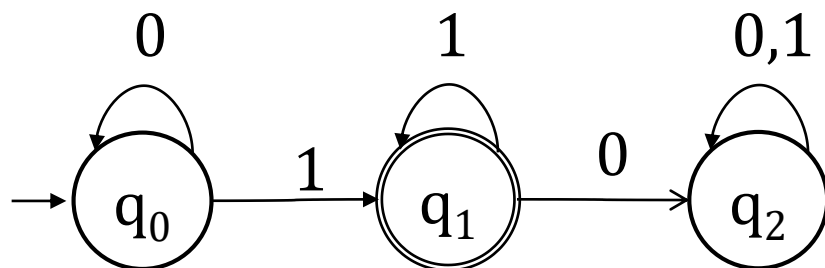
代数 A	转移图 $G(A)$	转移表 T
Q 元素 q	顶点(圆圈)	$T[\text{ind}(q), 0]$
Σ 元素 a	权(弧标记)	$T[0, \text{ind}(a)]$
\cup 元素	边(转移弧)	$T[1.. Q , 1.. \Sigma]$ 元素
q_0	箭头标记顶点	箭头标记 $T[1, 0]$
F 元素	双圈顶点	*标记 $T[1.. Q , 0]$ 元素

代数系统：集合 Q 、 Σ 、运算 \cup 、封闭性

➤➤ DFA的判定性质: DFA接受、拒绝输入串

- 0、1、00、01、000、001、010、0101

	0	1
→q ₀	q ₀	q ₁
*q ₁	q ₂	q ₁
q ₂	q ₂	q ₂



(当前状态, 当前输入符号) -> 当前状态

用算法描述DFA的判定性质(运行过程)

输入: DFA $A=(Q, \Sigma, v, q_0, F)$

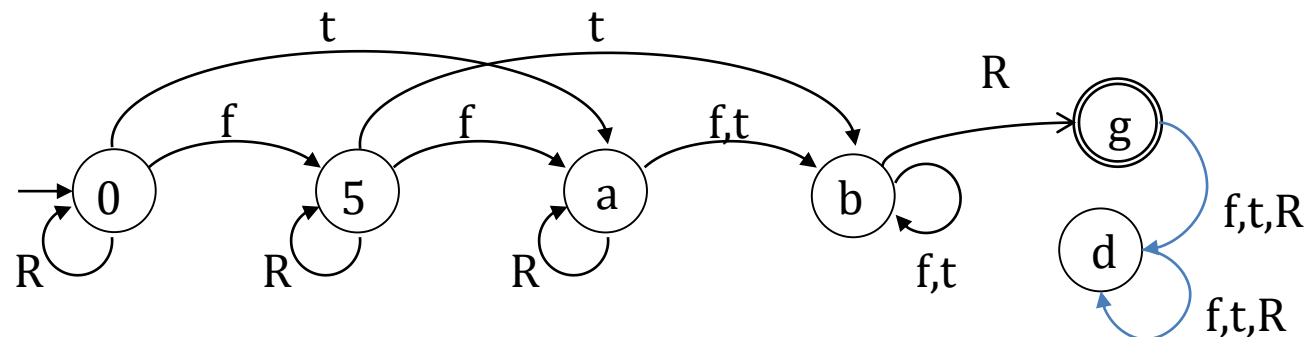
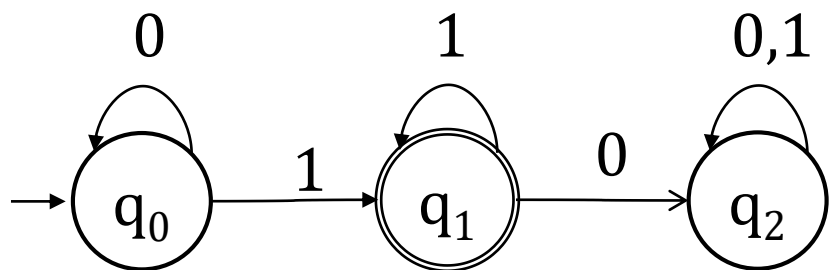
输入: 给定输入串 $w \in \Sigma^*$

输出: $dfa(w)$ 为真接受否则拒绝

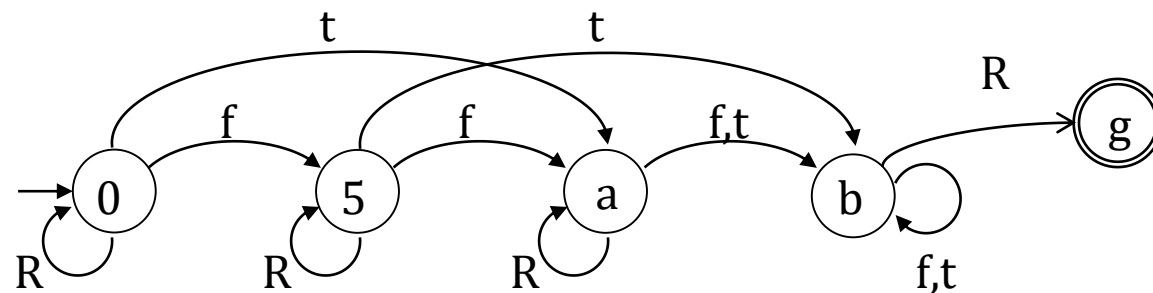
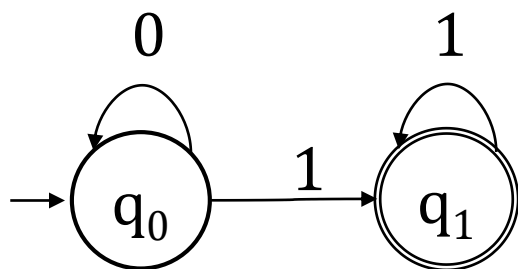
```
int dfa(w) {
    q=q0;           //当前状态
    x=w;             //剩余串
    while (x != ε) {
        x=ay;        //当前输入符号a
        q= v(q, a);  //状态转移
        x=y;         //修改剩余串
    }
    return q∈F;      //为真表示接受
}
```

习惯约定: w, x, y, \dots 是串, a, b, c, \dots 是符号。

简化的DFA (DFA的一般形式)



箭弧是完全的
 即, ν 是映射



箭弧允许有缺失
 即, ν 是关系

➤➤ DFA的通用判定算法

- 算法：DFA的判定性质

输入：DFA $A=(Q, \Sigma, v, q_0, F)$

输入：给定输入串 $w \in \Sigma^*$

输出：dfa(w)为真接受否则拒绝

DFA $A = (Q, \Sigma, v, q_0, F)$,

完全的： $\forall q \in Q \cdot \forall a \in \Sigma \cdot v(q, a) \in Q$,

简化的： $\forall q \in Q \cdot \forall a \in \Sigma \cdot v(q, a) \in Q \cup \{\perp\}$,

为了描述方便， v 的值为 \perp 表示无定义。

```
int dfa(w) {  
    q=q0;  
    x=w;  
    while (x != ε) {  
        x=ay ;  
        //自动机突然死亡以示拒绝  
        if((q=v(q, a))∉Q)return 0;  
        x=y;  
    }  
    return q∈F;  
}
```


形式描述DFA接受串 w

- DFA $A=(Q, \Sigma, v, q_0, F)$ 接受 w 如果对于 $r_0, r_1, \dots, r_n \in Q$ 满足:
 - $r_0 = q_0$
 - $v(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$ 其中 $i = 0, \dots, n-1$
 - $r_n \in F$
- 为方便描述, 使用路径术语:
 - 路径起点 (始端) r_0 , 终点 (末端) r_n , 路径标记 w
 - 路径隐含 $v(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$ 其中 $i = 0, \dots, n-1$
- 何时不接受 (拒绝)?
 - 不存在末端为接受状态的路径 (路径长度为 $|w|$)
 - 或自动机突然死亡 (路径长度 $< |w|$ 且以 w 的一个前缀为标记)

扩展转移函数

- 为了方便表示连续的转移，扩展转移函数 u 为 \tilde{u}
- 归纳定义 \tilde{u} ：

基础: $\tilde{u}(q, \varepsilon) = q$

归纳: $\tilde{u}(q, wa) = u(\tilde{u}(q, w), a)$

- $\tilde{u}(q, w)$ 表示DFA中存在唯一一条始端为 q 末端为 $\tilde{u}(q, w)$ 的标记为 w 的路径。
- 对于简化DFA, $\tilde{u}(q, w)$ 的值又可能为 \perp 。

对于一个 DFA,

给定状态 q ,

给定输入串 $w=a_1a_2...a_n$,

\tilde{u} 是这样计算的:

从 q 开始依次选择标记为 a_1, a_2, \dots, a_n 的弧走过一条路径, 路径末端就是 $\tilde{u}(q, w)$ 。

扩展转移函数举例

$$\begin{aligned}
 &\tilde{v}(q_0, 011) \\
 &= v(\tilde{v}(q_0, 01), 1) \\
 &= v(v(\tilde{v}(q_0, 0), 1), 1) \\
 &= v(v(v(\tilde{v}(q_0, \varepsilon), 0), 1), 1) \\
 &= v(v(v(q_0, 0), 1), 1) \\
 &= v(v(q_0, 1), 1) \\
 &= v(q_1, 1) \\
 &= q_1
 \end{aligned}$$

	0	1
$\rightarrow^* q_0$	q_0	q_1
$*q_1$	q_2	q_1
q_2	q_2	q_2

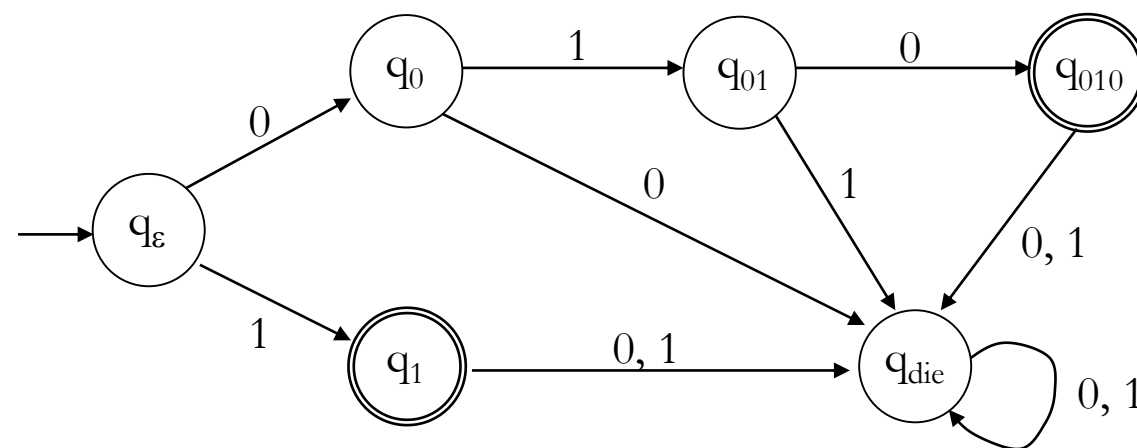
$$\begin{aligned}
 &\tilde{v}(q_0, 101) \\
 &= v(\tilde{v}(q_0, 10), 1) \\
 &= v(v(\tilde{v}(q_0, 1), 0), 1) \\
 &= v(v(q_1, 0), 1) \\
 &= v(q_2, 1) \\
 &= q_2
 \end{aligned}$$

	0	1
$\rightarrow^* q_0$	q_0	q_1
$*q_1$	\perp	q_1

$$\begin{aligned}
 &\tilde{v}(q_0, 101) = \\
 &= v(\tilde{v}(q_0, 10), 1) \\
 &= v(v(\tilde{v}(q_0, 1), 0), 1) \\
 &= v(v(q_1, 0), 1) \\
 &= v(\perp, 1) \\
 &= \perp
 \end{aligned}$$

➤ DFA状态的可达性

- 对于 $q \in Q$ ，不存在始端为 q_0 末端为 q 的路径，则 q 是从初始状态不可达的。如果DFA有这样的状态 q ，则称其具有可达性情形①。
- 对于 $q \in Q$ ， $q_1 \in F$ ，不存在始端为 q 末端为 q_1 的路径，则 q 是不能到达接受状态的。如果DFA有这样的状态 q ，则称其具有可达性情形②。
- 对于 $q \in Q$ ， $q_1 \in F$ ，同时存在始端为 q_0 末端为 q 的路径、始端为 q 末端为 q_1 的路径。如果DFA有这样的状态 q ，则称其具有可达性情形③。



① $\forall w \in \Sigma^* \cdot q \neq \tilde{u}(q_0, w)$

② $\forall p \in F, w \in \Sigma^* \cdot p \neq \tilde{u}(q, w)$

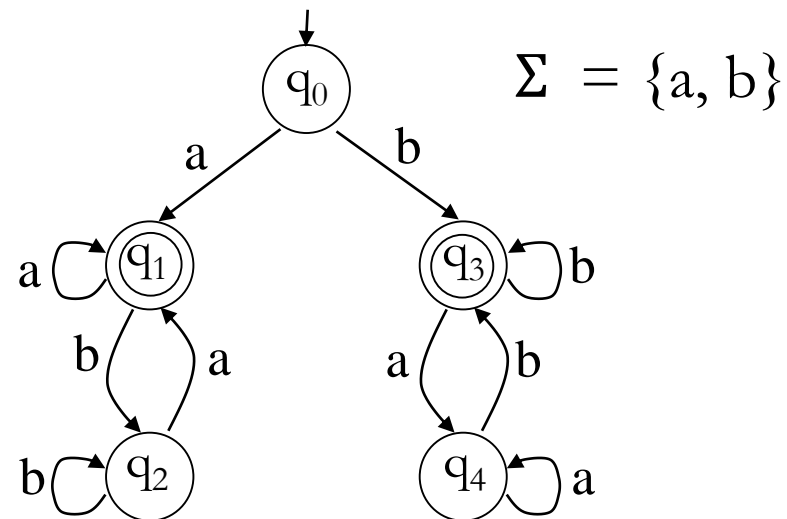
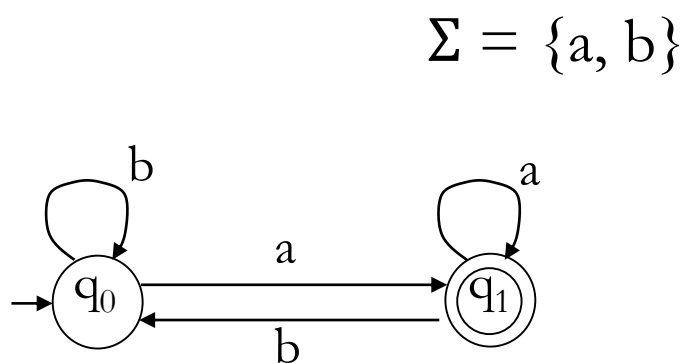
③ $\exists p \in F, \exists x, y \in \Sigma^* \cdot q = \tilde{u}(q_0, x) \wedge p = \tilde{u}(q, y)$

➤➤ DFA定义语言

- DFA $A = (Q, \Sigma, \nu, q_0, F)$
- $L(A) = \{w \in \Sigma^* \mid \tilde{\nu}(q_0, w) \in F\}$
- DFA定义的语言是正则语言
- 语言是正则的如果它是某个DFA的语言

➤➤ DFA的语言示例

- DFA $M = (Q, \Sigma, \nu, q_0, F)$
- $L(M) = \{w \in \Sigma^* \mid \tilde{\nu}(q_0, w) \in F\}$



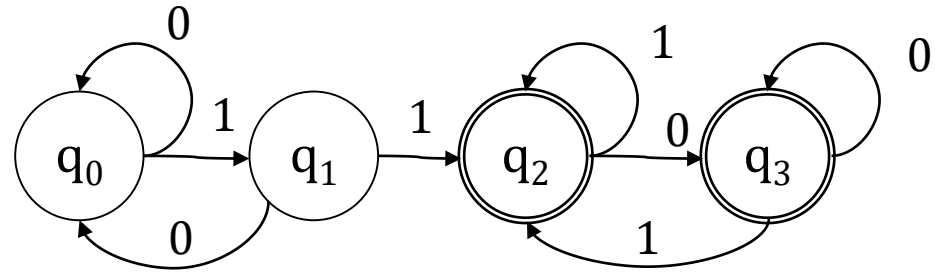
➤➤ {0,1}上的以11为前缀的串

	0	1
→q0	⊥	q1
q1	⊥	q2
*q2	q2	q2

➤➤ {0,1}上的含有子串11的串

	0	1
→q ₀	q ₀	q ₁
q ₁	q ₀	q ₂
*q ₂	q ₃	q ₂
*q ₃	q ₃	q ₂

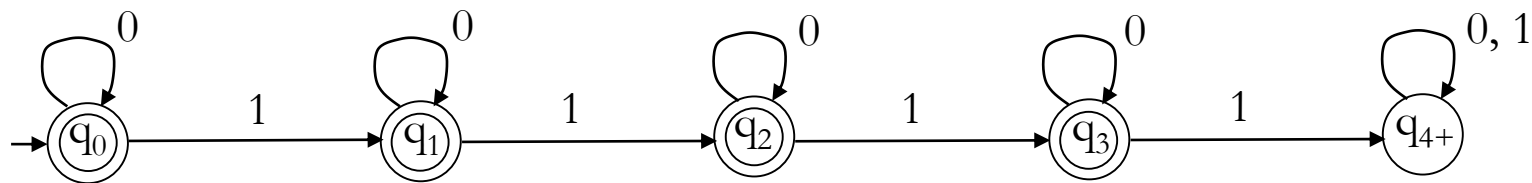
	0	1
→q ₀	q ₀	q ₁
q ₁	q ₀	q ₂
*q ₂	q ₂	q ₂



图(a)

➤➤ $\{0,1\}$ 上最多有三个1的串

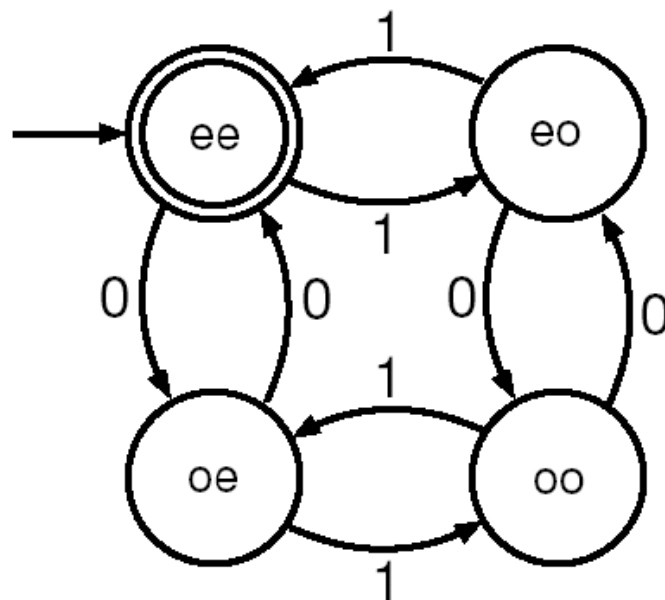
- 构造字母表 $\{0, 1\}$ 上的DFA 接受所有最多含有三个1的串



正则语言的例子

- $\{0,1\}$ 上的, 含有偶数个0和偶数个1 的串的全集, 是正则语言。

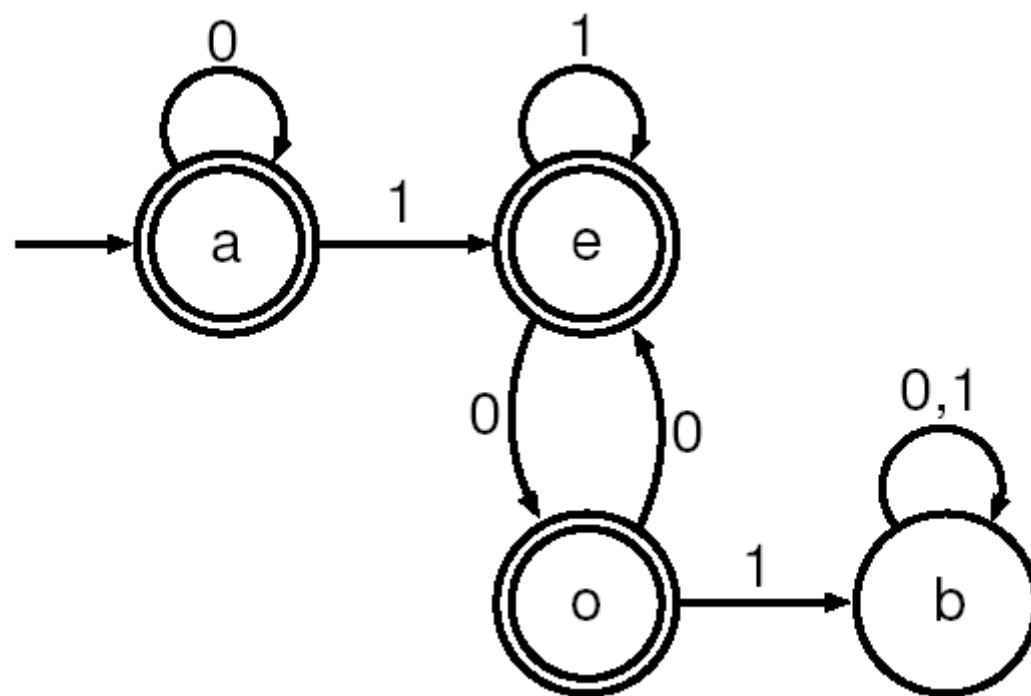
思路：输入串已消耗掉的部分只有四种情况，分别用状态来记住，继续读入符号将继续发生状态转移，当输入串消耗完以后，所达到的状态就决定了原输入串是什么情况，比如偶数个0和偶数个1



正则语言的例子

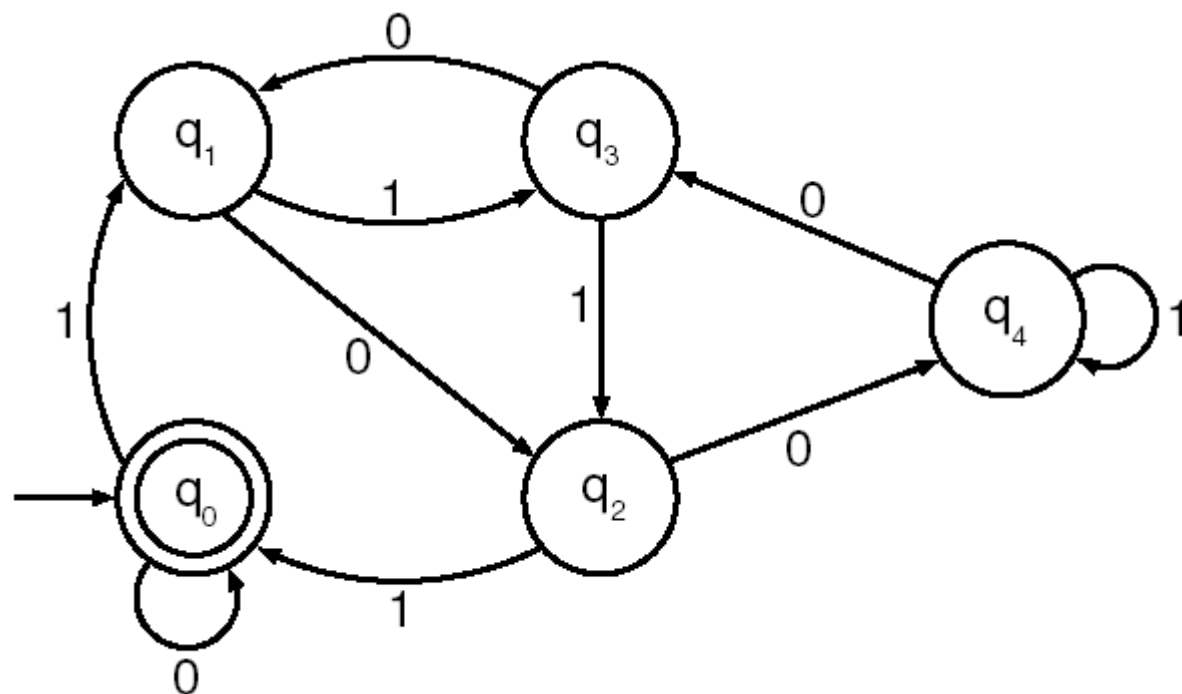
- $\{0,1\}$ 上不包含一对1且中间被奇数个0隔开的任何串。

思路：排除包含模式 $10...01$ 的串，该模式中的0为奇数个



正则语言的例子

- 令 $L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w \text{ 看作二进制数的话能被5整除}\}$



分析：一个数除以5，其余数只能是0, ..., 4五种，因此我们以 q_0, \dots, q_4 分别表示这五种状态。因为接受能被5整除的数，故状态0既为初始状态，又为终结状态。接着，考虑二进制数在其串后增添0或1时，状态的转化情况。在二进制串后添1位，即可理解为将先前的串值乘以二再加上所添的数值。那么，串尾添数后新的数值模5的余数便可以计算出来。即可以得到添0或1后的新的状态。

归纳 $\{0,1\}$ 上语言的DFA设计题目

- 前缀有这个、没这个、同时有这两个、或者有这个或者那个;
- 子串同上;
- 后缀同上;
- 汇总性: 有 n 个1、没有 n 个1、有 n 个1和 m 个0、没有 n 个1同时也没有 m 个0;
- 计算性: 被5整除、是素数、是奇数、是偶数
- 整数、定点数
- 对题目要求: 典型且简单

用状态作记忆

- $\{0, 1\}$ 上以01结尾的串

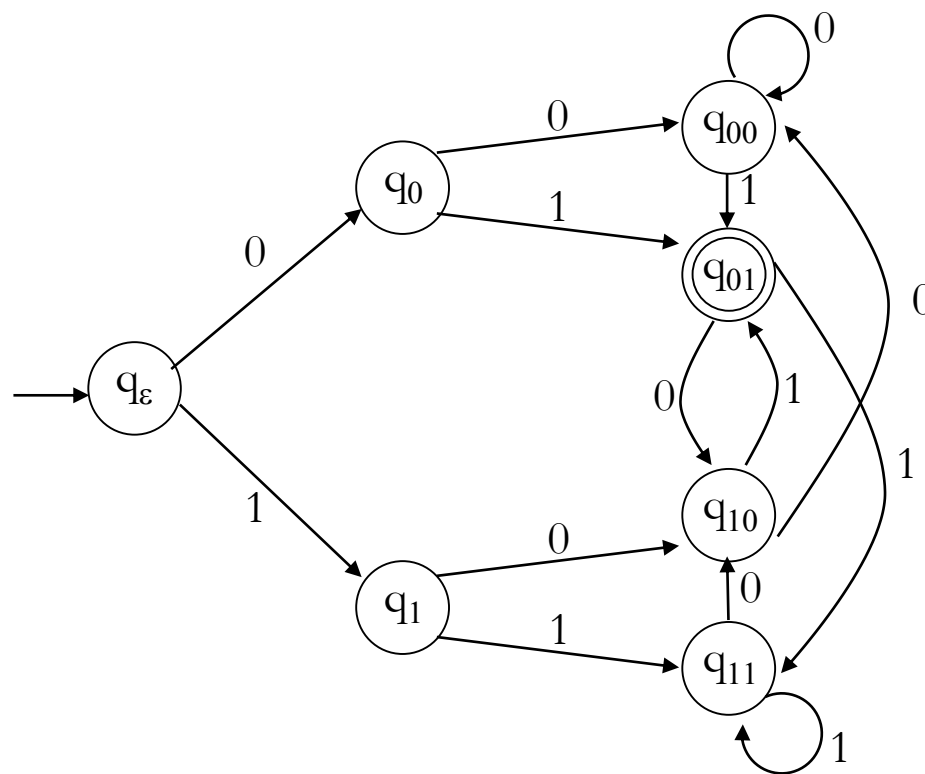
用四个状态记住输入串的前缀的最后两位（已消耗串的最后两位）。

q_{00}

q_{01}

q_{10}

q_{11}



用状态作记忆局限性

- $\{0, 1\}$ 上以 101 结尾的串

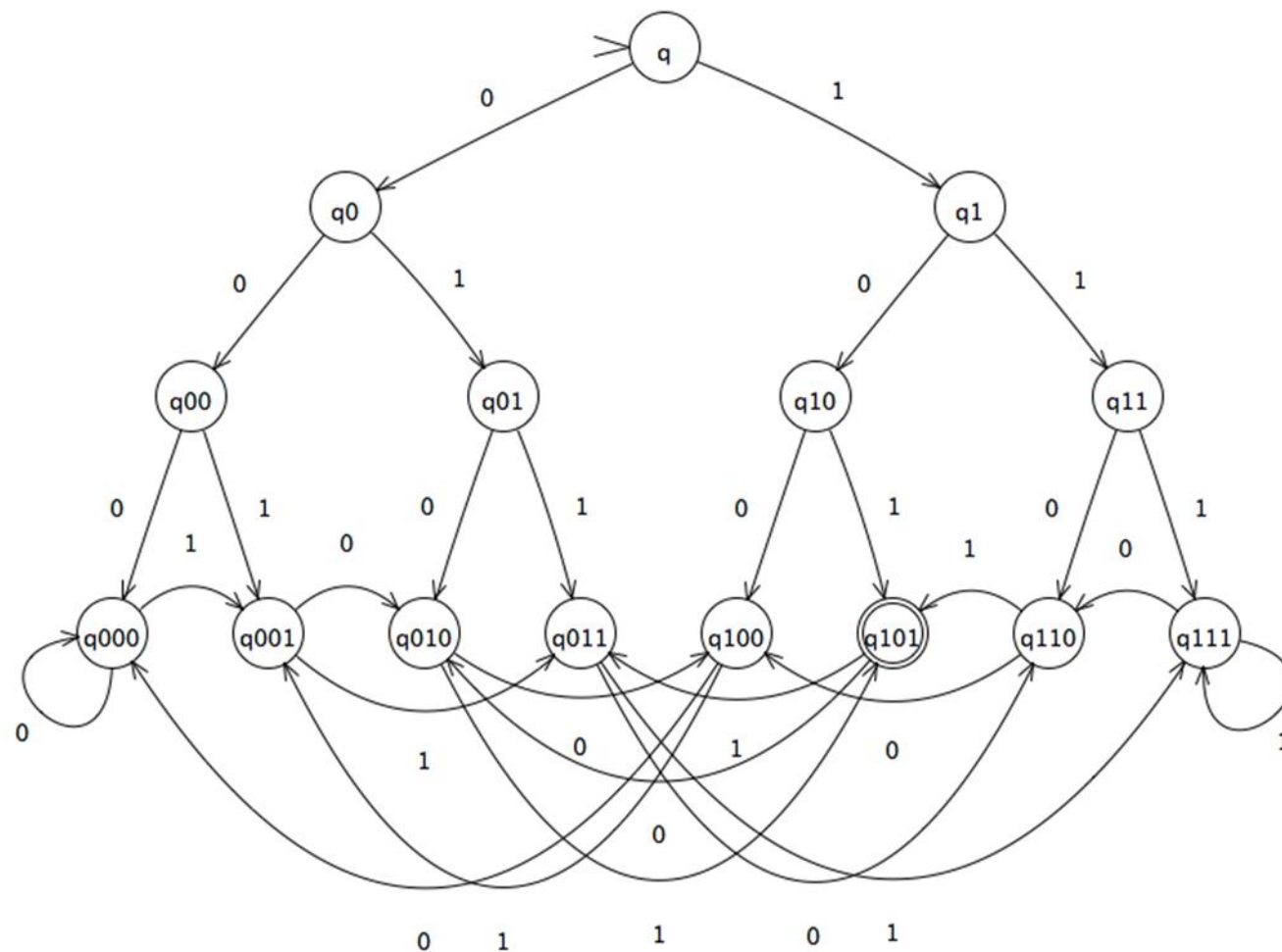
用八个状态记住已消耗串的最后三位。

q_{000}

q_{001}

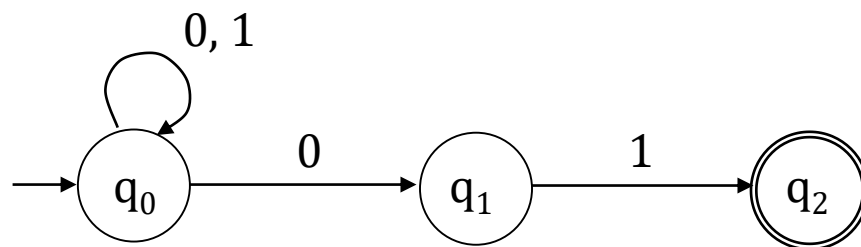
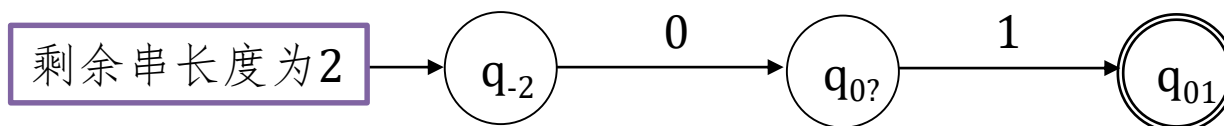
...

q_{111}



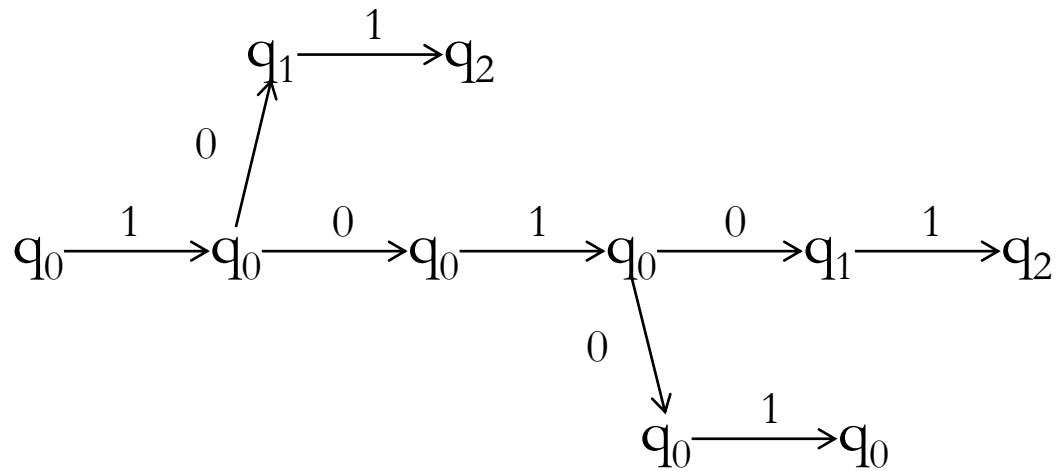
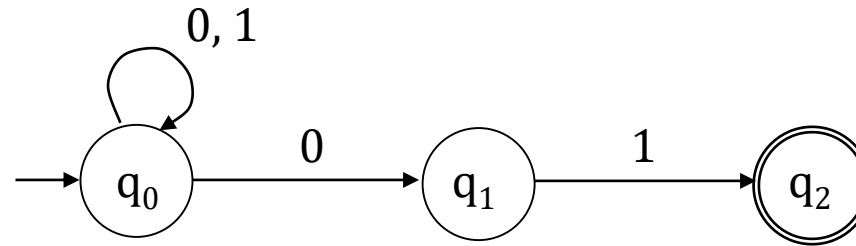
➤➤ 引入不确定性来避免状态爆炸

- 猜测



穷举与猜测

- 输入串10101



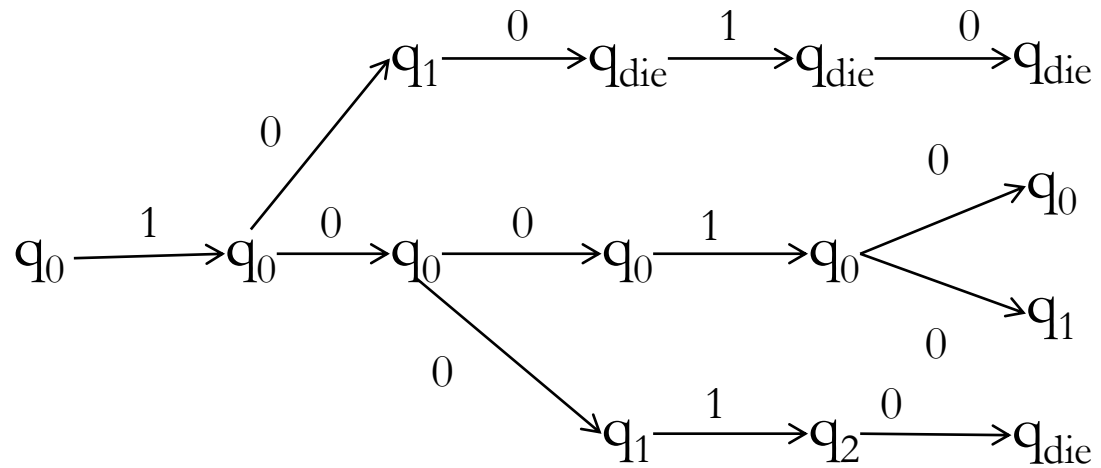
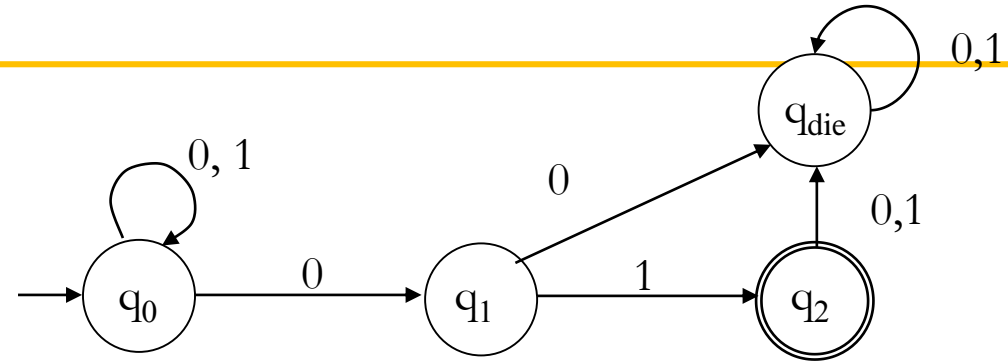
死亡

接受

拒绝

穷举与猜测

- 输入串10010



陷入

拒绝

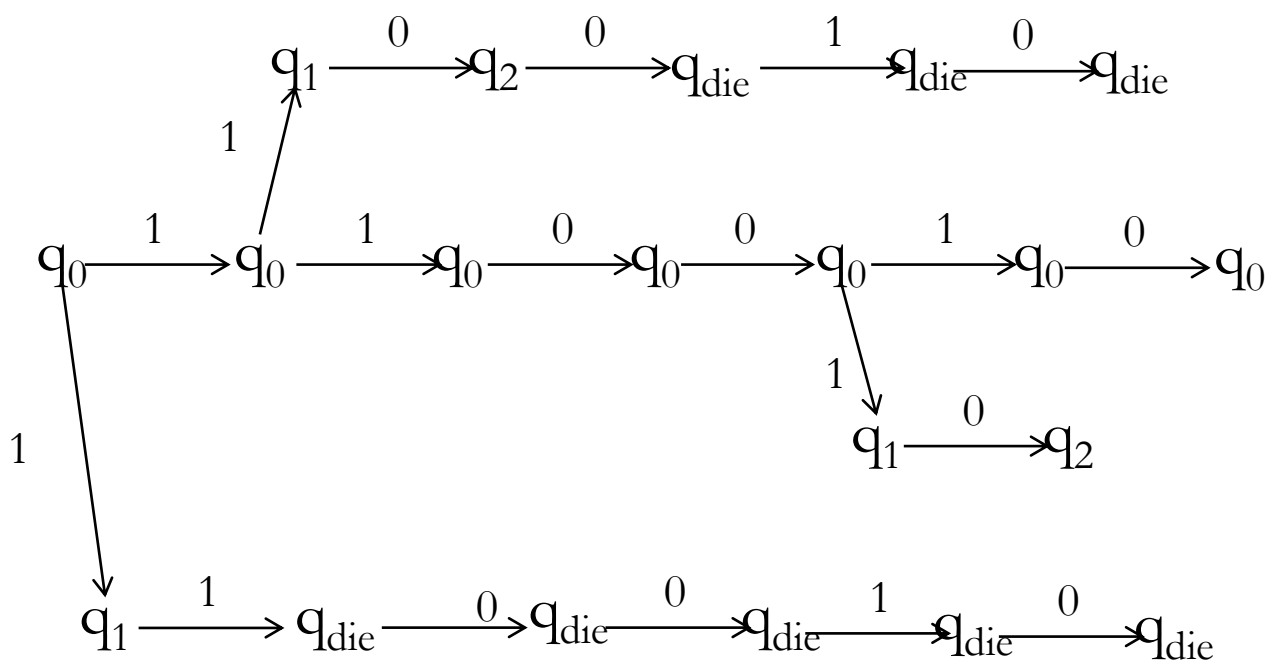
拒绝

➤ 线索穷举

- 对于输入串，线索是自动机的一条以初始状态为起点的状态转移路径，该路径正好消耗掉输入串的某个前缀。线索穷举是有穷自动机的运行方式
 - DFA运行时只有一条线索（路径）。
 - 非确定有穷自动机（NFA）运行时有有穷个线索。
- 对于给定的输入串 w ，只要有一个线索成功，则 w 被自动机接受，否则不被接受
 - 成功的线索：始端为初始状态，标记为 w ，末端为接受状态。
- 在前例中，
 - 以101结尾的简化型NFA对于输入串110101有5个线索，其中有一个成功。
 - 以101结尾的完全型NFA对于输入串110010有4个线索，均不成功。
 - 以101结尾的完全型NFA对于输入串110101有几个个线索？成功者为何？

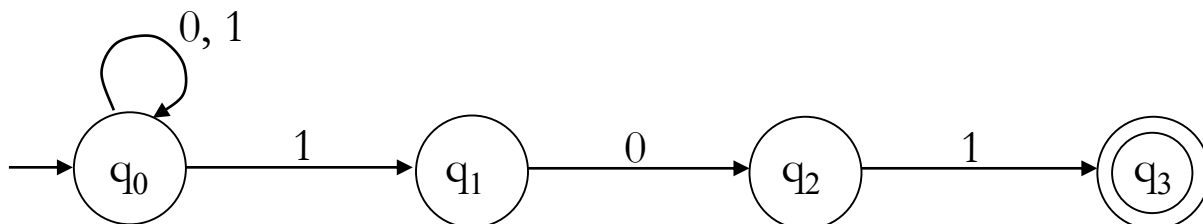
➤➤ NFA的线索穷举成为一个树

- w 为输入串, w 的第 i ($i \geq 0$) 个前缀就是长度为 i 的前缀, 记为 i -前缀
- $w = \text{hello-world}$
- w 前缀: $\varepsilon, h, he, hel, hell, hello, \text{hello-}, \text{hello-w}, \dots, \text{hello-world}$
- w 有 $|w|+1$ 个前缀
- 给定输入串的线索穷举树▶
- 根为初始状态, 层数为0
- 从根到每一个叶子的路径都是一条线索 (每个线索都在树中恰有一条从根到叶子的路径对应)
- 第 i 层 ($i > 0$) 的状态集合 = T_i
- 以根为起点, 无论沿着那条线索, 都消耗掉输入串的 i -前缀并转移到 T_i 中的状态
- T_i 就是活动状态集, 也是 w 的 i -前缀的当前状态集。

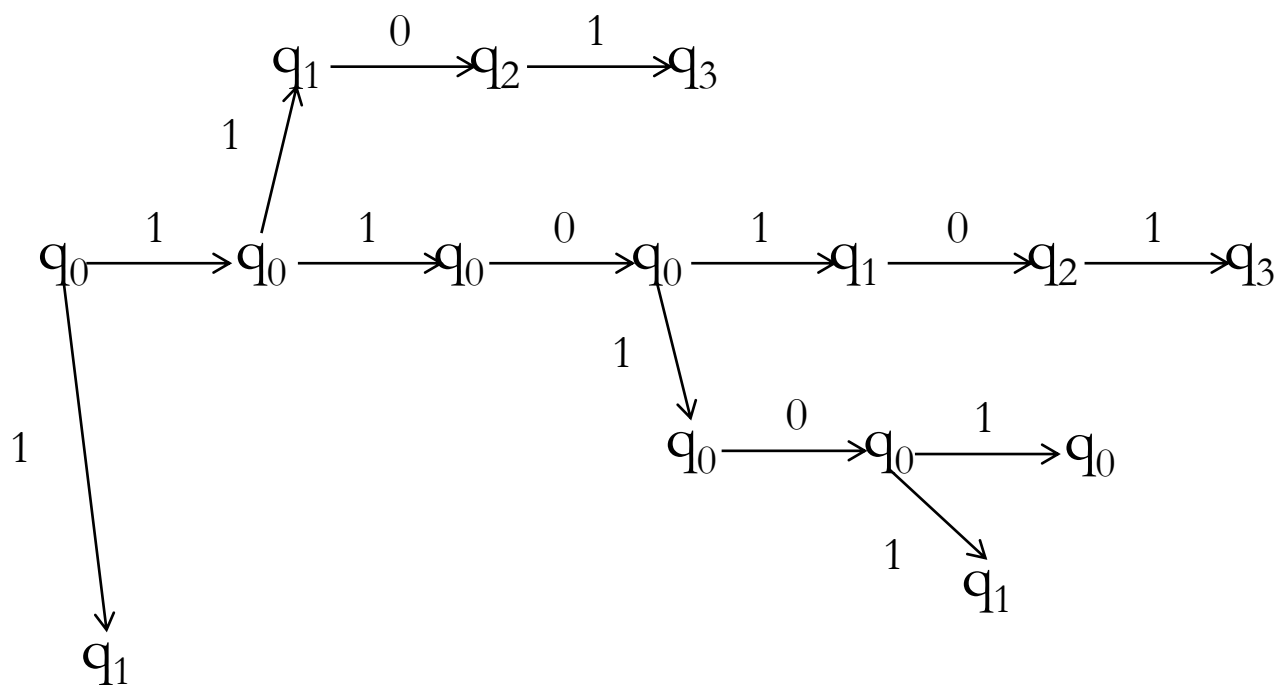


i	T	i-前綴
0	$\{q_0\}$	ε
1	$\{q_0, q_1\}$	1
2	$\{q_0, q_1, q_{die}\}$	11
3	$\{q_0, q_2, q_{die}\}$	110
4	$\{q_0, q_{die}\}$	1100
5	$\{q_0, q_1, q_{die}\}$	11001
6	$\{q_0, q_2, q_{die}\}$	110010

线索穷举树举例



输入串: 110101



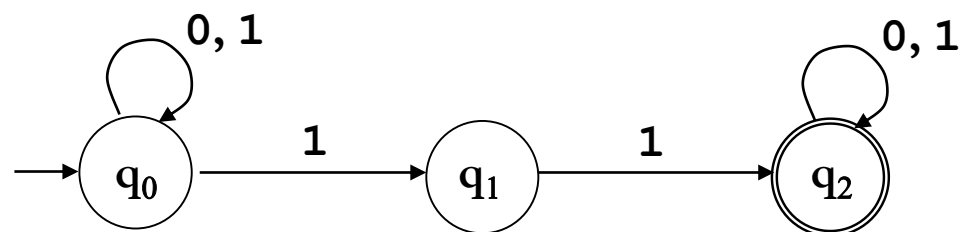
i	T	i-前缀
0	{q ₀ }	ε
1	{q ₀ , q ₁ }	1
2	{q ₀ , q ₁ }	11
3	{q ₀ , q ₂ }	110
4	{q ₀ , q ₁ , q ₃ }	1101
5	{q ₀ , q ₂ }	11010
6	{q ₀ , q ₁ , q ₃ }	110101

➤➤ NFA例

- 构造字母表{0, 1}上的NFA 接受含有子串 11的串。

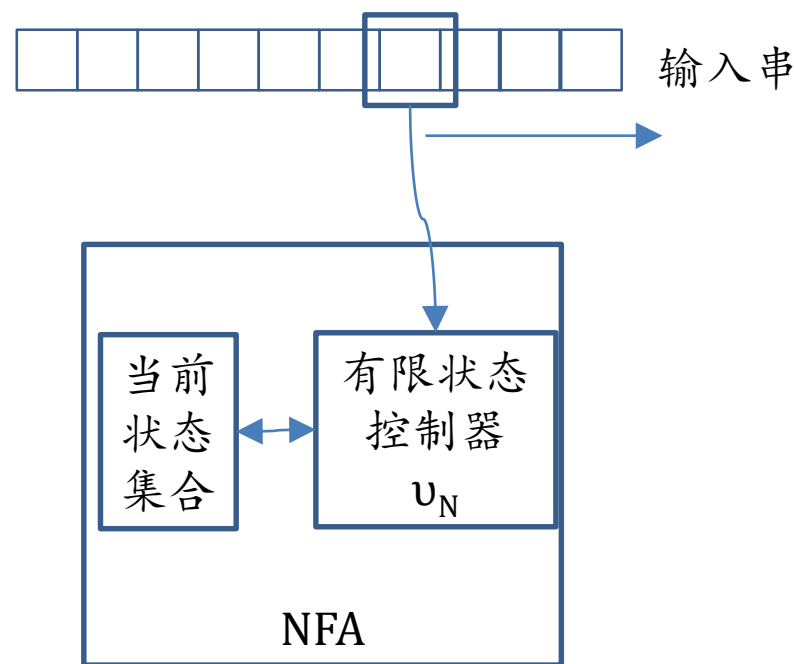
10011010, 11001, 11101 接受

ϵ , 000, 010101 拒绝



➤➤ NFA与DFA有什么不同?

- DFA: 从同一个状态射出的带有相同标记的箭弧最多有一条。
- NFA: 从同一个状态射出的带有相同标记的箭弧可以有多条 (NFA)。
- ϵ -NFA: 有 ϵ -转移的NFA。
- ϵ -转移: 状态间的 ϵ -转移不消耗输入符号。
- 本章2.3小节介绍NFA
- 本章2.4小节介绍 ϵ -NFA
- 之后, 二者不再区分, 都是NFA

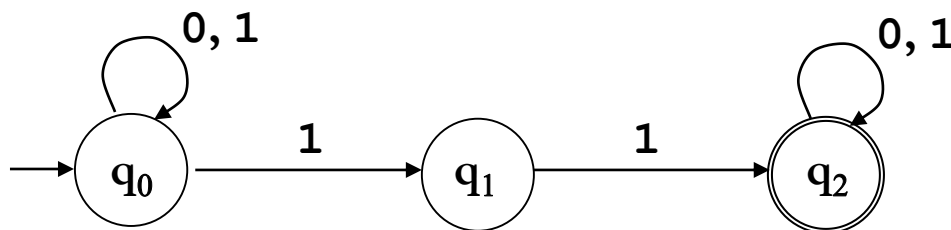


表示NFA：代数、转移图、转移表

- NFA $A=(Q, \Sigma, v, q_0, F)$
 - 状态集 $Q=\{q_0, q_1, q_2\}$
 - 字母表 $\Sigma=\{0, 1\}$
 - 转移函数 $v: Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$
 - 初始状态 $q_0 \in Q$
 - 接受状态集合 $F=\{q_2\} \subseteq Q$

- $v = \{((q_0, 0), \{q_0\}), ((q_0, 1), \{q_0, q_1\}), ((q_1, 0), \{\}), ((q_1, 1), \{q_2\}), ((q_2, 0), \{q_2\}), ((q_2, 1), \{q_2\})\}$
- NFA $A=(\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, v, q_0, \{q_2\})$

两种定义：转移函数 v 是映射； v 允许 \perp 值
用 $v(q, a) = \perp$ 表示 $v(q, a)$ 无定义。



	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	φ	$\{q_2\}$
$*q_2$	$\{q_2\}$	$\{q_2\}$

➤➤ NFA的判定性质

- 输入: NFA $A=(Q, \Sigma, v, q_0, F)$, $w \in \Sigma^*$
- 输出: 接受、拒绝 w

```
int nfa(w) {  
    T = {q0};           //活动状态集初始化  
    x = w;                //剩余串初始化  
    while (x != ε) {  
        x = ay;           //求出当前输入符号a  
        T =  $\cup_{q \in T} v(q, a)$ ; //更新活动状态集  
        x = y;            //更新剩余串  
    }  
    return  $T \cap F \neq \varnothing$ ; //活动状态集中若有接受状态则接受  
}
```


➤➤ NFA的扩展转移函数

- 为了方便表示读入一个串所发生的连续转移，扩展转移函数 v 为 \tilde{v} ， \tilde{v} 被称为扩展转移函数。
- 归纳方式定义为：
- 基础： $\tilde{v}(q, \varepsilon) = \{q\}$
- 归纳： $\tilde{v}(q, wa) = \cup_{p \in \tilde{v}(q, w)} v(p, a)$

q 是NFA的状态，
 对于串 $w = a_1 a_2 \dots a_n$ ，
 $T_0 = \{q\}$ ，
 $T_i = \cup_{p \in T_{i-1}} v(p, a_i), 1 \leq i \leq n$ ，
 那么 $\tilde{v}(q, w) = T_n$

- $\tilde{v}(q, w)$ ：对于始端为 q ，标记为 w 的所有路径，由它们的末端组成的集合。

例2-12的示例

$$\begin{aligned}
 \tilde{v}(q_0, 01011) &= \cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 0101)} \cdot v(p, 1) \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 010)} \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 01)} \cdot v(p, 0)] \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 0)} \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 0)] \cdot v} \\
 &\quad (p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in \tilde{v}(q_0, \varepsilon)} \cdot v(p, 0)] \cdot v(p,} \\
 &\quad 1)] \cdot v(p, 0)] \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in \{q_0\}} \cdot v(p, 0)] \cdot v(p, 1)] \cdot} \\
 &\quad v(p, 0)] \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in \{q_0, q_1\}} \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 0)] \cdot v} \\
 &\quad (p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in [\cup_{p \in \{q_0, q_2\}} \cdot v(p, 0)] \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in [\cup_{p \in \{q_0, q_1\}} \cdot v(p, 1)] \cdot v(p, 1)} \\
 &= \cup_{p \in \{q_0, q_2\}} \cdot v(p, 1) \\
 &= \{q_0\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{v}(q_0, \varepsilon) &= \{q_0\} \\
 \tilde{v}(q_0, 0) &= \cup_{p \in \tilde{v}(q_0, \varepsilon)} \cdot v(p, 0) = \{q_0, q_1\} \\
 \tilde{v}(q_0, 01) &= \cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 0)} \cdot v(p, 1) = v(q_0, 1) \cup \\
 &\quad v(q_1, 1) = \{q_0, q_2\} \\
 \tilde{v}(q_0, 010) &= \cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 01)} \cdot v(p, 0) = v(q_0, 0) \\
 &\quad \cup v(q_2, 0) = \{q_0, q_1\} \\
 \tilde{v}(q_0, 0101) &= \cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 010)} \cdot v(p, 1) = v(q_0, \\
 &\quad 1) \cup v(q_1, 1) = \{q_0, q_2\} \\
 \tilde{v}(q_0, 01011) &= \cup_{p \in \tilde{v}(q_0, 0101)} \cdot v(p, 1) = v \\
 &\quad (q_0, 1) \cup v(q_2, 1) = \{q_0\}
 \end{aligned}$$

➤➤ NFA的语言

- NFA $A=(Q, \Sigma, v, q_0, F)$ 的语言,
- $L(A) = \{w \in \Sigma^* \mid \tilde{v}(q_0, w) \cap F \neq \varnothing\}$ 。
- 这个定义也显示，只要有一个成功线索，就表示接受该输入串。
- 证明例2.12接受 $\{0,1\}$ 上后缀为01的串组成的语言
 - 命题一： $w \in \Sigma^*, q_0 \in \tilde{v}(q_0, w)$;
 - 命题二： $q_1 \in \tilde{v}(q_0, w)$ ，当且仅当 w 以0结尾；
 - 命题三： $q_2 \in \tilde{v}(q_0, w)$ ，当且仅当 w 以01结尾。

➤➤ 小结

- DFA: 定义及表示、判定性算法、扩展转移函数、语言与DFA构建。
- NFA: 定义及表示, 判定性算法、扩展转移函数、线索穷举, 活动状态集
- 习题
- p50: 2.1~2.4