第 7 章习题解答

7-1　按磁动势等效、功率相等的原则，三相坐标系变换到两相静止坐标系的变换矩阵为

$$C_{3/2}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}$$

现有三相正弦对称电流 $i_A=I_m\cos(\omega t)$，$i_B=I_m\cos(\omega t-\frac{2\pi}{3})$，$i_C=I_m\cos(\omega t+\frac{2\pi}{3})$，求变换后两相静止坐标系中的电流 $i_{s\alpha}$ 和 $i_{s\beta}$，分析两相电流的基本特征与三相电流的关系。

解：两相静止坐标系中的电流

$$\begin{bmatrix}i_{s\alpha}\\ i_{s\beta}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_A\\ i_B\\ i_C\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}i_A & -\frac{1}{2}i_B & -\frac{1}{2}i_C\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}i_B & -\frac{\sqrt{3}}{2}i_C\end{bmatrix}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\frac{3}{2}i_A & 0 & 0\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}i_B & -\frac{\sqrt{3}}{2}i_C\end{bmatrix}$$

其中，$i_A+i_B+i_C=0$

$$\begin{bmatrix}i_{s\alpha}\\ i_{s\beta}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix}\frac{3}{2}i_A & 0 & 0\\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}i_B & -\frac{\sqrt{3}}{2}i_C\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{2}{3}}I_m\begin{bmatrix}\frac{3}{2}\cos(\omega t)\\ \frac{\sqrt{3}}{2}[\cos(\omega t-\frac{2\pi}{3})-\cos(\omega t+\frac{2\pi}{3})]\end{bmatrix}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}I_m\begin{bmatrix}\frac{3}{2}\cos(\omega t)\\ \frac{\sqrt{3}}{2}[\frac{e^{j(\omega t-\frac{2\pi}{3})}+e^{-j(\omega t-\frac{2\pi}{3})}}{2}-\frac{e^{j(\omega t+\frac{2\pi}{3})}+e^{-j(\omega t+\frac{2\pi}{3})}}{2}]\end{bmatrix}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}I_m\begin{bmatrix}\frac{3}{2}\cos(\omega t)\\ \frac{\sqrt{3}}{2}[\frac{e^{-j\frac{2\pi}{3}}-e^{j\frac{2\pi}{3}}}{2}e^{j\omega t}+\frac{e^{j\frac{2\pi}{3}}-e^{-j\frac{2\pi}{3}}}{2}e^{-j\omega t}]\end{bmatrix}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}I_m\begin{bmatrix}\frac{3}{2}\cos(\omega t)\\ -\frac{\sqrt{3}}{2}(e^{j\frac{2\pi}{3}}-e^{-j\frac{2\pi}{3}})\frac{e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}}{2}\end{bmatrix}$$

$$=\sqrt{\frac{2}{3}}I_m\begin{bmatrix}\frac{3}{2}\cos(\omega t)\\ \sqrt{3}\sin(\frac{2\pi}{3})\sin(\omega t)\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{3}{2}}I_m\begin{bmatrix}\cos(\omega t)\\ \sin(\omega t)\end{bmatrix}$$

两相电流与三相电流的的频率相同，两相电流的幅值是三相电流的的$\sqrt{\frac{3}{2}}$倍，两相电流的相位差$\frac{\pi}{2}$。

7-2　两相静止坐标系到两相旋转坐标系的变换阵为

$$C_{2s/2r}=\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}$$

将上题中的两相静止坐标系中的电流$i_{s\alpha}$和$i_{s\beta}$变换到两相旋转坐标系中的电流i_{sd}和i_{sq}，坐标系旋转速度$\frac{d\varphi}{dt}=\omega_1$。分析当$\omega_1=\omega$时，$i_{sd}$和$i_{sq}$的基本特征，电流矢量幅值$i_s=\sqrt{i_{sd}^2+i_{sq}^2}$与三相电流幅值$I_m$的关系，其中$\omega$是三相电源角频率。

解：两相静止坐标系中的电流

$$\begin{bmatrix}i_{s\alpha}\\ i_{s\beta}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{3}{2}}I_m\begin{bmatrix}\cos(\omega t)\\ \sin(\omega t)\end{bmatrix}$$

两相旋转坐标系中的电流

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\end{bmatrix}&=\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}i_{s\alpha}\\ i_{s\beta}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{3}{2}}I_m\begin{bmatrix}\cos\varphi & \sin\varphi\\ -\sin\varphi & \cos\varphi\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\cos(\omega t)\\ \sin(\omega t)\end{bmatrix}\\ &=\sqrt{\frac{3}{2}}I_m\begin{bmatrix}\cos\varphi\cos(\omega t)+\sin\varphi\sin(\omega t)\\ \cos\varphi\sin(\omega t)-\sin\varphi\cos(\omega t)\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{3}{2}}I_m\begin{bmatrix}\cos(\omega t-\varphi)\\ \sin(\omega t-\varphi)\end{bmatrix}\end{aligned}$$

当$\frac{d\varphi}{dt}=\omega_1$时，$\varphi=\omega_1 t$，两相旋转坐标系中的电流

$$\begin{bmatrix}i_{sd}\\ i_{sq}\end{bmatrix}=\sqrt{\frac{3}{2}}I_m\begin{bmatrix}\cos(\omega t-\varphi)\\ \sin(\omega t-\varphi)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\sqrt{\frac{3}{2}}I_m\\ 0\end{bmatrix}$$

电流矢量幅值

$$i_s=i_{sd}=\sqrt{\frac{3}{2}}I_m$$

7-3　按转子磁链定向同步旋转坐标系中状态方程为

$$\begin{aligned}\frac{d\omega}{dt}&=\frac{n_p^2L_m}{JL_r}i_{st}\psi_r-\frac{n_p}{J}T_L\\ \frac{d\psi_r}{dt}&=-\frac{1}{T_r}\psi_r+\frac{L_m}{T_r}i_{sm}\\ \frac{di_{sm}}{dt}&=\frac{L_m}{\sigma L_sL_rT_r}\psi_r-\frac{R_sL_r^2+R_rL_m^2}{\sigma L_sL_r^2}i_{sm}+\omega_1 i_{st}+\frac{u_{sm}}{\sigma L_s}\\ \frac{di_{st}}{dt}&=-\frac{L_m}{\sigma L_sL_r}\omega\psi_r-\frac{R_sL_r^2+R_rL_m^2}{\sigma L_sL_r^2}i_{st}-\omega_1 i_{sm}+\frac{u_{st}}{\sigma L_s}\end{aligned}$$

坐标系的旋转角速度为

$$\omega_1 = \omega + \frac{L_m}{T_r \psi_r} i_{st}$$

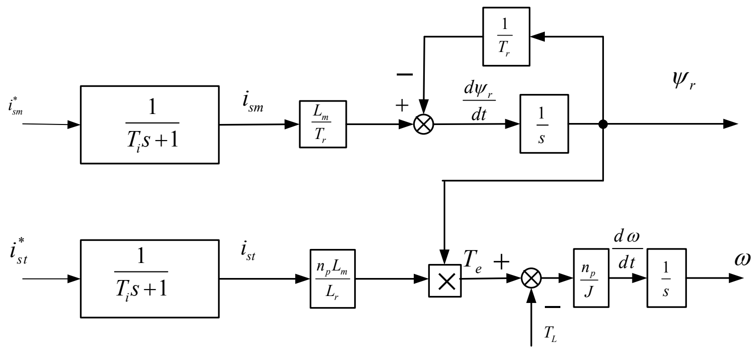
假定电流闭环控制性能足够好，电流闭环控制的等效传递函数为惯性环节，

$$\frac{di_{sm}}{dt} = -\frac{1}{T_i} i_{sm} + \frac{1}{T_i} i_{sm}^*$$

$$\frac{di_{st}}{dt} = -\frac{1}{T_i} i_{st} + \frac{1}{T_i} i_s^*$$

T_i 为等效惯性时间常数，画出电流闭环控制后系统的动态结构图，输入为i_{sm}^*和i_s^*，输出为ω和ψ_r，讨论系统的稳定性。

解：电流闭环控制后系统的动态结构图



转子磁链ψ_r子系统稳定，而转速ω子系统不稳定。

7-4 笼型异步电动机铭牌数据为：额定功率$P_N = 3kW$，额定电压$U_N = 380V$，额定电流$I_N = 6.9A$，额定转速$n_N = 1400r/\min$，额定频率$f_N = 50Hz$，定子绕组 Y 联接。由实验测得定子电阻$R_s = 1.85\Omega$，转子电阻$R_r = 2.658\Omega$，定子自感$L_s = 0.294H$，转子自感$L_r = 0.2898H$，定、转子互感$L_m = 0.2838H$，转子参数已折合到定子侧，系统的转动惯量$\mathrm{J} = 0.1284\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$，电机稳定运行在额定工作状态，假定电流闭环控制性能足够好。试求：转子磁链ψ_r和按转子磁链定向的定子电流两个分量i_{sm}、i_{st}。

解：由异步电动机稳态模型得额定转差率

$$s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} = \frac{1500-1400}{1500} = \frac{1}{15}$$

额定转差

$$\omega_{sN} = s_N \omega_1 = s_N 2\pi f_N = \frac{100\pi}{15} rad/s$$

电流矢量幅值

$$i_s = \sqrt{i_{sm}^2 + i_{st}^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_m = \sqrt{3} \times 6.9A$$

由按转子磁链定向的动态模型得

$$\frac{d\psi_r}{dt} = -\frac{}{T_r} + \frac{}{T_r}$$

$$\omega_s = \frac{}{T_r \psi_r}$$

稳定运行时，$\frac{d\psi_r}{dt} =$ ，故 $\psi_r =$ ，

$$i_{st} = \frac{T}{L_m} = \quad = \frac{100}{15} \times \frac{}{2.058} =$$

$$i_s = \sqrt{i_{sm}^2 + i_{st}^2} = \sqrt{1 + 2.2835^2} i_{sm} = 2.493 i_{sm} = \sqrt{3} \times 6.9$$

解得

$$i_{sm} = \frac{\sqrt{3} \times 6.9}{2.493} = 4.79\text{A}$$

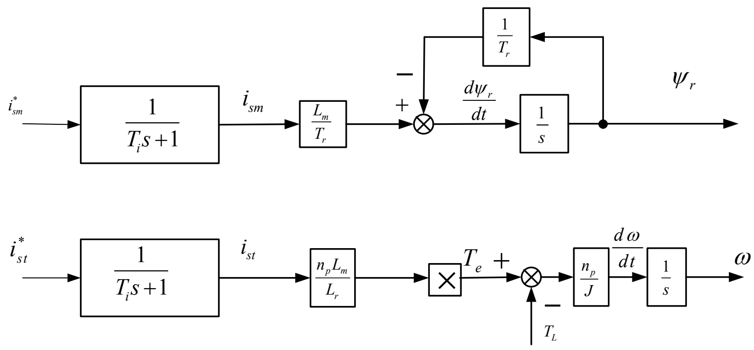
$$i_{st} = \quad = \quad \times \quad 7\text{A}$$

转子磁链

$$\psi_r = \quad = \quad \times \quad 9\text{Wb}$$

7-5 根据题 7-3 得到电流闭环控制后系统的动态结构图，电流闭环控制等效惯性时间常数 $T_i = 0.001\text{s}$，设计矢量控制系统转速调节器 ASR 和磁链调节器 AFR，其中，ASR 按典型 **II** 型系统设计，AFR 按典型 **I** 型系统设计，调节器的限幅按 2 倍过流计算，电机参数同题 7-4。

解：忽略转子磁链的交叉耦合，电流闭环控制后系统的动态结构图



（1） 磁链调节器 AFR 设计

转子磁链 ψ_r 的等效传递函数 $W_\psi(s)=\dfrac{\psi_r(s)}{i_{sm}(s)}=\dfrac{1}{T_i s+1}\dfrac{L_M}{T_r s+1}$，$AFR$ 选用 PI 调节器 $W_{PI}(s)=\dfrac{K_{PI}(\tau s+1)}{\tau s}$，校正后系统的开环传递函数 $W(s)=\dfrac{K_{PI}(\tau s+1)}{\tau s}\dfrac{1}{T_i s+1}\dfrac{L_M}{T_r s+1}$，令 $\tau=T_r$，则校正后系统的开环传递函数 $W(s)=\dfrac{K_{PI}L_M}{\tau s(T_i s+1)}$，等效开环传系函数 $K=\dfrac{K_{PI}L_M}{\tau}$，惯性时间常数 $T=T_i$，按 $KT=0.5$ 设计。

（2）转速调节器 ASR 设计

忽略负载转矩及转子磁链的变化率，即 $T_L=0$， $\psi_r=$常数，则转速 ω 的等效传递函数 $W_\omega(s)=\dfrac{\omega(s)}{i_{st}(s)}=\dfrac{1}{T_i s+1}\dfrac{n_p^2 L_m \psi_r}{JL_r s}$ ，校正后系统的开环传递函数 $W(s)=\dfrac{K_{PI}(\tau s+1)}{\tau s}\dfrac{1}{T_i s+1}\dfrac{n_p^2 L_m\psi_r}{JL_r s}=\dfrac{K_{PI}n_p^2 L_m\psi_r(\tau s+1)}{JL_r\tau s^2(T_i s+1)}$，等效开环传系函数 $K=\dfrac{K_{PI}n_p^2 L_m\psi_r}{JL_r\tau}$， $\tau=hT_i$，中频段宽度按 $h=5$ 设计。

7-6 用 MATLAB 仿真软件，建立异步电动机的仿真模型，分析起动、加载电动机的过渡过程，电动机参数同题 7-4。

7-7 对异步电动机矢量控制系统进行仿真，分析仿真结果，观察在不同坐标系中的电流曲线，转速调节器 ASR 和磁链调节器 AFR 参数变化对系统的影响。

7-8 用 MATLAB 仿真软件，对直接转矩控制系统进行仿真，分析仿真结果，观察转矩与磁链双位式控制器环宽对系统性能的影响。

7-9 根据仿真结果，对矢量控制系统直接转矩控制系统作分析与比较。

习题 7-6 至 7-9 由读者自行仿真，并分析比较。