

第2章 风力发电机组结构和主要理论

2.1 风力发电机组基本结构

风力机的样式虽然很多，但其原理和结构总的来说还是大同小异的。这里以水平轴风力机为例做介绍。它主要由以下几部分组成：风轮、传动机构（增速箱）、发电机、机座、塔架、调速器、限速器、调向器、停车制动器等，如图 2-1 所示。

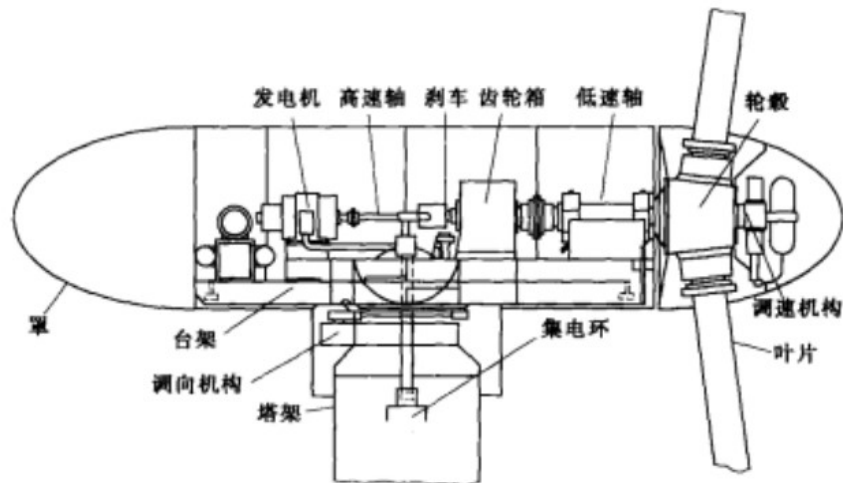


图 2-1 风力机的结构和组成

（1）轮毂。风力机叶片都要装在轮毂上，轮毂是风轮的枢纽，也是叶片根；风力机叶片都要转在轮上；轮毂是风轮的枢纽，也是叶片根部与机座的连接件；所有从叶片传来的力，都通过轮传递到传动系统，再传到风力机的驱动对象，同时轮毂也是控制叶片的桨距使叶片做俯仰转动的所在；在设计中应保证足够的强度。

（2）调速或限速装置。在很多情况下，要求风力机不论风速如何变化，转速总保持恒定或不超过某一限定值。为此，采用了调速和限速装置，当风速过高时，这些装置还用来限制功率，并减小作用在叶片上的边。调速或限速装置有各种各样的类型，但从原理上来看大致有三类：第一类是使风轮偏离主风向；第二类是利用气动阻力；第三类是改变叶片的桨距角。

（3）塔架。风力机搭载有机舱和转子。通常高的塔架具有优势。管状的塔架对于维修人员更为安全。因为他们可以通过内部的梯子达到塔顶。格状塔架的优点在于它比较便宜。风力机的塔架除了要支撑风力机的重量，还要承受吹向风

力机和塔架的风压，以及风力机的运行中的动载荷。它的刚度和风力机的振动有密切关系，如果说塔架对于小型风力机影响还不太大的话。对大、中型风力机的影响就不容忽视了。

(4) 机舱。机舱包容着风力机的关键设备，包括齿轮箱、发电机。维护人员可以通过风力机进入机舱。

(5) 叶片。捕获风能并将风力传送到转子轴心。现代 600kW 风机上每个叶片的测量长度大约为 20m，而且被设计的很像飞机的机翼。

(6) 低速轴。风力机的低速轴将转子轴心与齿轮箱连接在一起。在现代 600kW 风电机上，转子转速相当慢，大约为 19~30r/min。轴中有用于液压系统的导管来激发空气动力闸的运行。

(7) 齿轮箱。风力机转子旋转产生的能量，通过主轴、齿轮箱及高速轴传送到发力机，使得齿轮箱，可以将风力机转子上较低转速、较高转矩转换为用于发电机上的较高转速、较低转矩。风力机上的齿轮箱通常在转子及发电机转速之间具有单一的齿轮比。对于 600kW 或 750kW 机组的齿轮比大约为 1:50。

(8) 高速轴及其机械闸。高速轴以 1500r/min 运转，并驱动发电机。它装备有紧急机械闸，用于空气动力闸失效时或风力机被维修时使用。

(9) 发电机，通常为感应电机或异步发电机，在现代风机上，最大电力输出通常为 500~1500kW 或者更大（海上风力机电力输出功率已达到 5000kW）。

(10) 偏航装置。借助电动机转动机舱，以使转子正对着风。偏航装置由电子控制器操作，电子控制器可以通过风向标来感受风向。

(11) 电子控制器。包含一台不断监控风力机状态的计算机，并控制偏航装置，为防止任何故障（即齿轮箱或发电机的过热），该控制器可以自动停止风力机的转动，并通过电话调制解调器来呼叫风力机操作员。

(12) 液压系统。用于重置风力机的空气动力闸。

(13) 风速计及风向标。用于测量风速及风向。

(14) 冷却系统。发电机在运转时需要冷却。在大部分风力机上，使用大型风扇来空冷，还有一部分制造商采用水冷。水冷发电机更加小巧，而且电效高，但这种方式需要在机舱内设置散热器，来消除液体冷却系统产生的热量。

2.2 风力发电系统的分类

风力发电系统种类繁多，根据不同的标准可以进行多种分类。

2.2.1 根据发电机类型分类

(1) 笼型恒速发电机

笼型异步发电机只能工作在额定转速以上 1%~5%，输入风功率既不能太大也不能太小。若发生电机转速超过上限，电机将进入不稳定运行区域。因此，在多数场合需将两台分别为低速和高速的笼型异步发电机配合使用，以充分利用高中低风速的风能资源。

(2) 双馈异步发电机

双馈异步发电机定子侧与输电网直接连接，转子侧经过变换器与电网相接。定子、转子侧均可实现与输电网之间的双向功率传递。通过转子侧变换器可调节转子电流的幅值、频率以及相角，以实现恒频输出。双馈异步发电机变换器容量仅相当电机容量的 30%左右，使得变换器的体积和质量大大减小，显著降低了对变换器的依赖，是一种优化的运行方案，广泛应用于目前的风力发电系统^[47]。

(3) 永磁同步发电机

永磁同步发电机使用的电机是永磁发电机，这种电机无需另外励磁装置，从而减少了其他类型电机中的励磁损耗；它无需电刷与滑环，因此具有效率高、周期长、免维护等优点。在定子侧采用全功率变换器，实现变速恒频控制。所以，尽管永磁发电机成本较高，但其运维成本却得到了降低^[48]。

目前，市场上较为常见的发电机类型为永磁同步发电机和双馈异步发电机。

图 2-2 和图 2-3 分别为双馈异步发电机和永磁同步发电机的示意图：



图 2-2 双馈异步发电机

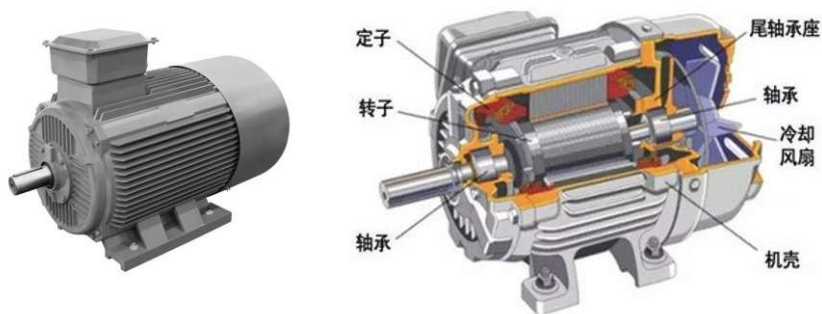


图 2-3 永磁同步发电机

针对这两种发电机类型，进行两者性能优劣对比如表 2-1 所示：

表2-1 永磁同步发电机和双馈异步发电机对比

对比项	永磁同步发电机和双 馈异步发电机比较	分析
电网兼容性	前者更强	前者具备较强电容无功补偿、低电压 穿越能力，故障情况下对电网冲击小
空气动力学性能	前者风速限制较小	前者的电磁功率更大、利用率更高
效率	前者效率平均高出后 者 10%	后者耗电更多
运输难度	后者更方便运输	前者体积较大，不便于运输
提升空间	前者提升空间更大	前者的制造工艺发展迅速，控制技术 更新较快

2.2.2 根据风力发电机主轴方向分类

(1) 水平轴风力发电系统

旋转轴与叶片相垂直，与地面平行，旋转轴在水平方向的风力发电机。具有叶片旋转空间大，转速较高的特点，适用于大型风力发电场。

(2) 垂直轴风力发电系统

叶片与旋转轴相互平行，与地面相垂直，旋转轴处在垂直方向上的风力发电机。具有抗风等级较强，所需启动风速低，维护简单等优点，但目前尚处于实验阶段，未投入大规模商用。

图 2-4 和图 2-5 分别为水平风力发电机和垂直轴风力发电机的示意图：



2-4 水平轴风力发电机



2-5 垂直型风力发电机

2.2.3 根据运行特性和控制方式分类

(1) 恒速恒频风力发电系统

早期常见的一种风力发电系统，其机组容量可达 MW 级，具有性能可靠、控制容易、结构简单的特点。

(2) 变速恒频风力发电系统

变速恒频风力发电机的转速可以调节，当风速发生变化时，可以通过调节风力机转子转速，使风机风能利用系数处于最佳状态，从而实现对风能最优捕获，因为优化了风力发电机组的运行状态，从而系统的发电效率相对较高。

图 2-6 至图 2-8 依次为恒速恒频风力发电系统、双馈型变速恒频风力发电系统和直驱永磁变速恒频风力发电系统的结构框图：

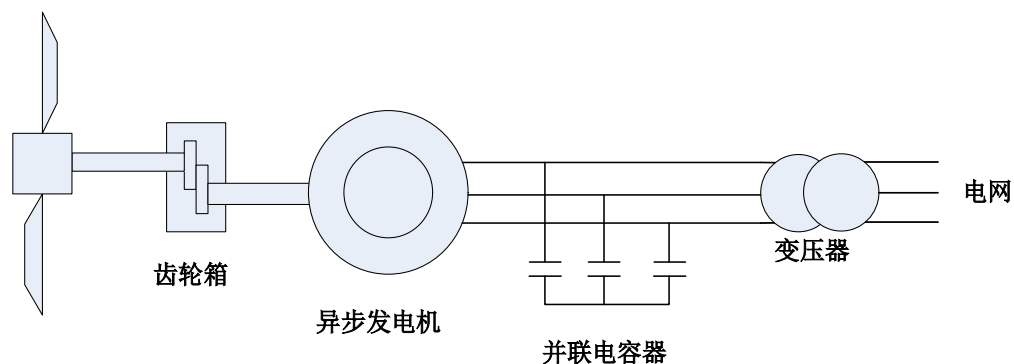


图2-6 恒速恒频风力发电系统

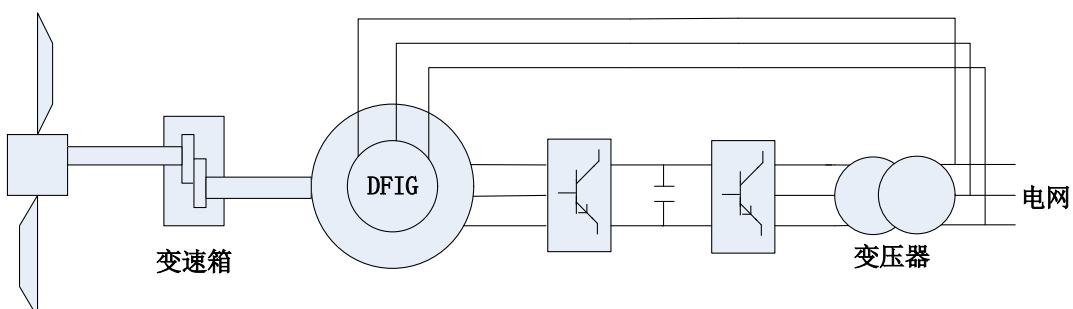


图2-7 双馈型变速恒频风力发电系统

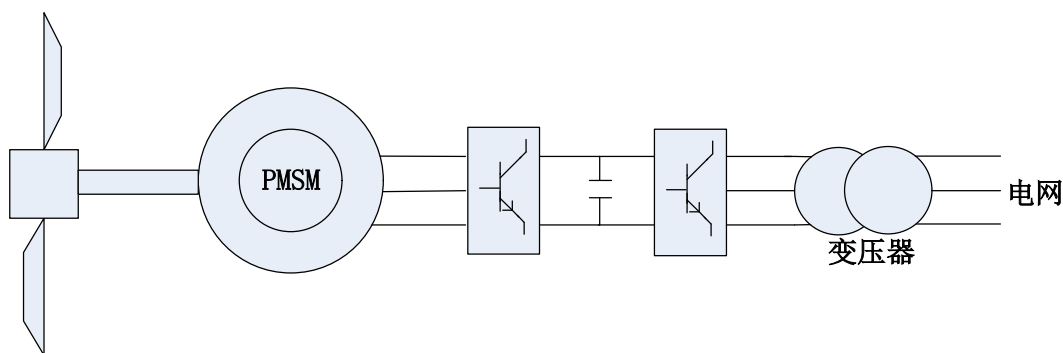


图2-8 直驱永磁变速恒频风力发电系统

2.2.4 按功率调节方式分类

(1) 定桨距失速风力发电系统

桨叶与轮毂固定连接，桨距角不随风速而变化。依靠桨叶的动力特性自动失速，当风速超过额定风速时依靠叶片的失速，降低风力发电机组效率，实现对输出功率的限制^[49]。

(2) 变桨距调节风力发电系统

桨叶不固定，可以根据风速变化调节。风速在额定风速以下时，调整叶片使风机迎风叶片工作在最佳桨距角位置，以获得最大风能。风速在额定风速以上时，变桨距角系统调节桨距角，从而确保输出功率在额定范围内^[50]。

2.3 风力发电机组主要理论

2.3.1 风力机的空气动力特性

(1) 作用在运动桨叶上的气动力

假定桨叶处于静止状态，令空气以相同的相对速度吹向叶片时，作用在桨叶上的气动力将不改变其大小。气动力只取决于相对速度和攻角的大小。因此，为便于研究，均假定桨叶静止处于均匀来流速度 v 中。

此时，作用在桨叶表面上的空气压力是不均匀的，上表面压力减少，下表面压力增加。按照伯努利理论，桨叶上表面的气流速度较高，下表面的气流速度则比来流低。因此，围绕桨叶的流动可看成由两个不同的流动组合而成：一个是将翼型置于均匀流场中时围绕桨叶的零升力流动，另一个是空气环绕桨叶表面的流动。而桨叶升力则由于在桨叶表面上存在一速度环量如图 2-9 所示。

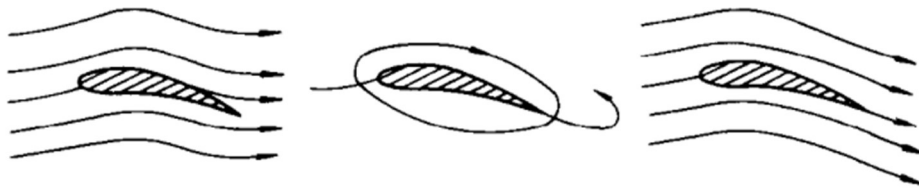


图2-9 气流绕翼叶的流动

为了表示压力沿表面的变化，可作桨叶表面的垂线，用垂线的长度 K_p 表示各部分压力的大小

$$K_p = \frac{p - p_0}{\frac{1}{2} \rho v^2} \quad (2-1)$$

式中， p 为桨叶表面上的静压； ρ 、 p_0 、 v 是无限远处的来流条件。连接各垂直线段长度 K_p 的端点，得到图 2-10a，其中上表面 K_p 为负，下表面 K_p 为正。

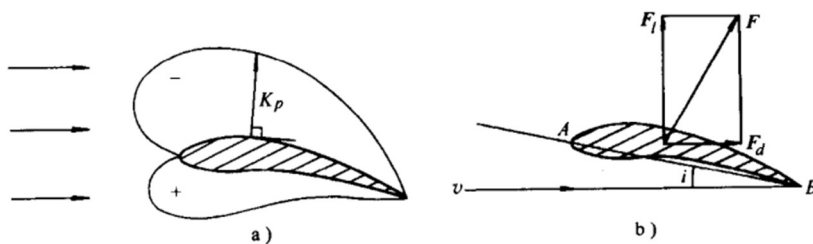


图2-10 作用在翼叶上的力

作用在桨叶上的力 F 与相对速度的方向有关，并可用下式表示：

$$F = \frac{1}{2} \rho C_r S v^2 \quad (2-2)$$

式中， S 为桨叶面积，等于弦长×桨叶长度； C_r 为总的气动系数。该力可分为两部分：分量 F_d 与速度 v 平行，称为阻力；分量 F_l 与速度 v 垂直，称为升力。 F_d 和 F_l 可分别表示为：

$$\begin{cases} F_d = \frac{1}{2} \rho C_d S v^2 \\ F_l = \frac{1}{2} \rho C_l S v^2 \end{cases} \quad (2-3)$$

式中， C_d 为阻力系数； C_l 为升力系数。因两个分量是垂直的，故存在：

$$\begin{aligned} F_d^2 + F_l^2 &= F^2 \\ C_d^2 + C_l^2 &= C_r^2 \end{aligned} \quad (2-4)$$

若令 M 为相对于前缘点的由 F 力引起的力矩，则可求得变距力矩系数 C_M 。

$$M = \frac{1}{2} \rho C_M S l v^2 \quad (2-5)$$

式中， l 为弦长。因此，作用在桨叶截面上的气动力可表示为升力、阻力和变距力矩三部分。

由图 2-4b 可看出，对于各个攻角值，存在某一特别的点 C ，该点的气动力矩为零，称为压力中心。于是，作用在桨叶截面上的气动力可表示为作用在压力中心上的升力和阻力。压力中心与前缘点之间的位置可用比值 CP 确定。

$$CP = \frac{AC}{AB} = \frac{C_M}{C_l} \quad (2-6)$$

一般 $CP=25\% \sim 30\%$ 。

(2) 升力和阻力系数的变化曲线

1) C_l 和 C_d 随攻角的变化

首先研究升力系数的变化，它由直线和曲线两部分组成。与 $C_{l_{\max}}$ 对应的 i_M 点称为失速点，超过失速点后，升力系数下降，阻力系数迅速增加。负攻角时， C_l 也呈曲线形， C_l 通过一最低点 $C_{l_{\min}}$ 。阻力系数曲线的变化则不同，它的最小值对应一确定的攻角值，桨叶的升力和阻力系数曲线图如图 2-11 所示。

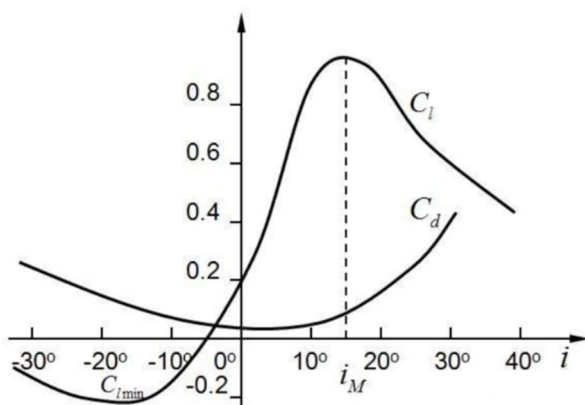


图2-11 桨叶的升力和阻力系数

当叶片在运行中出现失速以后，噪声常常会突然增加，引起风力机的振动和运行不稳等现象。因此，在选取 C_l 值时，以失速点作为设计点是不好的。对于水平轴型风力机而言，为了使风力机在稍向设计点右侧偏移时仍能很好地工作，所取的 C_l 值，最大不超过 $(0.8 \sim 0.9)C_{l_{\max}}$ 。

2) 埃菲尔极线 (Eiffel Polar)

为了便于研究问题, 可将 C_l 和 C_d 表示成对应的变化关系, 称为埃菲尔极线, 见图 2-12。其中直线 OM 的斜率是: $\tan \theta = C_l / C_d$ 。

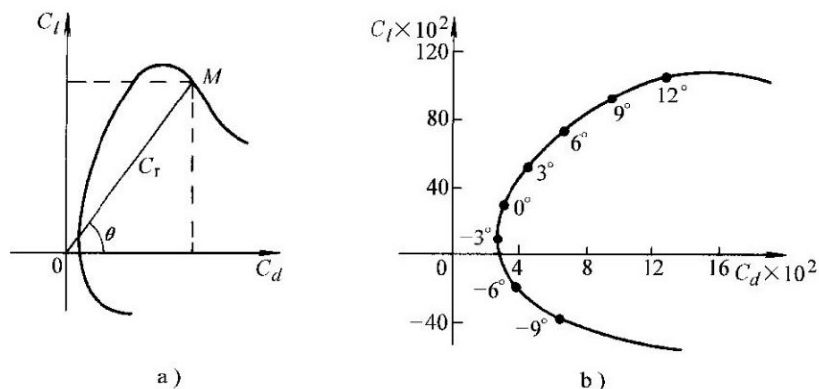


图2-12 埃菲尔极线

2.3.2 贝兹理论

由流体力学可知, 气流的动能为

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2-7)$$

其中, m 是气体的质量, v 是气体的速度。设单位时间内气流流过截面积为 S 的气体的体积为 V , 则:

$$V = sv \quad (2-8)$$

如果以 ρ 表示空气密度, 该体积的空气质量为:

$$m = \rho V = \rho S v \quad (2-9)$$

这时气流所具有的动能为:

$$E = \frac{1}{2} \rho S v^3 \quad (2-10)$$

上式为风能的表达式。在国际单位制中, ρ 的单位是 kg/m^3 , V 的单位是 m^3 , v 的单位是 m/s , E 的单位是 W 。从风能公式可以看出, 风能的大小与气流密度和通过的面积成正比, 与气流速度的立方成正比。其中 ρ 和 v 随地理位置、海拔、地形等因素而变。

风力机的第一个气动理论是由德国的贝兹 (Betz) 于 1926 年建立的。贝兹假定风轮是理想的, 即它没有轮毂, 具有无限多的叶片, 气流通过风轮时没有阻力; 此外, 假定气流经过整个风轮扫掠面时是均匀的, 并且气流通过风轮前后的

速度为轴向方向。

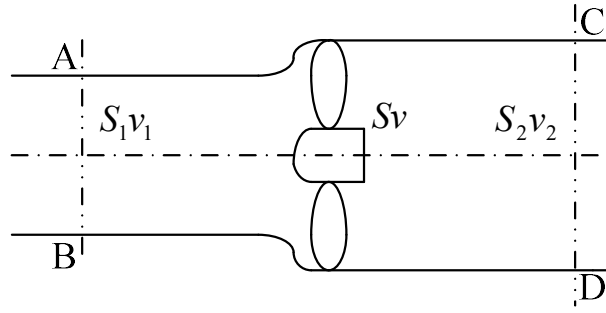


图2-13 风轮的气流图

现研究理想风轮在流动的大气中的情况如图 2-13 所示，并规定 v_1 为距离风力机一定距离的上游风速， v 为通过风轮时的实际风速， v_2 为离风轮远处的下游风速。设通过风轮的气流其上游截面为 S_1 ，下游截面为 S_2 。由于风轮的机械能量仅由空气的动能降低所致，因而 v_2 必然低于 v_1 ，所以通过风轮的气流截面积从上游至下游是增加的，即 S_2 大于 S_1 。

如果假定空气是不可压缩的，由连续条件可得图 2-13 中风轮的气流

$$S_1 v_1 = S v = S_2 v_2 \quad (2-11)$$

风作用在风轮上的力可由 Euler 理论写出：

$$F = \rho S v (v_1 - v_2) \quad (2-12)$$

故风轮吸收的功率为：

$$P = F v = \rho S v^2 (v_1 - v_2) \quad (2-13)$$

此功率是由动能转换而来的。从上游至下游动能的变化为：

$$\Delta E = \frac{1}{2} \rho S v (v_1^2 - v_2^2) \quad (2-14)$$

令式(2-13)与式(2-14)相等，得到：

$$v = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (2-15)$$

作用在风轮上的力和提供的功率可写为：

$$F = \frac{1}{2} \rho S v (v_1^2 - v_2^2) \quad (2-16)$$

$$P = \frac{1}{4} \rho S v (v_1^2 - v_2^2) (v_1 + v_2) \quad (2-17)$$

对于给定的上游速度 v_1 ，可写出以 v_2 为函数的功率变化关系，将式(2-17)微

分可得：

$$\frac{dP}{dv_2} = \frac{1}{4} \rho S v (v_1^2 - 2v_1 v_2 - 3v_2^2) \quad (2-18)$$

式 $\frac{dP}{dv_2} = 0$ 有两个解： $v_2 = -v_1$ ，没有物理意义； $v_2 = \frac{v_1}{3}$ 对应于最大功率。以 $v_2 = \frac{v_1}{3}$

代入 P 表达式，得到最大功率为：

$$P_{\max} = \frac{8}{27} \rho S v_1^3 \quad (2-19)$$

将上式除以气流通过扫掠面 S 时风所具有的动能，可推得风力机的理论最大效率（或称理论风能利用系数）为：

$$\eta_{\max} = \frac{P_{\max}}{(1/2) \rho v_1^3 S} = \frac{(8/27) \rho v_1^3 S}{(1/2) \rho v_1^3 S} = \frac{16}{27} \approx 0.593 \quad (2-20)$$

式(2-20)即为著名的贝兹理论的极限值。它说明，风力机从自然风中所能索取的能量是有限的，其功率损失部分可以解释为留在尾流中的旋转动能。能量的转换将导致功率的下降，它随所采用的风力机和发电机的型式而异，因此风力机的实际风能利用系数 $C_p < 0.593$ 。风力机实际能得到的有用功率输出为：

$$P_s = \frac{1}{2} \rho v_1^3 S C_p \quad (2-21)$$

对于每平方米扫风面积则有：

$$P = \frac{1}{2} \rho v_1^3 C_p \quad (2-22)$$

在讨论风力机的能量转换与控制时，以下特性系数需加以关注：

(1) 桨叶节距角 β ：轮毂及安装在轮毂上的桨叶构成了风力机的风轮，每只桨叶的叶片必须按照相同的方向旋转，桨叶围绕自身轴心线绕过一个特定的角度，即每个翼片的翼弦与风轮旋转平面构成的一个夹角 β ，也称为桨距角、安装角或节距角。在变桨距控制中，通过调整桨距角 β ，对功率进行调整。

(2) 风能利用系数 C_p ：风力机从自然风能中吸取能量的大小程度用风能利用系数表示，风能的实际利用率远远达不到理想状态的 0.593。由式(2-21)可知

$$C_p = \frac{P_s}{(1/2) \rho v_1^3 S} \quad (2-23)$$

(3) 叶尖速比 λ ：表示风轮在不同风速中的状态，用叶片的叶尖圆周速度

与风速之比来衡量，称为叶尖速比，其表示式为：

$$\lambda = \frac{2\pi Rn}{v} = \frac{\omega R}{v} \quad (2-24)$$

其中， n 为风轮的转速，单位为 r/s ； ω 为风轮的角频率，单位为 rad/s ； R 为风轮半径，单位为 m 。

风力机不同决定着风能利用系数 C_p 也有所不同，一般 $C_p(\lambda, \beta)$ 曲线与叶尖速比 λ 和桨距角 β 有关，拟合非线性曲线的数学表达式为：

$$\begin{cases} C_p(\lambda, \beta) = C_1 \left(\frac{C_2}{\lambda_i} - C_3 \beta - C_4 \beta^{C_5} - C_6 \right) e^{-\frac{C_7}{\lambda_i}} - C_8 \\ \lambda_i = \frac{1}{\frac{1}{\lambda + C_9 \beta} - \frac{C_{10}}{\beta^3 + 1}} \end{cases} \quad (2-25)$$

其中 $C_1 - C_{10}$ 均为常数，其数值取决于风力机的类型及各类参数。由式(2-25)可以拟合出特性曲线，并对最大功率跟踪问题加以研究。

2.3.3 风力机的能量转换过程

风能是一种能量形式，能量密度较低、随机性较强，风力机的主要作用是实现风能到机械能的转化，风力机通过风叶片旋转扫风，将获得的能量转化并且以转矩的形式传递至发电机，不过吹过的风能不能被完全转化吸收。根据贝兹理论，理论上速度为 v 的风在通过截面面积为 A 的区域时所产生的风能可以表示为

$$P_w = \frac{1}{2} \rho v^3 A \quad (2-26)$$

其中， ρ 表示空气密度。风力机的输入机械功率可表达为：

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi C_p(\lambda, \beta) v^3 R^2 \quad (2-27)$$

式中， P_m 为输入机械功率， ρ 为空气流量密度， R 为风力机叶轮半径， v 为风速， λ 为叶尖速比， β 为桨距角， $C_p(\lambda, \beta)$ 为风能利用系数。

$C_p(\lambda, \beta)$ 作为风力机的风能利用系数，可由下式表示：

$$C_p(\lambda, \beta) = C_1 \left(\frac{C_2}{\lambda_i} - C_3 \beta - C_4 \right) e^{-\frac{C_5}{\lambda_i}} + C_6 \lambda \quad (2-28)$$

三相坐标下 $C_p(\lambda, \beta)$ 曲线如图 2-14 所示：

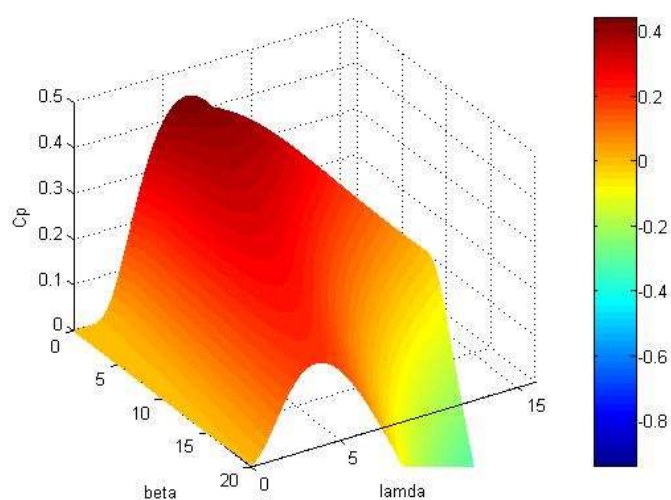


图 2-14 三相坐标下 C_p 随 λ 、 β 变化曲线

叶尖速比 λ 与桨距角 β 的关系可表示：

$$\frac{1}{\lambda_i} = \frac{1}{\lambda + 0.08\beta} - \frac{0.035}{\beta^3 + 1} \quad (2-29)$$

$$\lambda = \frac{r\omega}{v} \quad (2-30)$$

其中， r 表示风机叶片半径， ω 表示风轮角速度， v 表示风速。桨距角是指翼片的翼弦与风轮旋转平面之间的夹角。桨距角越大，风能利用系数 C_p 越小。假设桨距角不变，那么风能利用系数 C_p 的大小只与叶尖速比 λ 相关，两者之间的数学关系可以通过如下风力机特性曲线表示：

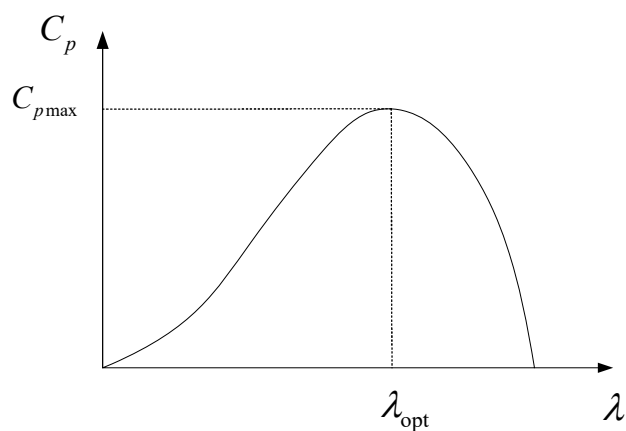


图 2-15 风力机特性曲线

由图 2-15 可知，当风力机的桨距角保持不变时，一定存在一个最佳叶尖速比

λ_{opt} 对应的风能利用系数 C_p 最大, 此时这个风能利用系数就是最大风能利用系数 C_{pmax} 。由贝兹理论可知, 理论上来说, 风能利用系数最大值是 0.593, 但是由于实际风电系统存在种种损耗, 因此实际的 C_p 要小于这个值。

2.3.4 最大风能捕获原理

由图 2-15 可知, 风力机以最佳叶尖速比运行时, 才能使系统获得最大风能利用系数; 偏离最佳叶尖速比时, 系统风能利用系数小于最大风能利用系数, 由此引出最大功率跟踪和最大风能捕获问题。下面对风力机运行区域做进一步介绍。

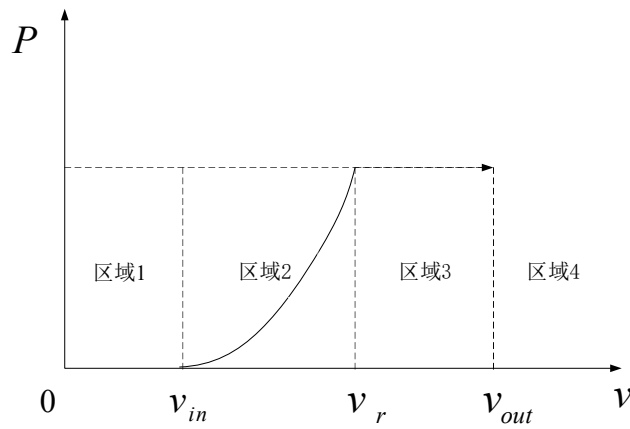


图 2-16 风力机运行区域

在区域 1 中, 风速小于切入风速 v_{in} , 由于风能较小, 无法使风力机启动, 此时风力机无法投入运行;

在区域 2 中, 风速介于切入风速 v_{in} 和额定风速 v_r 之间, 对风力机采取控制, 使其以最佳叶尖速比运行, 即进入最大风能捕获阶段;

在区域 3 中, 风速介于额定风速 v_r 和切出风速 v_{out} 之间, 此时需要通过调节输入, 令风力机以额定功率工作;

在区域 4 中, 风速大于切出风速 v_{out} , 风速过大会对风力机造成损害, 风速过大时必须强制停机。

为尽可能提高风能的利用率, 风力机运行状态需要随着风速变化进行调整。在区域 2 中, 风力机需要进行跟踪最大功率, 实现最大风能捕获; 在区域 3 中, 风力机应该工作在额定功率状态。区域 3 中, 为让风力机工作在额定功率下, 可以对风力机桨距角进行控制。风速在额定风速以下时, 风轮可以在一定范围内调

整转速，又因为运行转速存在限制，因此其运行状态可以分为以下两种：变速运行状态和恒速运行状态。在变速运行状态时，为尽可能提高风能转化率，应使风轮以 $C_{p\max}$ 运行，风速变化时，对发电机转速进行变速控制，以适应风速的变化。随着风速的增加，风力发电机的转速也会随之增加，最终到达上限，其工作状态由变速运行状态切换为恒速状态，此时发电机以额定转速运行， C_p 值降低，偏离最大风能利用系数运行，不过发电机输出的有功功率还在增加。由此可知变速风力发电机的转速调节较为灵活，适用于风速不断变化的工作环境，通过控制风力机运行在最佳叶尖速比，可以实现最大风能捕获的控制目标。

要使发电机组运行于最佳叶尖速比，最直接的控制方式就是检测出风速，然后依据叶尖速比算出对应的发电机速度。但是风速的准确检测比较困难，其控制效果是动态性能差、精度低、波动大。实际运用中，通过控制发电机的电磁阻转矩，间接的控制电机的转速。对转矩的间接控制，动态响应快，平滑性好，并且避免了风速测量误差对控制精度的影响。

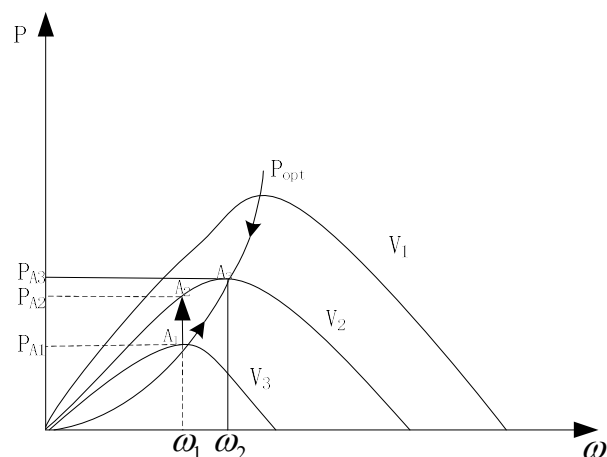


图 2-17 最大风能跟踪

如图 2-17 所示，假定在风力 V_3 时风力机稳定运行在 P_{opt} 曲线的 A_1 点上，风力机的输出功率和发电机的输入机械功率相等，均为 P_{A1} ，风力机以转速 ω_1 稳速运行。当风速升至 V_2 时，机械功率跃升至 P_{A2} ，因为惯性和调节的滞后，输出功率仍为 P_{A1} (A_1 点)，输入机械功率大于输出功率，功率失恒导致风力机转速上升。随着转速的增加，风力机的工作点 A_2 沿 V_2 曲线变化，同时输出功率沿 P_{opt} 曲线持

续增大，当两条曲线交汇时（ A_3 点），风力机的输出功率和发电机输入机械功率再次平衡，达到 P_{A_3} ，转速稳定为 ω_2 ， ω_2 就是对应风速 V_2 的最佳转速。同理，可分析出当风速从 V_1 降至 V_2 时的最大功率跟踪过程。

2.4 永磁与双馈风力发电机组模型

2.4.1 永磁风力发电机组模型

风力发电机捕获流动风的动能并将其传送给发电机，是风能与电能转换的媒介，风力发电机组的运行状态关系到风能的捕获以及对电能的输出情况，而对风力发电机组进行理论研究，自然需要建立风力发电机组系统的仿真模型。

一般来说，模型的建立有机理建模和实验建模两种方式。由于风力发电系统结构复杂，且实验条件有限，难以实现实验建模。本节从永磁风力发电机组的运行原理出发，分析和建立永磁风力发电机组的数学模型。

（1）传动装置模型

永磁风力发电机组的传动装置主要包括风力机转子、低速轴、齿轮箱与高速轴等，如图 2-18 所示：

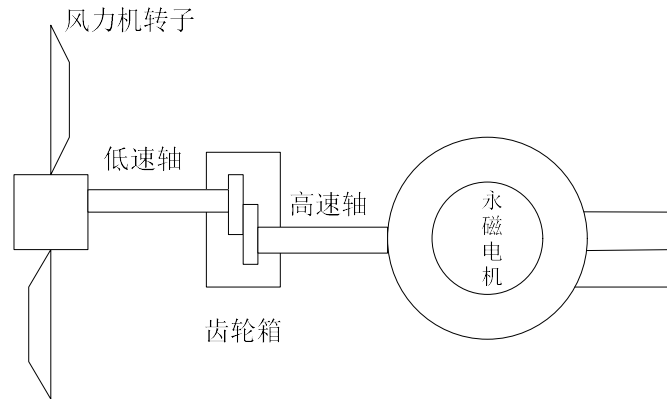


图 2-18 风力发电机组传动系统

1) 风力机转子和低速轴的动态特性

$$J_r \ddot{\theta}_r + B_r \dot{\theta}_r = T_m - T_1 \quad (2-31)$$

其中， J_r 是风轮转子的转动惯量， T_m 为传给风机的有效机械转矩，低速轴转矩

$T_1 = k_1(\theta_r - \theta_1) + B_1(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_1)$ ， θ_1 、 θ_2 、 θ_r 分别是低速轴、高速轴和风力机的角位移，

B_1 为低速轴的阻尼系数， k_1 、 k_2 为分别为低速轴和高速轴的刚度。机械损失发生

在传动轴和齿轮箱上的阻尼 B_r 比较小，可以忽略，式(2-31)可简化为：

$$J_r \ddot{\theta}_r = T_m - T_1 \quad (2-32)$$

2) 齿轮箱的动态特性

$$T_1 = n_g T_2 \quad (2-33)$$

$$\theta_2 = n_g \theta_1 \quad (2-34)$$

其中， $n_g = \frac{\omega_g}{\omega_r}$ 是齿轮箱的传动比， T_2 为高速轴转矩， θ_2 为高速轴角位移。

3) 高速轴和发电机转子的动态特性

$$J_g \ddot{\theta}_g = T_e - T_2 \quad (2-35)$$

传动装置中惯量和转矩可简化的表示成如下方程：

$$J_t \ddot{\theta}_r = T_m - K_t \omega_r - n_g T_e \quad (2-36)$$

式中， $J_t = J_r + n_g^2 J_g$ ， $K_t = K_r + n_g^2 K_g$ 。 ω_r 为风机转子角速度， ω_g 为发电机转子角速度， J_g 是发电机转子的转动惯量， K_r 为风机的摩擦系数， K_g 为发电机的摩擦系数， T_e 为电磁转矩。

(2) 永磁同步发电机模型

永磁风电机组最核心的部分是永磁同步发电机，发电机模型的建立不仅关系到系统的特性分析，也作为本书后续控制策略提出的重要基础。

三相永磁同步发电机的空间模型如图 2-19 所示：

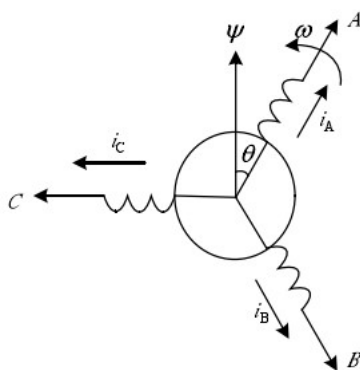


图 2-19 三相永磁同步发电机空间模型

根据 Lenz 定律和基尔霍夫电压定律，三相永磁发电机定子电压方程为：

$$u_s = -i_s R_s + \frac{d\psi_s}{dt} \quad (2-37)$$

式中， u_s 为各绕组相电压， i_s 为各绕组相电流， ψ_s 为各绕组合成磁链， R_s 为各绕组电阻。各个量分别为： $u_s = [u_A \ u_B \ u_C]^T$ ， $i_s = [i_A \ i_B \ i_C]^T$ ， $\psi_s = [\psi_A \ \psi_B \ \psi_C]^T$ ， $R_s = \text{diag}(R_s \ R_s \ R_s)$ 。

定子每相绕组的合成磁链为自身的自感磁链和其它绕组及转子对它的互感磁链之和，磁链合成方程为：

$$\psi_s = -L_s i_s + \psi e^{j\theta_s} = - \begin{bmatrix} L_{AA} & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{BA} & L_{BB} & M_{BC} \\ M_{CA} & M_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} \quad (2-38)$$

式中， L_s 为等效同步电感； L_{AA} ， L_{BB} ， L_{CC} 为定子 A，B，C 相电感； M_{AB} ， M_{BC} ， M_{CA} 为 A，B，C 相之间的互感； ψ_A ， ψ_B ， ψ_C 为转子磁链在 A，B，C 三相上的分量。其表达式为：

$$\begin{cases} L_{AA} = L_{s0} + L_{s2} \cos 2\theta_s \\ L_{BB} = L_{s0} + L_{s2} \cos 2(\theta_s - 120^\circ) \\ L_{CC} = L_{s0} + L_{s2} \cos 2(\theta_s + 120^\circ) \end{cases} \quad (2-39)$$

$$\begin{cases} M_{AB} = M_{BA} = -M_{s0} + M_{s2} \cos 2(\theta_s + 120^\circ) \\ M_{BC} = M_{CB} = -M_{s0} + M_{s2} \cos 2\theta_s \\ M_{CA} = M_{AC} = -M_{s0} + M_{s2} \cos 2(\theta_s - 120^\circ) \end{cases} \quad (2-40)$$

$$\begin{cases} \psi_A = \psi \cos \theta_s \\ \psi_B = \psi \cos(\theta_s - 120^\circ) \\ \psi_C = \psi \cos(\theta_s + 120^\circ) \end{cases} \quad (2-41)$$

其中， L_{s0} 、 M_{s0} 为定子自感和互感的平均值， L_{s2} 、 M_{s2} 为定子自感的互感的二次谐波幅值， ψ 为永磁磁链。

本节研究的永磁同步发电机采用隐极电机，取 $L_{s2} = M_{s2} = 0$ ；对于理想电机， $M_{s0} = \frac{L_{s0}}{2}$ 。将式(2-38)~(2-41)代入式(2-37)可得：

$$\begin{bmatrix} u_A \\ u_B \\ u_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{AA} & M_{AB} & M_{AC} \\ M_{BA} & L_{BB} & M_{BC} \\ M_{CA} & M_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_A}{dt} \\ \frac{di_B}{dt} \\ \frac{di_C}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d\psi_A}{dt} \\ \frac{d\psi_B}{dt} \\ \frac{d\psi_C}{dt} \end{bmatrix} \quad (2-42)$$

三相坐标下的电磁转矩方程为：

$$\begin{aligned} T_e = & pL_{s2}(i_A^2 \sin 2\theta_s + i_B^2 \sin(2\theta_s + 120^\circ) + i_C^2 \sin(2\theta_s - 120^\circ)) \\ & + pL_{s2}(2i_A i_B \sin(2\theta_s - 120^\circ) + 2i_B i_C \sin 2\theta_s + 2i_C i_A \sin(2\theta_s + 120^\circ)) \\ & - p\psi(i_A \sin 2\theta_s + i_B \sin(2\theta_s - 120^\circ) + i_C \sin(2\theta_s + 120^\circ)) \end{aligned} \quad (2-43)$$

式中 P 为极对数。

从以上永磁同步电机三相坐标下的数学表达式可以看出，永磁同步电机的三相模型是一组变系数的微分方程，求解十分困难。为了便于分析，通常利用坐标变换的方法，将变系数的微分方程变换成常系数的微分方程以求解。常用的坐标变换是从静止对称三相坐标到静止对称两相坐标的 **Clarke** 变换以及静止两相对称坐标系到旋转两相对称坐标系的 **Park** 变换。将三相定子电流 i_A 、 i_B 、 i_C 投射到随转子一起旋转的 **d**、**q** 轴上，从而得到定子的 **d** 轴和 **q** 轴电流 i_d 、 i_q 。这样，定子绕组的等效的 **d**、**q** 轴绕组与转子绕组相对静止，从而解决了同步电感 L_s 随着 θ_s 变化的问题。

三相永磁同步风力发电机模型中，建立固定于转子轴线的参考坐标，将 **d**、**q** 坐标的 **d** 轴与转子磁场轴线设定为重合，顺旋转方向超前 90 度设定为 **q** 轴。将 **A** 相绕组轴线作为参考轴线，设 **q** 轴与 **A** 相之间的夹角为 θ ，坐标图如 2-19 所示：

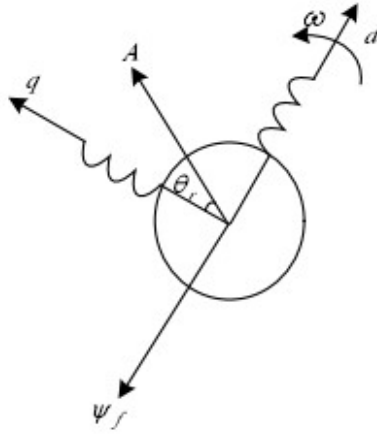


图 2-20 d、q 两相旋转绕组

据此，得到 d-q 旋转坐标系下，永磁同步发电机数学模型为：

$$\begin{cases} u_d = -R_s i_d + \frac{d\psi_d}{dt} - p\omega_g \psi_q \\ u_q = -R_s i_q + \frac{d\psi_q}{dt} + p\omega_g \psi_d \end{cases} \quad (2-44)$$

式中， $\psi_d = -L_d i_d + \psi$ ， $\psi_q = -L_q i_q$ ； u_d 、 u_q 为发电机 d、q 轴电压； i_d 、 i_q 为发电机 d、q 轴电流； ψ_d 、 ψ_q 为发电机 d、q 轴磁链； L_d 、 L_q 为发电机 d、q 轴电感； R_s 为定子电阻阻值， ω_g 为发电机转子角速度；其中， $L_d = L_{s0} + M_{s0} - \frac{3}{2}L_{s2}$ ， $L_q = L_{s0} + M_{s0} + \frac{3}{2}L_{s2}$ 。

式(2-44)结合传动装置模型式(2-36)，可以得到整个永磁同步风力发电机组的数学模型：

$$\begin{cases} J_t \dot{\omega}_r = T_m - k_t \omega_r - n_g T_e \\ L_d \dot{i}_d = u_d - R_s i_d + L_q p \omega_g i_q \\ L_q \dot{i}_q = u_q - R_s i_q - L_d p \omega_g i_d - p \omega_g \psi \end{cases} \quad (2-45)$$

式中，机械转矩 $T_m = \frac{1}{2} \rho \pi C_p(\lambda, \beta) v^2 R^3 / \lambda$ ，电磁转矩 $T_e = p(L_d - L_q) i_d i_q + p \psi i_q$ 。

2.4.2 双馈风力发电机组模型

随着变速恒频风力发电技术的发展，风力发电机组跟随风速的变化进行变速运行，系统具有转换效率高，功率因数可调等优点。通过调节发电机转子电流的大小、频率和相位来调节转速，系统在风速范围内可以运行在最佳叶尖速比上，

进而实现风能最大转换效率；同时，系统可以实现有功、无功功率的独立调节，抑制谐波，减少损耗，提高系统效率。变速恒频风力发电系统广泛使用交流励磁双馈异步发电机，而双馈发电机组的数学模型是实现以上各种控制的基础。

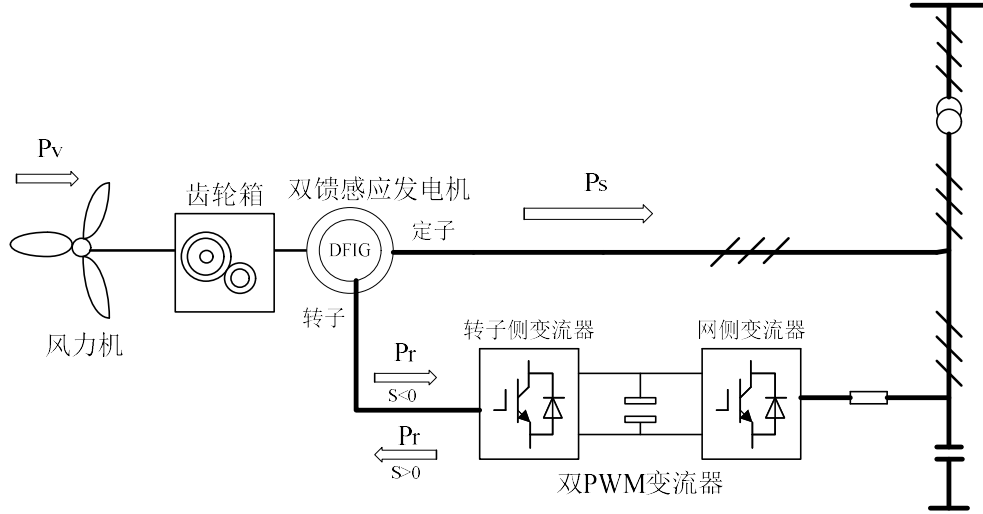


图 2-21 变速恒频双馈风力发电系统结构图

变速恒频双馈风力发电系统结构如图 2-21 所示。由图可见，变速恒频双馈风力发电系统主要由风力机、增速箱、双馈感应发电机、双 PWM（Pulse Width Modulation, PWM）变流器组成，双馈感应发电机的定子绕组接工频电网，转子绕组通过双 PWM 变流器与进线电抗器连接电网。转子绕组由具有可调节频率、相位和幅值的三相电源激励，一般采用交-直-交变流器。双 PWM 变流器由转子侧变流器和电网侧变流器组成，两变流器中间由大容量电解电容相连。网侧变流器通过一个网侧滤波器与电网相连，网侧滤波器由一个 L 滤波器（或 LCL 滤波器）组成，其可消除由变流器引起的谐波，同样在双馈感应发电机转子与转子侧变流器中间连接着一个 L 滤波器以消除谐波，由于此滤波器阻抗非常小，可忽略不计。风力机吸收的风能，通过发电机的定子和转子侧输送到电网。处于亚同步速时（ $s > 0$ ）时，能量从电网反馈回转子侧；当发电机处于超同步速时（ $s < 0$ ），能量从转子侧流向电网。两种情况下的转子侧能量流向是相反的。

根据感应电机定、转子绕组电流产生的旋转磁场相对静止的原理，可以得出双馈感应发电机运行时电机转速与定、转子绕组电流频率关系的数学表达式：

$$f_1 = \frac{P_n}{60} \times n \pm f_2 \quad (2-46)$$

式中， f_1 为定子电流频率，因为定子直接连接到电网上，所以定子电流频率 f_1 等

于电网频率； p_n 为双馈感应发电机的极对数； n 为双馈感应发电机的转速； f_2 为转子电流频率。当风速变化引起发电机转速变化时，利用变流器调节输入转子的励磁电流频率以改变转子磁势的旋转速度，使转子磁势相对于定子的转速始终保持在同步速，从而使定子侧输出电流的频率恒定，即当双馈感应发电机转速 n 变化时，通过调节转子电流频率 f_2 来保持定子电流频率 f_1 恒定不变，即 f_1 和电网频率保持相同，实现双馈感应发电机的变速恒频控制。 n_1 为同步转速，当 $n < n_1$ 时，双馈感应发电机运行于亚同步速，式(2-46)取正号；当 $n > n_1$ 时，双馈感应发电机运行于超同步速，式(2-46)取负号；当 $n = n_1$ 时， $f_2 = 0$ 励磁系统向双馈感应发电机转子提供直流励磁，此时双馈感应发电机可视为同步电机^[51]。

双馈风力发电系统通过变流器对双馈感应发电机进行交流励磁，变流器只要提供转差功率，因此减小了变流器容量的需求；双馈风力发电系统依照风力机的转速变化情况对励磁电流的频率进行相应调节，从而实现了恒定频率输出；双馈风力发电系统可根据励磁电流的幅值和相位的变化进行发电机的有功和无功功率独立调节。此风力发电技术即变速恒频发电，变速恒频发电对风能的获取利用率以及转换效率有显著的提高作用，对风力机的运行条件有明显的改善和优化效果，可使风力发电机组和电网系统两者之间进行很好的柔性连接，便于实现风力发电机组的顺利并网，此风力发电解决方案具有优化性和很好的应用前景。

双馈感应发电机的构成是以普通绕线式异步感应电机为基础，在转子滑环与定子之间接入四象限变流器与其控制系统。因此，可将双馈感应发电机视为一个接有外加电压源的，转子为打开的绕线式转子的传统异步发电机。此外加电压源是由变流器引入的，变流器具有励磁电源的作用，可调节转子回路电流的幅值、相位和频率。双馈感应发电机可通过定子将功率馈入电网，还可通过变流器和电网进行转差功率的交换。

变速恒频技术通过调节发电机转子电流的大小、频率和相位，从而实现转速的调节，可以在较宽的风速范围内使风力机运行于最佳叶尖速比，实现风能的最大转换效率；同时又可以采用一定的控制策略灵活调节系统的有功、无功功率，抑制谐波，减少损耗，提高系统效率。在风力发电中采用双馈风力发电系统，具有以下优点：

(1) 在不同的转速下可以通过对励磁电流的频率进行调节以实现恒频发电, 满足用电负载和并网的要求, 即变速恒频运行。同时可以调节转速实现能量最大转换, 提高风力发电机组的经济效益。

(2) 可以通过对励磁电流的有功、无功分量的调节实现发电机的有功、无功功率的独立控制。可以通过调节电网的功率因数实现补偿电网的无功功率的需求, 这有助于提高电力系统的静态性能和动态性能。

(3) 可以根据电网电压、电流和发电机的转速来调节励磁电流, 使发电机输出电压满足要求。

由于控制方案是在转子电路实现的, 取决于交流励磁发电机的转速运行范围的转差功率决定了流过转子电路的功率, 流过转子电路的功率只是额定功率的一小部分, 这大大降低了变流器的容量及其成本。

(1) 双馈风力发电机的数学模型

1) abc 坐标系下的数学模型

双馈感应发电机的绕组形式分为两种, 即定子绕组与转子绕组, 它们都是三相绕组。当对称的三相励磁电流流过转子绕组时, 会在空间中产生旋转的转子磁场; 当此转子磁场切割定子绕组时, 会在定子绕组中产生相应的感生电动势。当定子绕组闭合时, 在感生电动势的作用下, 定子绕组中就会产生相应的感生电流, 此感生电流流经定子绕组时同样产生相应的旋转的定子磁场, 当定子磁场切割转子绕组时就会对转子绕组中的励磁电流产生不良影响。由此可见, 相对于纯粹的感应电机来说, 双馈感应发电机的数学模型以及它的控制方法要复杂得多。为了方便分析, 本节讨论双馈感应发电机在三相静止坐标系以及两相同步旋转坐标系下的数学模型时, 作了以下假设: 假设发电机的定、转子三相绕组均为对称绕组且都是星型连接, 忽略磁路饱和以及空间谐波, 则磁动势将沿着气隙成正弦分布; 忽略温度对电机参数的影响; 转子侧绕组的参数都折算到定子侧。

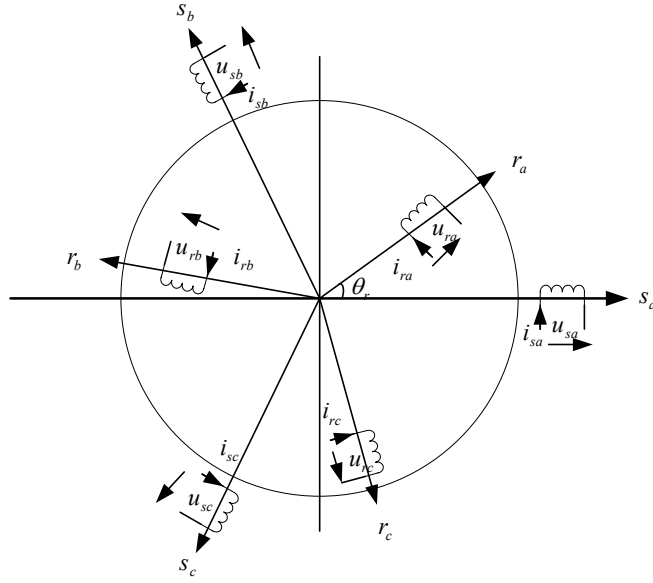


图 2-22 DFIG 的物理模型

图中，轴线 s_a 、 s_b 、 s_c 为定子三相绕组轴线，在空间是固定的；将参考坐标轴设为 s_a 轴，轴线 r_a 、 r_b 、 r_c 为转子绕组轴线，随着转子旋转； θ_r 为空间角位移变量，为转子 r_a 轴和定子 s_a 轴之间的电角度。将定子绕组的输出电流设为正，则各绕组流过正向电流时，产生负值磁链，即定子绕组采用发电机惯例。将转子绕组的输入电流设为正，各绕组流过正向流时，产生正值磁链，即转子绕组采用电动机惯例。

双馈电机的数学模型包括电压方程、磁链方程、运动方程等，电压方程定子绕组的电压方程如下式所示：

$$\begin{cases} u_{sa} = -R_s i_{sa} + \frac{d\psi_{sa}}{dt} \\ u_{sb} = -R_s i_{sb} + \frac{d\psi_{sb}}{dt} \\ u_{sc} = -R_s i_{sc} + \frac{d\psi_{sc}}{dt} \end{cases} \quad (2-47)$$

三相转子绕组的电压方程如下式所示：

$$\begin{cases} u_{ra} = R_r i_{ra} + \frac{d\psi_{ra}}{dt} \\ u_{rb} = R_r i_{rb} + \frac{d\psi_{rb}}{dt} \\ u_{rc} = R_r i_{rc} + \frac{d\psi_{rc}}{dt} \end{cases} \quad (2-48)$$

式中， u_{sa} 、 u_{sb} 、 u_{sc} 分别是定子绕组相电压的瞬时值； u_{ra} 、 u_{rb} 、 u_{rc} 分别是转子绕组相电压的瞬时值； i_{sa} 、 i_{sb} 、 i_{sc} 分别是定子绕组相电流的瞬时值； i_{ra} 、 i_{rb} 、 i_{rc} 分别是转子绕组相电流的瞬时值； ψ_{sa} 、 ψ_{sb} 、 ψ_{sc} 分别是定子各相绕组的磁链； ψ_{ra} 、 ψ_{rb} 、 ψ_{rc} 分别是转子各相绕组的磁链； R_s 、 R_r 分别是定子绕组与转子绕组的等效电阻。磁链方程可以表示为如下矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} & l_{sr} \\ l_{sr} & L_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (2-49)$$

式中， $\psi_s = [\psi_{sa} \ \psi_{sb} \ \psi_{sc}]^T$ ， $\psi_r = [\psi_{ra} \ \psi_{rb} \ \psi_{rc}]^T$ ， $i_s = [i_{sa} \ i_{sb} \ i_{sc}]^T$ ， $i_r = [i_{ra} \ i_{rb} \ i_{rc}]^T$ ，

$$L_{ss} = \begin{bmatrix} L_{sm} + L_{sl} & -0.5L_{sm} & -0.5L_{sm} \\ -0.5L_{sm} & L_{sm} + L_{sl} & -0.5L_{sm} \\ -0.5L_{sm} & -0.5L_{sm} & L_{sm} + L_{sl} \end{bmatrix}, \quad L_{rr} = \begin{bmatrix} L_{rm} + L_{rl} & -0.5L_{rm} & -0.5L_{rm} \\ -0.5L_{rm} & L_{rm} + L_{rl} & -0.5L_{rm} \\ -0.5L_{rm} & -0.5L_{rm} & L_{rm} + L_{rl} \end{bmatrix},$$

$$L_{rs} = L_{rs}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos(\theta_r + 120^\circ) \\ \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

其中， L_{sm} 是定子各项绕组自感， L_{rm} 是转子各项绕组自感，有 $L_{sm} = L_{rm}$ ； L_{sl} 、 L_{rl} 分别是定、转子漏电感； θ_r 是转子位置角（电角度），对 θ_r 取微分就得到转子电角速度 $\omega_r = d\theta_r / dt$ 。运动方程：

$$\frac{T_j}{p_n} \frac{d\omega_r}{dt} = T_m - T_e \quad (2-50)$$

式中， T_j 为机组的转动惯量， p_n 为电机的极对数， T_e 为电机的电磁转矩， T_m 为风力机提供的机械转矩。式(2-47)~式(2-50)是描述双馈感应发电机在三相静止坐标

系下数学模型的基本方程。由于风力发电机转子的旋转运动,导致了风力发电机定、转子之间的互感并不为常数,由式(2-47)~式(2-50)可以看出,描述双馈感应发电机的是一组由时变系数组成的非线性微分方程。因为求解和分析时变系数的非线性微分方程非常困难,所以有必要通过坐标变换对风力发电机数学模型的基本方程进行简化。

2) d-q 坐标系下的数学模型

电机模型下的电机速度控制,其实是通过电磁转矩的控制来实现的。在直流电机中只需通过有效值便可描述和控制直流量,而交流电机中需要通过幅值、相位和频率三个基本参数来实现一个交流量的描述和控制,可见与描述直流量相比,描述一个交流量要复杂得多。交流电机是强耦合系统,电磁转矩的产生与相互耦合的定、转子电流及其共同建立的气隙磁场相互作用有关,因此通过控制转矩实现转速控制比较困难。交流电机矢量变换控制(即磁场定向控制):通过采用适当的 dq 参照系作为转换平台使交流电机实现解耦控制,使交流电机拥有和直流电机相似的调速性能。矢量解耦是交流电机矢量控制的核心,坐标变换是理论基础。交流电机为异步电机, dq 参照系即为同步 $dq0$ 参照系。

1971 年德国西门子公司公司的 F.Blaschke 首次提出了交流矢量变换控制的思想,此思想的提出使交流调速技术产生了质的飞跃,将矢量变换控制应用于双馈调速上,获得的动静态性能令人振奋。磁场定向原理是矢量控制的理论基础,即通过对坐标变换的引入,将原来复杂的双馈电机模型等效为 $d-q$ 模型的基础上,对坐标轴的交叉耦合信号进行有效的补偿,可以得到类似直流调速的效果。坐标变换的基本思想是:通过坐标变换,在三相静止坐标系、两相静止坐标系以及两相旋转坐标系中任一坐标系下所表示的矢量,都可以用其他两种坐标系表示,通过选取适当的变换矩阵,在保持坐标变化前后功率不变的前提下可以使两坐标系下的矢量保持一致。可以根据不同的研究对象来选取相应的坐标系,从而使方程中的某些变量为零,实现解耦的目的^[52]。

对并网型的双馈感应风力发电机而言,由于定子电压以及其频率固定不变,如果忽略了定子绕组的内阻,定子电压矢量在理论上就会滞后于定子磁链 90° ,因此,本节采用的坐标系是两相同步旋转坐标系,简称 $dq0$ 坐标系。在本节分析中规定定子绕组磁链的方向与 d 轴一致,由于定子电压矢量超前定子磁链矢量

90°，所以定子电压矢量与 q 轴保持一致，使得定子电压矢量在 d 轴的分量以及定子磁链矢量在 q 轴的分量同时为零，这就简化了双馈感应风力发电机组的控制模型和控制策略。

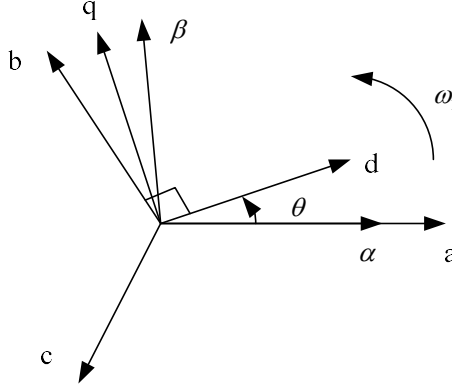


图 2-23 静止坐标系与旋转坐标系的关系图

从三相静止 abc 坐标系到两相同步旋转 d-q 坐标系的变换矩阵为：

$$C_{3s/2r} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix} \quad (2-51)$$

同步旋转 d-q 坐标系下的双馈感应发电机的数学模型表示如下：

定子绕组的电压方程：

$$\begin{cases} u_{ds} = -R_s i_{ds} + p\psi_{ds} - \omega_1 \psi_{qs} \\ u_{qs} = -R_s i_{qs} + p\psi_{qs} + \omega_1 \psi_{ds} \end{cases} \quad (2-52)$$

它的派克变换矩阵为：

$$P_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \end{bmatrix}$$

式中， θ 是同步旋转坐标轴上 d 轴与定子 a 相绕组的夹角； ω_1 是同步旋转电角速度； u_{ds} 、 u_{qs} 分别为定子电压的 d、q 轴分量； i_{ds} 、 i_{qs} 分别为定子电流的 d、q 轴分量。

转子绕组的电压方程：

$$\begin{cases} u_{dr} = R_r i_{dr} + p\psi_{dr} - \omega_2 \psi_{qr} \\ u_{qr} = R_r i_{qr} + p\psi_{qr} + \omega_2 \psi_{dr} \end{cases} \quad (2-53)$$

它的派克变换的矩阵是：

$$P_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta - \theta_r) & \cos(\theta - \theta_r - 120^\circ) & \cos(\theta - \theta_r + 120^\circ) \\ -\sin(\theta - \theta_r) & -\sin(\theta - \theta_r - 120^\circ) & -\sin(\theta - \theta_r + 120^\circ) \end{bmatrix}$$

式中， u_{dr} 、 u_{qr} 分别为转子电压的 d、q 轴分量； i_{dr} 、 i_{qr} 分别为转子电流的 d、q 轴分量； ψ_{dr} 、 ψ_{qr} 分别是转子磁链的 d、q 轴分量。 θ_r 是转子 a 相绕组 r_a 与定子 a 相绕组 s_a 之间的夹角，并且 q 轴超前于 d 轴 90° ； $\omega_2 = \omega_1 - \omega_r$ 是 d-q 坐标系磁场相对于转子的电角速度，也就是转差电角速度。

定子磁链方程：

$$\begin{cases} \psi_{ds} = -L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \\ \psi_{qs} = -L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \end{cases} \quad (2-54)$$

转子磁链方程：

$$\begin{cases} \psi_{dr} = L_r i_{dr} - L_m i_{ds} \\ \psi_{qr} = L_r i_{qr} - L_m i_{qs} \end{cases} \quad (2-55)$$

式中， L_m 是 d-q 坐标系下定子与转子同轴等效绕组之间的互感， L_{sl} 、 L_{rl} 分别为定、转子的漏感； L_s 是在 d-q 坐标系下两相定子等效绕组之间的自感， $L_s = L_m + L_{sl}$ ； L_r 是在 d-q 坐标系下两相转子等效绕组之间的自感， $L_r = L_m + L_{rl}$ 。将上面的磁链方程带入到电压方程就可以得到电压与电流之间的关系如下：

$$\begin{bmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \\ u_{dr} \\ u_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s - pL_s & \omega_1 L_s & pL_m & -\omega_1 L_m \\ -\omega_1 L_s & -R_s - pL_s & \omega_1 L_m & pL_m \\ -pL_m & \omega_2 L_m & R_r + pL_r & -\omega_2 L_r \\ -\omega_2 L_m & -pL_m & \omega_2 L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (2-56)$$

定子电压矢量超前于定子磁链矢量 90° ，即定子电压矢量与 q 轴重合：

$$\begin{cases} u_{qs} = U_s \\ u_{ds} = 0 \end{cases} \quad (2-57)$$

忽略定子绕组的内阻 R_s ，可得到双馈感应发电机电压电流之间的简化关系式如下：

$$\begin{bmatrix} 0 \\ u_s \\ u_{dr} \\ u_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -pL_s & \omega_1 L_s & pL_m & -\omega_1 L_m \\ -\omega_1 L_s & -pL_s & \omega_1 L_m & pL_m \\ -pL_m & \omega_2 L_m & R_r + pL_r & -\omega_2 L_r \\ -\omega_2 L_m & -pL_m & \omega_2 L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ i_{dr} \\ i_{qr} \end{bmatrix} \quad (2-58)$$

双馈感应发电机运动方程与三相静止坐标系下的运动方程一致。因此，式(2-51)~式(2-55)共同构成了双馈感应发电机在同步旋转坐标系下的数学模型。

(2) 网侧变流器的数学模型

1) abc 坐标系下的数学模型

在建立网侧变流器的数学模型时，为便于研究，可作如下假设：三相电网电压源为理想电压源；三相滤波电感为线性的，且不考虑饱和；不计开关器件的导通压降和开关损耗。

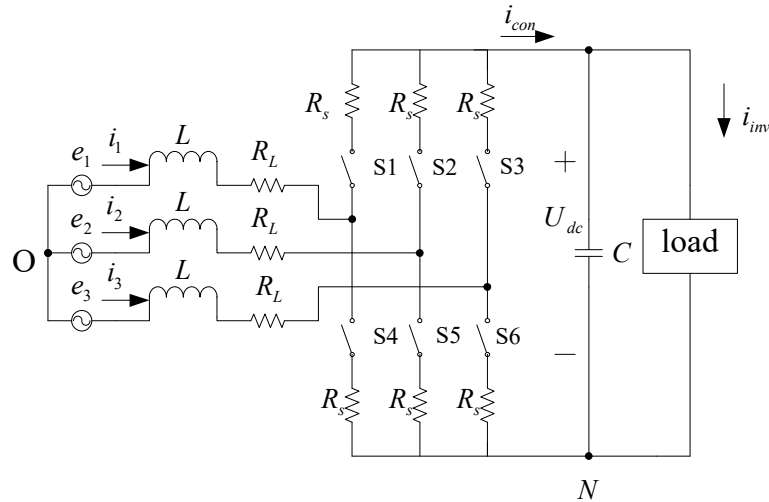


图 2-24 三相 PWM 变流器的主电路结构

图 2-24 为双 PWM 变流器的励磁电源系统，通过直流链将两个三相电压源型 PWM 全桥变流器连接起来，通过位于中间的滤波电容 C 实现直流母线电压的稳定。转子侧变流器通过向双馈电机的转子绕组馈入励磁电流，以实现矢量控制，进行最大风能捕获和调节定子无功功率。网侧变流器的作用有：可使能量双向流动，稳定直流母线电压和调节网侧功率因数。将转子侧变流器和双馈电机看做为直流侧负载，网侧变流器的交流侧可视为不变，直流侧负载是变化的，控制对象是直流侧物理量。图 2-24 中， e_k 、 i_k ($k=1,2,3$) 分别是交流侧三相电压和电流， L 和 R_L 是进线电感及其等效电阻， C 为滤波电容， i_{inv} 为网侧变流器负载电流， U_{dc} 为直流母线电压， R_s 是开关管等效导通电阻。当转子侧变流器进行控制，实

现最大风能捕获和定子无功功率调节时，网侧变流器负载电流 i_{inv} 会受到影响发生变化，当 $i_{inv} \neq i_{con}$ 时，将会对直流母线电容进行充电，直流母线电压 U_{dc} 发生变化。

定义三相桥臂开关函数 $S_k (k=1,2,3)$ 如下：

$$S_k = \begin{cases} 1, & \text{当开关 } S_k \text{ 导通且 } S_{k+3} \text{ 关断} \\ 0, & \text{当开关 } S_k \text{ 导通且 } S_{k+3} \text{ 导通} \end{cases} \quad (2-59)$$

由于每相上下桥臂的开关管不能同时导通，即在同一时刻只能有一个导通，一个关断，所以 $S_k + S_{k+3} = 1$ 。根据图 2-24，对于第 k 相，有：

$$L \frac{di_k}{dt} + R_L i_k = e_k - [(i_k R_s + U_{dc}) S_k + (i_k R_s) S_{k+3} + V_{NO}] \quad (2-60)$$

其中， R_s 是开关管等效导通电阻， V_{NO} 是直流侧负端 N 到三相中点 O 的电压。

将 $S_k + S_{k+3} = 1$ 代入式(2-60)中，整理得：

$$L \frac{di_k}{dt} + R i_k = e_k - (U_{dc} S_k + V_{NO}) \quad (2-61)$$

其中， R 为每相串联电阻的总和， $R = R_L + R_s$ 。如果三相无中线系统满足 $\sum_{k=1}^3 i_k = 0$ ，

且三相电压是理想对称的，则会有 $\sum_{k=1}^3 e_k = 0$ 。若使三相电压方程(2-61)的各相相加，化简后可得：

$$V_{NO} = -\frac{U_{dc}}{3} \sum_{k=1}^3 S_k \quad (2-62)$$

因此，式(2-61)变为：

$$L \frac{di_k}{dt} + R i_k = e_k - U_{dc} (S_k - \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 S_k) \quad (2-63)$$

对图 2-24 所示电路中的滤波电容 C ，有：

$$C \frac{dU_{dc}}{dt} = -\sum_{k=1}^3 i_k S_k - i_{inv} \quad (2-64)$$

这样，图 2-24 中的三相变流器电路便可由式(2-63)和式(2-64)组成的微分方程组进行完整的描述。一般的，可将微分方程写成矩阵形式：

$$Z\dot{X} = AX + BU \quad (2-65)$$

其中， $X = [i_1 \ i_2 \ i_3 \ U_{dc}]^T$ ， $U = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ i_{inv}]^T$ ， $Z = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix}$ ，

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -R & 0 & 0 & -S_1 - \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 S_k \\ 0 & -R & 0 & -S_2 - \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 S_k \\ 0 & 0 & -R & -S_3 - \frac{1}{3} \sum_{k=1}^3 S_k \\ S_1 & S_2 & S_3 & 0 \end{bmatrix}。$$

2) d-q 坐标系下的数学模型

三相电流控制通常在两相同步旋转坐标系中实现，因为在同步坐标系中各量稳态时为直流量。为了便于分析系统，将系统模型变换到两相同步旋转的 **d-q** 坐标系中，以三相 PWM 电压源型变流器的数学模型为基础，采用式(2-66)中的变换矩阵，基于电网电压定向矢量控制方法，建立了三相 PWM 变流器在同步旋转 **d-q** 坐标系下的数学模型。

由三相静止 **abc** 坐标系到两相旋转 **d-q** 坐标系变换矩阵为：

$$T_{3/2} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \omega t & \cos(\omega t - 2\pi/3) & \cos(\omega t + 2\pi/3) \\ -\sin \omega t & -\sin(\omega t - 2\pi/3) & -\sin(\omega t + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (2-66)$$

变换后得到三相 PWM 变流器在两相同步旋转坐标系中的模型为：

$$\begin{cases} L \frac{di_d}{dt} = -Ri_d + \omega Li_q + E_d - d_d U_{dc} \\ L \frac{di_q}{dt} = -Ri_q - \omega Li_d + E_q - d_q U_{dc} \\ C \frac{dU_{dc}}{dt} = \frac{3}{2} (d_d i_d + d_q i_q) - i_{inv} \end{cases} \quad (2-67)$$

其中， E_d 、 E_q 、 i_d 和 i_q 分别为网侧 **d**、**q** 轴电压和电流； U_{dc} 为输出的直流电压； d_d 和 d_q 为开关函数变换到 **d-q** 坐标系中的 **d** 轴和 **q** 轴相应的开关函数； ω 为电网电压的角频率； i_{inv} 是负载电流。

2.5 拉格朗日系统与 Hamilton 系统

本节主要介绍了非线性控制中两个重要的系统理论，拉格朗日系统和 Hamilton 系统。其中，拉格朗日系统是 Hamilton 系统基础，Hamilton 系统理论为风力发电机组提供良好的物理结构。

2.5.1 拉格朗日系统

为引入 Euler-Lagrange 方程，选择二维空间里的一个单自由度小球。如图 2-25 所示，设其质量为 m ，在竖直方向上 y 上运动受限，受外力 f 和重力 mg 。由牛顿第二定律可得该小球的运动等式为

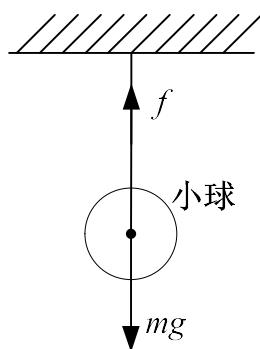


图 2-25 小球示意图

$$m\ddot{y} = f - mg \quad (2-68)$$

将等式的左端改写为：

$$m\ddot{y} = \frac{d}{dt}(m\dot{y}) = \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{y}} \left(\frac{1}{2} m \dot{y}^2 \right) = \frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{y}} \quad (2-69)$$

其中， $K = \frac{1}{2} m \dot{y}^2$ 是动能。当动能方程是含有多个变量的函数时，用上述偏微分表示，这样与下述系统保持一致。

式(2-68)中的重力可表示为：

$$mg = \frac{\partial}{\partial y}(mgy) = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (2-70)$$

其中， $P = mgy$ 是系统的重力势能。定义拉格朗日函数 $L = K - P = \frac{1}{2} m \dot{y}^2 - mgy$ ，则有：

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \frac{\partial K}{\partial \dot{y}}, \frac{\partial L}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} \quad (2-71)$$

式(2-68)可以写为

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial L}{\partial y} = f \quad (2-72)$$

式(2-72)称为 **Euler-Lagrange** 方程, 该方程和从牛顿第二定律得到的方程是等价的。上述是对单自由度对象在二维空间的 **Euler-Lagrange** 方程的推导, 考虑到更一般的情况, 下面将其推广到 n 维空间。二阶非线性微分等式为:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau \quad (2-73)$$

其中, q 为 n 维自由度系统的广义坐标, $q = (q_1, q_2, \dots, q_n)^T$; L 为拉格朗日函数,

$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$ 为拉格朗日函数 L 对广义速度 $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n$ 的偏导列向量, $\frac{\partial L}{\partial q}$ 为拉格朗日函数

L 对广义位移 q_1, q_2, \dots, q_n 的偏导列向量; τ 为作用于系统的广义列向量,

$\tau = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)^T$ 。

拉格朗日函数为

$$L = K - P = \frac{1}{2} \sum_{i,j} m_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j - P(q) \quad (2-74)$$

其中, 动能是向量 \dot{q} 的二次函数, 即 $K = \frac{1}{2} \sum_{i,j} m_{ij}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q}$; $n \times n$ 的惯性矩阵 $M(q)$ 是对称正定的; 势能 $P = P(q)$ 独立于 \dot{q} 。

式(2-74)对 \dot{q}_k ($k=1, 2, \dots, n$) 求一次微分, 有:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \sum_j m_{kj} \dot{q}_j \quad (2-75)$$

式(2-74)对 \dot{q}_k ($k=1, 2, \dots, n$) 求二次微分, 有:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \sum_j m_{kj} \ddot{q}_j + \sum_j \frac{d}{dt} m_{kj} \dot{q}_j = \sum_j m_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{i,j} \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2-76)$$

式(2-74)对 \dot{q}_k ($k=1, 2, \dots, n$) 求微分, 有:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial m_{ij}(q)}{\partial q_k} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial P}{\partial q_k} \quad (2-77)$$

将式(2-76)和式(2-77)带入到式(2-73)中，则有：

$$\sum_j m_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{i,j} \left\{ \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j - \frac{\partial P}{\partial q_k} = \tau_k \quad (2-78)$$

交换求和次序，利用对称性可得

$$\sum_{i,j} \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left\{ \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2-79)$$

式(2-79)两边同时加入相同项有

$$\sum_{i,j} \left\{ \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} - \frac{1}{2} \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \left\{ \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2-80)$$

因为 $c_{ijk} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right\}$ ， c_{ijk} 称为 Christoffel 符号。对于固定的 k ，

有 $c_{ijk} = c_{jik}$ 。定义 $\phi_k = -\frac{\partial P}{\partial q_k}$ ，则 Euler-Lagrange 方程为：

$$\sum_j m_{kj}(q) \ddot{q}_j + \sum_{i,j} c_{ijk}(q) \dot{q}_i \dot{q}_j + \phi_k(q) = \tau_k, k=1,2,\dots,n \quad (2-81)$$

其矩阵形式为

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) = \tau \quad (2-82)$$

其中， $C(q, \dot{q})$ 的第 kj 个元素定义为

$$c_{jk} = \sum_{i=1}^n c_{ijk}(q) \dot{q}_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\partial m_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial m_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial m_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \quad (2-83)$$

对于多智能体系统，若每个智能体的数学模型都为 Euler-Lagrange 方程，由此组成网络化拉格朗日系统。对式(2-82)进行变形，则网络化拉格朗日系统的第 i 个智能体的数学描述为：

$$M_i(q_i) \ddot{q}_i + C_i(q_i, \dot{q}_i) \dot{q}_i + g_i(q_i) = \tau_i, i=1,2,\dots,N \quad (2-84)$$

其中，向量 $q_i \in R^m$ 为广义坐标向量； $M_i(q_i) \in R^{m \times m}$ 为正定对称的惯性矩阵； $C_i(q_i, \dot{q}_i) \in R^{m \times m}$ 为离心力矩阵； $g_i(q_i) \in R^m$ 表示重力力矩向量； $\tau_i \in R^m$ 为控制力矩向量。

Euler-Lagrange 方程包含一些结构上的性质，在之后的理论推导和证明过程

中有很大的作用。主要的三条性质如下：

性质 1(参数有界性): 存在正常数 $M_{m,i}, M_{M,i}, C_{M,i}$, 使得 $\|C_i(q_i, \phi_i)\| \leq C_{M,i} \|\phi_i\|$, $M_{m,i} \leq \|M_i(q_i)\| \leq M_{M,i}$ 对任意 $q_i \in R^m$ 成立。

性质 2 (斜对称性): 矩阵函数 $M_i^*(q_i) - 2C_i(q_i, \phi_i)$ 对任意 q_i 和 ϕ_i 是斜对称的, 即对任意向量 $x \in R^m$, 有 $x^T (M_i^*(q_i) - 2C_i(q_i, \phi_i))x = 0$ 。

性质 3 (动态参数的线性性质): 对于所有向量 $x, y \in R^m$, 存在以下等式成立 $M_i^*(q_i)x + C_i(q_i, \phi_i)y + g_i(q_i) = Y(q_i, \phi_i, x, y)\Theta_i$ 。其中 $Y(q_i, \phi_i, x, y)\Theta_i$ 是回归量, Θ_i 是与第 i 个智能体相关的常值参数向量。

2.5.2 Hamilton 系统

对 Euler-Lagrange 方程加以推导可以得到端口受控 Hamilton 系统, 它们都是通过能量函数来描述系统的动态特性。标准的 Euler-Lagrange 方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q}) \right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = \tau \quad (2-85)$$

定义广义列向量 $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)^T = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}}$, 由 Lagrange 函数 $L = K - P$,

$K = \frac{1}{2} \dot{\phi}^T M(q) \dot{\phi}$, 可得

$$p = M(q) \dot{\phi} \quad (2-86)$$

定义状态向量 $(q_1, q_2, \dots, q_n, p_1, p_2, \dots, p_n)^T$, 进而将 n 个二阶方程(2-85)改写成 $2n$ 个一阶方程, 即

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \frac{\partial H(q, p)}{\partial p} = M^{-1}(q)p \\ \dot{p} = -\frac{\partial H(q, p)}{\partial q} + \tau \end{cases} \quad (2-87)$$

其中,

$$H(q, p) = \frac{1}{2} p^T M^{-1}(q) p + P(q) = \frac{1}{2} \dot{\phi}^T M^{-1}(q) \dot{\phi} + P(q) \quad (2-88)$$

上式表示系统的总能量。式(2-87)称为系统 Hamilton 方程, 式(2-88)称为系统的 Hamilton 函数。

对式(2-88)求导，则系统的能量平衡方程可以写成如下形式：

$$\frac{d}{dt}H(q, p) = \frac{\partial^T H}{\partial q}(q, p)\dot{q} + \frac{\partial^T H}{\partial p}(q, p)\dot{p} = \frac{\partial^T H}{\partial p}(q, p)\tau = \dot{q}^T \tau \quad (2-89)$$

由上式可知，外界对 Hamilton 系统做的功就等于系统变化的能量，即系统满足能量守恒。进一步对系统(2-87)进行推广，可以得到广义 Hamilton 方程。

$$\begin{cases} \dot{p} = -\frac{\partial H(q, p)}{\partial q} + G(q)u, & u \in R^m \\ y = G^T(q) \frac{\partial H(q, p)}{\partial p} = G^T(q)\dot{q}, & y \in R^m \end{cases} \quad (2-90)$$

其中， $G(q) \in R^{k \times m}$ 表示输入力矩矩阵， $G(q)u$ 表示控制输入 u 产生的广义力。对式(2-90)进行进一步整理，可得 Euler-Lagrange 系统的 Hamilton 系统模型，如式(2-91)所示：

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{p} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ G(q) \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & G(q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nabla_q H \\ \nabla_p H \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-91)$$

取 $x = (q, p)$ ， $x = (q, p)$ ， $J(x) = \begin{bmatrix} 0 & I_k \\ -I_k & 0 \end{bmatrix}$ ， $g(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ G(q) \end{bmatrix}$ ，可得 Euler-Lagrange

力学方程的端口受控 Hamilton 系统（port-control Hamiltonian system, PCH）标准形式为：

$$\begin{cases} \dot{x} = J(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u \\ y = g^T(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \end{cases} \quad (2-92)$$

若将阻性元件引入到 PCH 系统的端口中，即可引入能量耗散的概念，得到 PCH-D 系统模型，如下式所示：

$$\begin{cases} \dot{x} = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u \\ y = g^T(x) \frac{\partial H(x)}{\partial x} \end{cases} \quad (2-93)$$

式中, $J(x)$ 为互联矩阵, $J(x) = -J^T(x)$, 表示系统的互联结构; $R(x)$ 为阻尼矩阵, $R(x) = R^T(x) \geq 0$, 描述端口阻性结构; $H(x)$ 为系统 Hamilton 能量函数。由无源性理论可知, 若 $H(x)$ 有下界, 则系统(2-93)是无源系统; $g(x)$ 表示外部互联矩阵, 反映的是系统端口特性。

互联矩阵反映系统的互联结构, 阻尼矩阵反映系统的阻尼结构, 这两类矩阵提供的是系统的内部信息, 为系统分析、研究和控制带来方便。在很多机械或电气系统的学习研究中, 需要从系统的内部结构入手, 深入研究后发现很多系统都可表示为 PCH-D 系统, 它们由储能元件、阻尼元件、端口及控制部分互联组成, 且满足能量守恒。其内部互联结构如图 2-26 所示。

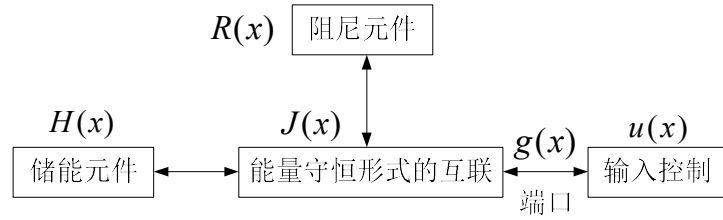


图 2-26 PCH-D 系统的内部结构互联

针对无源控制理论中的 Hamilton 系统镇定问题, Ortega 提出了一种互联与阻尼配置的无源控制方法^[53]。IDA-PBC 方法中, 用 PCH-D 形式表示系统模型, 用 Hamilton 函数表示系统存储的能量, 通过阻尼矩阵和互联矩阵描述 PCH-D 系统的内部能量交换。应用 IDA-PBC 方法对系统进行能量成型设计, 即通过反馈控制器, 将给定的 PCH-D 系统转变成另一个 PCH-D 系统; 变换后, 闭环系统的互联与阻尼结构保持不变。下面说明 Hamilton 能量成型的主要思路:

对 PCH-D 系统(2-93)寻找一个能量成型控制策略 $u = \beta(x)$, 使闭环系统满足如下耗散形式:

$$\dot{x} = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2-94)$$

且闭环系统 Hamilton 函数 $H_d(x)$ 满足:

$$g^T(x) \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} = y + d \quad (2-95)$$

其中， d 为能量成型控制策略中输出的调整值。则系统(2-71)在能量成型控制策略 $u = \beta(x)$ 的作用下可写成以下形式：

$$[J(x) - R(x)] \frac{\partial H(x)}{\partial x} + g(x)u = [J(x) - R(x)] \frac{\partial H_d(x)}{\partial x} \quad (2-96)$$

上式满足以下匹配条件：

$$g^\perp(x)[J(x) - R(x)](\nabla H_d(x) - \nabla H(x)) = 0 \quad (2-97)$$

其中， $g^\perp(x)$ 是一个满秩左零化子，满足 $g^\perp(x)g(x) = 0$ 。若 $g^\perp(x)$ 为列满秩矩阵，那么能量成型控制策略可表示为：

$$u = \beta(x) = [g^T(x)g(x)]^{-1} g^T(x)(J(x) - R(x))(\nabla H_d(x) - \nabla H(x)) \quad (2-98)$$