



航空学报

Acta Aeronautica et Astronautica Sinica

ISSN 1000-6893, CN 11-1929/V

《航空学报》网络首发论文

题目: 不确定强耦合下四旋翼姿态鲁棒自适应控制
作者: 刘晨阳, 吴大伟, 郭一泽, 吕欣赛, 周佳妮, 邵书义
收稿日期: 2022-06-17
网络首发日期: 2022-09-14
引用格式: 刘晨阳, 吴大伟, 郭一泽, 吕欣赛, 周佳妮, 邵书义. 不确定强耦合下四旋翼姿态鲁棒自适应控制[J/OL]. 航空学报.
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.1929.V.20220913.1159.012.html>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

引用格式：刘晨阳，吴大伟，郭一泽，等. 不确定强耦合下四旋翼姿态鲁棒自适应控制[J]. 航空学报, 2022. LIU C Y, WU D W, GUO Y Z, et al. Robust Adaptive Control of Quadrotor Attitude Under Uncertain Strong Coupling [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2022(in Chinese).

不确定强耦合下四旋翼姿态鲁棒自适应控制

刘晨阳¹，吴大伟^{1,*}，郭一泽¹，吕欣赛¹，周佳妮¹，邵书义²

1. 河海大学 能源与电气学院 南京 211100
2. 南京航空航天大学 自动化学院 南京 211106

摘要：针对多源不确定强耦合下的四旋翼无人机姿态控制问题，本文首次设计了一种多层逼近自适应神经网络动态面控制算法。区别于以往的加性耦合不确定研究，本文考虑无人机飞行控制中的乘性耦合多源不确定估计与补偿问题。首先，构建不确定四旋翼无人机姿态动力学模型，并基于神经网络与傅里叶展开实现乘性耦合不确定的巧妙转换；其次，将自适应技术与反步法相结合，设计多层逼近自适应控制律；同时动态面技术用于解决反步法中虚拟控制律求导问题。完整理论分析与仿真实验表明了本文控制策略的有效性。

关键词：四旋翼无人机；姿态控制；神经网络；动态面控制；自适应控制

中图分类号：V211;TP29 **文献标识码：**A **文章编号：**1000-6893 (2019) XX-XXXXX-XX

1 引言

四旋翼无人机(Quadrotor Unmanned Aerial Vehicle, QUAV)因体积小、集成度高、便于操作等特点，被广泛应用于军事、物流、电力等领域^[1-5]。姿态控制是实现QUAV自主飞行的基础，因此，对QUAV姿态的控制品质直接影响其飞行效果。QUAV的姿态模型具有明显的非线性，且易受外界干扰影响，研制具有良好抗干扰和环境自适应能力的姿态控制方法是QUAV飞行控制系统中亟需解决的问题。针对此类具有不确定因素的非线性系统，目前常用的处理手段有以下两种：线性化和设计非线性控制器^[6-7]。文献[8]、[9]采用反馈线性化技术实现了QUAV姿态控制，文

献[10]则进一步将反馈法与线性二次高斯方法结合，满足了无人机姿态控制对跟踪性能的要求。然而，线性化方法通常忽略或抵消非线性项，并要求所有系统状态方程已知，使得控制器的鲁棒性不足，限制了QUAV的应用范围。

针对线性化方法存在的问题，反步法^[11-12]、神经网络^[13-14]、模糊控制^[15]、自抗扰^[16]非线性方法被大量运用于QUAV的控制器设计中。在非线性的控制律设计中，反步法因设计简单、应用方便，被广泛应用于无人机控制。针对QUAV的姿态控制问题，文献[17]提出了一种L1自适应块控反步控制方法，得到了良好的控制效果。但反步法在高阶系统应用中存在“微分爆炸”风险。对此，动态面技术在近年来被用于解决该问题^{[18-}

收稿日期：2022-06-17；退修日期：2022-08-26

基金项目：国家自然科学基金(62103135)；中央高校基本科研业务费(B210202068)

*通讯作者: wudaweiwkl@126.com

20]。针对严反馈非线性系统,文献[21]设计了一种基于自抗扰的动态面控制,用于QUAV姿态控制问题中的强耦合、外部扰动问题,并实现了稳定控制。

由于QUAV非线性、欠驱动的特性,其控制性能易受外界环境风扰、风阻和内部系统建模不确定、参数不确定等多源不确定因素影响[22]。虽然已有许多无人机多源不确定研究,但大多研究忽略具体耦合关系,将所有不确定部分总括为一个集总干扰。文献[23]将外界阵风干扰、内部未建模动态及气动参数摄动等不确定性因素一同视作集总干扰,并分别在位置回路和姿态回路设计高阶滑模观测器进行集总干扰的估计与补偿。部分学者虽考虑了多源不确定因素的具体耦合关系,但主要局限于加性耦合不确定问题。文献[24]利用径向基函数神经网络对QUAV系统的外界扰动与模型不确定部分之和进行估计,并将估计值反馈给控制器进行补偿。而在真实工程条件下,外干扰常与系统内部状态存在强耦合关系,难以通过加性耦合简单表述。与之相比,乘性耦合更符合工程实际需求,也给算法的非线性拟合能力提出了更大的挑战。

神经网络因较强的自学习能力与非线性函数逼近能力,在处理QUAV外部扰动估计与模型不确定问题中优势突出;而相比于其他神经网络,简单的结构与良好的泛化能力使得径向基函数神经网络(Radial Basis Function Neural Network, RBFNN)在实际使用中脱颖而出[25-27]。文献[28]针对一类存在输入饱和与外部干扰的非线性系统,分别利用RBF神经网络和干扰观测器实现了逼近系统函数与处理未知外界扰动。更进一步地,多层神经网络凭借其更强的非线性映射能力可用于解决此多源不确定乘性耦合问题[29]。

基于以上考虑,本文针对多源不确定强耦合下QUAV姿态控制问题,设计了一种多层逼近自适应神经网络动态面控制算法。第一部分构建QUAV姿态模型。第二部分利用神经网络与傅里叶展开对乘性耦合不确定进行估计逼近。第三部分给出了利用自适应技术与反步法设计控制律的

过程。第四与第五部分分别展示了稳定性分析与仿真验证。最后给出了仿真验证结果与相关结论。

2 四旋翼无人机模型及问题描述

QUAV 的姿态及高度控制是其位置控制的前提,且水平位置变化对姿态及高度控制影响较小。因此,本文着重考察 QUAV 的姿态与高度控制,忽略水平位置变化对于姿态及高度控制的影响。

QUAV 姿态及高度运动模型为:

$$\begin{cases} \ddot{z} = \frac{1}{m}u_1 - \frac{G_1}{m}\dot{z} - g \\ \ddot{\theta} = \frac{1}{I_{xx}}u_2 - \frac{G_2}{I_{xx}}\dot{\theta} + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}}\dot{\phi}\dot{\psi} \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_{yy}}u_3 - \frac{G_3}{I_{yy}}\dot{\phi} + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}}\dot{\theta}\dot{\psi} \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}}u_4 - \frac{G_4}{I_{zz}}\dot{\psi} + \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}}\dot{\theta}\dot{\phi} \\ u_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \\ u_2 = l(F_1 - F_2 - F_3 + F_4) \\ u_3 = l(-F_1 - F_2 + F_3 + F_4) \\ u_4 = Q_1 - Q_2 + Q_3 - Q_4 \end{cases} \quad (1)$$

式中 z , θ , ϕ , ψ 分别为 QUAV 的高度、滚转角、俯仰角、偏航角; m , I_{xx} , I_{yy} , I_{zz} 分别为机身质量及绕各轴转动惯量; G_1 , G_2 , G_3 , G_4 为空气阻力系数; u_1 , u_2 , u_3 , u_4 为控制输入; l 为半机身长; $F_i = C_T \omega_i^2$ ($i=1,2,3,4$), 为第 i 个螺旋桨升力, ω_i 为第 i 个螺旋桨角速度, C_T 为升力系数; $Q_i = C_M \omega_i^2$ ($i=1,2,3,4$), 为第 i 个螺旋桨反扭力, C_M 为反扭力系数; g 为重力加速度。

该姿态及高度模型的结构如图 1 所示。

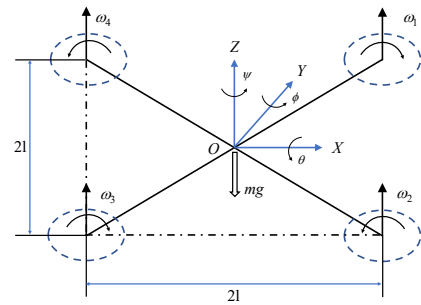


图 1 四旋翼无人机示意图

Fig. 1 Schematic diagram of QUAV

在实际飞行中, QUAV常受外界环境干扰, 且外干扰往往与系统状态耦合作用于系统动态。而复杂多变的强耦合关系难以准确建模。因此引入外干扰与建模不确定项的乘性耦合表示此强耦合关系对于高精度姿态及高度控制具有重要意义。

考虑外干扰与建模不确定的乘性耦合, 姿态与高度运动模型 (1) 可整理为如下严反馈形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2} \\ \dot{x}_{i2} = a_i x_{i2} + b_i u_i + c_i + h_i(z_i) d_i \\ i = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (2)$$

式中 $z_1 = [x_{11}, x_{12}]^T = [z, \dot{z}]^T$, $z_2 = [x_{21}, x_{22}]^T = [\theta, \dot{\theta}]^T$, $z_3 = [x_{31}, x_{32}]^T = [\phi, \dot{\phi}]^T$, $z_4 = [x_{41}, x_{42}]^T = [\psi, \dot{\psi}]^T$; $a_1 = -\frac{G_1}{m}$, $a_2 = -\frac{G_2}{I_{xx}}$, $a_3 = -\frac{G_3}{I_{yy}}$, $a_4 = -\frac{G_4}{I_{zz}}$; $b_1 = \frac{1}{m}$, $b_2 = \frac{1}{I_{xx}}$, $b_3 = \frac{1}{I_{yy}}$, $b_4 = \frac{1}{I_{zz}}$; $c_1 = -g$, $c_2 = \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi}$, $c_3 = \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\psi}$, $c_4 = \frac{I_{xx} - I_{zz}}{I_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi}$; d_i 表示外干扰, $h_i(z_i): R^2 \rightarrow R$ 表示连续的建模不确定。

本文研究目标: 针对 QUAV 的姿态及高度动力学与运动学特性, 设计基于复合逼近的鲁棒自适应控制律, 使得 QUAV 能在未知外干扰与建模不确定的乘性耦合下, 仍能稳定跟踪参考指令。

对于上述研究目标, 本文研究将基于以下基本假设与引理:

假设 1^[30]: 未知的干扰信号可以分解如下:

$$d_i = \sum_{j=1}^{\infty} [\alpha_{ij} \sin(w_{ij}t) + \beta_{ij} \cos(w_{ij}t)] \quad (3)$$

式中 w_{ij} 为已知频率; α_{ij} , β_{ij} 为未知振幅。

引理 1^[31]: 对于任何连续函数 $f(z)$, 存在一个径向基函数神经网络 $W^{*T}S(z)$ 能够逼近该函数至任意给定精度:

$$|f(z) - W^{*T}S(z)| = |\varepsilon(z)^*| \leq \bar{\varepsilon} \quad (4)$$

式中 z 为神经网络输入向量, W^* 为神经网络的最优权重向量; $S(z)$ 神经网络激活函数矩阵;

$\varepsilon(z)^*$ 为最小逼近误差, $\bar{\varepsilon}$ 为逼近误差上界。

引理 2: 对于任意常数 $b > 0$ 和变量 z , 下

列不等式成立:

$$0 < |z| - z \tanh\left(\frac{z}{b}\right) \leq b\xi \quad (5)$$

其中 $\xi = 0.2785$ 。

3 耦合不确定预处理

针对多源不确定强耦合问题, 本小节采用自适应神经网络及傅里叶展开方法, 对未知外干扰 d_i 与建模不确定 $h_i(z_i)$ 的乘性耦合不确定进行预处理。

根据引理 1, 建模不确定可写作:

$$h_i(z_i) = W_{hi}^{*T} S_{hi}(z_i) + \varepsilon_{hi}^* \quad (6)$$

其中 $W_{hi}^* = [W_{hi1}, W_{hi2}, \dots, W_{hiM}]^T$, $S_{hi}(z_i) = [S_{hi1}(z_i), S_{hi2}(z_i), \dots, S_{hiM}(z_i)]^T$, $i = 1, 2, 3, 4$, M 为一给定正整数。

由于 W_{hi}^* 和 ε_{hi}^* 未知, $h_i(z_i)$ 可被估计为:

$$\hat{h}_i(z_i) = \hat{W}_{hi}^T S_{hi}(z_i) \quad (7)$$

针对特定环境下的干扰特性, 根据假设 1, 外干扰 $d_i(t)$ 可作如下处理:

$$\begin{aligned} d_i(t) &= \sum_{j=1}^{\infty} [\alpha_{ij} \sin(w_{ij}t) + \beta_{ij} \sin(w_{ij}t)] \\ &= \sum_{j=1}^N c_{ij} \sin(w_{ij}t + \varphi_{ij}) + \varepsilon_i' \\ &= \sum_{j=1}^N c_{ij} \sin(w_{ij}t) + \varepsilon_i' + \varepsilon_i'' \\ &= W_{di}^{*T} S_{di}(t) + \varepsilon_{di} \end{aligned} \quad (8)$$

式中 N 为基频频率数; c_{ij} 为等效干扰的振幅; w_{ij} 为谐波频率, ε_i' 为高次谐波偏差, ε_i'' 为相位偏差, ε_{di} 为总偏差; $W_{di}^* = [c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{iN}]^T$, $S_{di}(t) = [\sin(w_{i1}t), \sin(w_{i2}t), \dots, \sin(w_{iN}t)]^T$ 。

根据 (6)、(8), 外干扰与建模不确定项的耦合为:

$$\begin{aligned} D_i &= h_i(z_i) d_i(t) \\ &= W_{hi}^{*T} S_{hi}(z_i) W_{di}^{*T} S_{di}(t) + \varepsilon_{di} W_{hi}^{*T} S_{hi}(z_i) + \\ &\quad \varepsilon_{hi}^* W_{di}^{*T} S_{di}(t) + \varepsilon_{hi}^* \varepsilon_{di} \\ &= W_{ai}^{*T} S_a(z_i, t) + W_{bi}^{*T} S_b(z_i) + W_{ci}^{*T} S_c(t) + \\ &\quad \varepsilon_i \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $W_{ai}^* = [c_{i1} W_{hi1}, \dots, c_{iN} W_{hiM}, \dots, c_{iN} W_{hi1}, \dots, c_{iN} W_{hiM}]^T$, $S_{ai}(z_i, t) = [S_{hi1}(z_i) \sin(w_{i1}t), \dots,$

$$\begin{aligned} & S_{hiM}(z_i) \sin(w_{i1}t), \dots, S_{hiL}(z_i) \sin(w_{iN}t), \dots, \\ & S_{hiM}(z_i) \sin(w_{iN}t) \Big]; W_{bi}^* = \varepsilon_{di} W_{hi}^*, \quad S_{bi}(z_i) = \\ & S_{hi}(z_i); \quad W_{ci}^* = \varepsilon_{hi}^* W_{di}^*, \quad S_{ci}(t) = S_{di}(t); \quad \varepsilon_i = \\ & \varepsilon_{hi}^* \varepsilon_{di}. \end{aligned}$$

假设 $|\varepsilon_i|$ 的上界为 E_i 。取 E_i 的估计为 \hat{E}_i ，取 D_i 的估计为：

$$\begin{aligned} \hat{D}_i = & \hat{W}_{ai}^T S_{ai}(z_i, t) + \hat{W}_{bi}^T S_{bi}(z_i) + \hat{W}_{ci}^T S_{ci}(t) + \\ & \hat{E}_i \tanh\left(\frac{e_{i2}}{b}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

式中 e_{i2} 为 (12) 中定义的虚拟控制律误差。

定义估计误差：

$$\begin{cases} \tilde{E}_i = \hat{E}_i - E_i \\ \tilde{W}_{ai} = \hat{W}_{ai} - W_{ai}^* \\ \tilde{W}_{bi} = \hat{W}_{bi} - W_{bi}^* \\ \tilde{W}_{ci} = \hat{W}_{ci} - W_{ci}^* \end{cases} \quad (11)$$

4 控制器设计

针对本文所设 QUAV 模型与动态面控制理论，可定义如下控制误差：

$$\begin{cases} e_{i1} = x_{i1} - x_{i1d} \\ e_{i2} = x_{i2} - x_{i2df} \\ e_{i2f} = x_{i2df} - x_{i2d} \\ i = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (12)$$

式中 x_{i1d} 为期望值， e_{i1} 为跟踪误差， x_{i2d} 为虚拟控制律， x_{i2df} 为虚拟控制律的滤波输出， e_{i2} 为虚拟控制律误差， e_{i2f} 为滤波器误差。所述一阶惯性滤波器设计如下：

$$\begin{cases} \dot{x}_{i2df} + \tau_i \dot{x}_{i2df} = x_{i2d} \\ x_{i2df}(0) = x_{i2d}(0) \end{cases} \quad (13)$$

式中 τ_i 为时间常数， $i = 1, 2, 3, 4$ 。

设计虚拟控制律为：

$$\dot{x}_{i2d} = -k_{i1} e_{i1} + \dot{x}_{i1d} \quad (14)$$

式中 k_{i1} 为待设计常数， $i = 1, 2, 3, 4$ 。

由于虚拟控制律的导函数 \dot{x}_{i2d} 为系统状态变量的连续函数。因此在可认为 \dot{x}_{i2d} 在预设的状态空间内是有界的，并存在未知常数 $B_i > 0$ ，使得 $|\dot{x}_{i2d}| \leq B_i$ 。

根据动态面控制原理，设计控制律：

$$u_i = \frac{-k_{i2} e_{i2} - a_i x_{i2} - c_i - \hat{D}_i + \dot{x}_{i2df}}{b_i} \quad (15)$$

式中 k_{i2} 为待设计常数， $i = 1, 2, 3, 4$ 。

根据所设控制率与耦合不确定预处理，虚拟控制率误差可做如下处理：

$$\begin{aligned} \dot{e}_{i2} = & -k_{i2} e_{i2} + D_j - \hat{D}_j \\ = & -k_{i2} e_{i2} + W_{ai}^{*T} S_{ai}(z_i, t) - \\ & \hat{W}_{ai}^T S_{ai}(z_i, t) + W_{bi}^{*T} S_{bi}(z_i) - \\ & \hat{W}_{bi}^T S_{bi}(z_i) + W_{ci}^{*T} S_{ci}(t) - \\ & \hat{W}_{ci}^T S_{ci}(t) + \varepsilon_i - \hat{E}_i \tanh\left(\frac{e_{i2}}{b}\right) \\ = & -k_{i2} e_{i2} - \tilde{W}_{ai}^T S_{ai}(z_i, t) - \\ & \tilde{W}_{bi}^T S_{bi}(z_i) - \tilde{W}_{ci}^T S_{ci}(t) + \\ & \varepsilon_i - \hat{E}_i \tanh\left(\frac{e_{i2}}{b}\right) \end{aligned} \quad (16)$$

根据 (18) 所设 Lyapunov 函数，可设计如下自适应律：

$$\begin{cases} \dot{\hat{E}}_i = -\sigma_{ei} \hat{E}_i + e_{i2} \tanh\left(\frac{e_{i2}}{b}\right) \\ \dot{\hat{W}}_{ai} = -\sigma_{ai} \hat{W}_{ai} + S_{ai}(z_i, t) e_{i2} \\ \dot{\hat{W}}_{bi} = -\sigma_{bi} \hat{W}_{bi} + S_{bi}(z_i) e_{i2} \\ \dot{\hat{W}}_{ci} = -\sigma_{ci} \hat{W}_{ci} + S_{ci}(t) e_{i2} \end{cases} \quad (17)$$

5 稳定性分析

综合考虑本文所设所有估计误差与控制误差，设计 Lyapunov 函数如下：

$$\begin{cases} V_i = \frac{1}{2} e_{i1}^2 + \frac{1}{2} e_{i2}^2 + \frac{1}{2} e_{i2f}^2 + \frac{1}{2} \tilde{E}_i^2 + \\ \quad \frac{1}{2} \tilde{W}_{ai}^T \tilde{W}_{ai}^* + \frac{1}{2} \tilde{W}_{bi}^T \tilde{W}_{bi}^* + \frac{1}{2} \tilde{W}_{ci}^T \tilde{W}_{ci}^* \\ V = \sum_{i=1}^4 V_i \end{cases} \quad (18)$$

考虑引理 2，对 $V_i (i = 1, 2, 3, 4)$ 求导可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & e_{i1} \dot{e}_{i1} + e_{i2} \dot{e}_{i2} + e_{i2f} \dot{e}_{i2f} + \tilde{W}_{ai}^T \dot{\tilde{W}}_{ai} + \\ & \tilde{W}_{bi}^T \dot{\tilde{W}}_{bi} + \tilde{W}_{ci}^T \dot{\tilde{W}}_{ci} + \tilde{E}_i \dot{\tilde{E}}_i \\ \leq & e_{i1} (-k_{i1} e_{i1} + e_{i2}) + e_{i2} (-k_{i2} e_{i2} - \\ & \tilde{W}_{ai}^T S_{ai}(z_i, t) - \tilde{W}_{bi}^T S_{bi}(z_i) - \tilde{W}_{ci}^T S_{ci}(z_i) + \\ & \varepsilon_i - \hat{E}_i \tanh\left(\frac{e_{i2}}{b}\right)) + e_{i2f} \left(-\frac{1}{\tau_i} e_{i2f} + B_i\right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \tilde{W}_{ai}^T (-\sigma_{ai} \hat{W}_{ai} + S_{ai}(z_i, t) e_{i2}) + \\
 & \tilde{W}_{bi}^T (-\sigma_{bi} \hat{W}_{bi} + S_{bi}(z_i) e_{i2}) + \\
 & \tilde{W}_{ci}^T (-\sigma_{ci} \hat{W}_{ci} + S_{ci}(t) e_{i2}) \\
 & \leq -k_{i1} e_{i1}^2 - k_{i2} e_{i2}^2 - \frac{1}{\tau_i} e_{i2f}^2 - \frac{\sigma_{ai}}{2} \|\tilde{W}_{ai}\|^2 - \\
 & \frac{\sigma_{bi}}{2} \|\tilde{W}_{bi}\|^2 - \frac{\sigma_{ci}}{2} \|\tilde{W}_{ci}\|^2 - \frac{\sigma_{ei}}{2} \tilde{E}^2 + \\
 & \frac{\sigma_{ai}}{2} \|W_{ai}^*\|^2 + \frac{\sigma_{bi}}{2} \|W_{bi}^*\|^2 + \frac{\sigma_{ci}}{2} \|W_{ci}^*\|^2 + \\
 & \frac{\sigma_{ei}}{2} E^2 + e_{i1} e_{i2} + e_{i1} e_{i2f} + B_i e_{i2f} + \\
 & e_{i2} \varepsilon_i - e_{i2} \hat{E}_i \tanh(\frac{e_{i2}}{b}) + e_{i2} \tilde{E}_i \tanh(\frac{e_{i2}}{b}) \\
 & \leq -(k_{i1} - 1) e_{i1}^2 - \left(k_{i2} - \frac{1}{2}\right) e_{i2}^2 - \left(\frac{1}{\tau_i} - 1\right) e_{i2f}^2 - \\
 & \frac{\sigma_{ai}}{2} \|\tilde{W}_{ai}\|^2 - \frac{\sigma_{bi}}{2} \|\tilde{W}_{bi}\|^2 - \frac{\sigma_{ci}}{2} \|\tilde{W}_{ci}\|^2 - \\
 & \frac{\sigma_{ei}}{2} \tilde{E}^2 + \frac{1}{2} B_i^2 + \frac{\sigma_{ai}}{2} \|W_{ai}^*\|^2 + \\
 & \frac{\sigma_{bi}}{2} \|W_{bi}^*\|^2 + \frac{\sigma_{ci}}{2} \|W_{ci}^*\|^2 + \frac{1}{2} E_i^2 + \\
 & \hat{E}_i \left[|e_{i2}| - e_{i2} \tanh(\frac{e_{i2}}{b}) \right] \\
 & \leq -(k_{i1} - 1) e_{i1}^2 - \left(k_{i2} - \frac{1}{2}\right) e_{i2}^2 - \left(\frac{1}{\tau_i} - 1\right) e_{i2f}^2 - \\
 & \frac{\sigma_{ai}}{2} \|\tilde{W}_{ai}\|^2 - \frac{\sigma_{bi}}{2} \|\tilde{W}_{bi}\|^2 - \frac{\sigma_{ci}}{2} \|\tilde{W}_{ci}\|^2 - \\
 & \left(\frac{\sigma_{ei}}{2} - \frac{1}{2}\right) \tilde{E}^2 + \frac{1}{2} B_i^2 + \frac{\sigma_{ai}}{2} \|W_{ai}^*\|^2 + \\
 & \frac{\sigma_{bi}}{2} \|W_{bi}^*\|^2 + \frac{\sigma_{ci}}{2} \|W_{ci}^*\|^2 + \frac{1}{2} E_i^2 + \\
 & \frac{1}{2} b^2 \xi^2 + b \xi E_i \\
 & \leq -P_i V_i + Q_i
 \end{aligned} \tag{19}$$

式中 $P_i = \min\{2k_{i1} - 2, 2k_{i2} - 1, \frac{2}{\tau_i} - 2, \sigma_{ai}, \sigma_{bi},$

$$\sigma_{ci}, \sigma_{ei} - 1\}; \quad Q_i = \frac{1}{2} B_i^2 + \frac{\sigma_{ai}}{2} \|W_{ai}^*\|^2 + \frac{\sigma_{bi}}{2} \|W_{bi}^*\|^2 + \frac{\sigma_{ci}}{2} \|W_{ci}^*\|^2 + \frac{1}{2} E_i^2 + \frac{1}{2} b^2 \xi^2 + b \xi E_i.$$

只要满足: $k_{i1} > 1$, $k_{i2} > \frac{1}{2}$, $0 < \tau_i < 1$, $\sigma_{ai} > 0$, $\sigma_{bi} > 0$, $\sigma_{ci} > 0$, $\sigma_{ei} > 1$, 就可保证第 i 个状态量的跟踪误差是有界的。

对总 Lyapunov 函数 V 求导可得:

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^4 -P_i V_i + Q_i \leq -PV + Q \tag{20}$$

式中 $P = \min\{P_1, P_2, P_3, P_4\}$; $Q = \sum_{i=1}^4 Q_i$ 。由 $P_i > 0$ 得 $P > 0$; 由 Q_i 有界得 Q 有界。

根据 (20), 可知:

$$V(t) \leq \frac{Q}{P} + e^{-Pt} [V(0) - \frac{Q}{P}] \tag{21}$$

因此, QUAV 的姿态可在一定误差范围内跟踪参考输入。

6 系统仿真与分析

利用 Matlab/Simulink 软件对本文所设计的四旋翼飞行控制算法进行仿真设计。

根据文献[32]中广泛采用的工程近似处理方法, 将风干扰通过不同频率谐波叠加表示; 考虑到真实物理情况, 加入控制器未知频率正弦干扰 $d_u = 0.39 \sin(2.56t)$ 以及方差 $\sigma^2 = 0.001$ 的高斯白噪声干扰 d_n , 本仿真考虑如下风干扰模型:

$$d(j) = d_u + d_n + \sum_{i=1}^4 \frac{1}{i \times 2 - 1} \sin((i \times 2 - 1)t) \tag{22}$$

设置乘性耦合建模不确定项 $h_i(z_i)$ 如下:

$$\begin{cases} h_i(z_i) = 1.5(\sin x_i + x_i + 1) \\ i = 1, 2, 3 \end{cases} \tag{23}$$

考虑到实验场景中对物理量检测过程中的误差及噪声, 假设传感器噪声主要来自于加速度计, 根据文献[33]中对 IMU 噪声的建模方法, 在仿真中设置控制器加速度输入如下:

$$\tilde{x}_{i2} = \dot{x}_{i2} + b_i + bias_i \tag{24}$$

其中 b_i 为高斯噪声, $bias_i$ 为零偏。

为证明控制策略的有效性、优越性, 以及考虑乘性耦合所带来的效果, 本文引入文献[34]中不考虑乘性耦合干扰, 基于干扰观测器的预设性能反步控制与本文所提出控制率进行对比, 该控制率基本思路是设计干扰观测器对干扰进行补偿并构造障碍 Lyapunov 函数实现预设性能, 具体设计方法可参考文献[34]。最后, 将两种控制率引入(1)所表示 QUAV 动力学模型, 施加谐波外界干扰, 观察两种控制算法响应曲线从而进行比较。设置初始姿态 $x_{21} = 0rad$, $x_{31} = \pi / 2rad$, $x_{41} = 0rad$, 设置初始高度 $x_{11} = 0m$; 期望姿态指令如下: $\phi_d = \sin\left(\frac{2\pi t}{25}\right)rad$, $\theta_d = \cos\left(\frac{2\pi t}{25}\right)rad$,

$\psi_d = \pi / 2 \text{ rad}$, $z_d = 3 \text{ m}$ 。

QUAV 模型参数和两种不同算法对应控制器参数分别由表 1、表 2 和表 3 给出。

表1 QUAV模型参数

Table1 QUAV model parameters

变量	数值	单位
m	1.5	kg
a	0.14	m
I_{xx}	0.03	kg / m^2
I_{yy}	0.03	kg / m^2
I_{zz}	0.04	kg / m^2
$G_1 \sim G_4$	0.01	kg / s

表 2 多层逼近自适应控制器参数

Table 2 Multilayer approximation adaptive controller parameters

变量	数值	变量	数值	变量	数值
k_1	9.5	k_5	6.5	$\sigma_{c1} \sim \sigma_{c3}$	1
k_2	8.5	k_6	5.5	τ_2	0.2
k_3	9.5	$\sigma_{a1} \sim \sigma_{a3}$	0.1	τ_4	0.2
k_4	8.5	$\sigma_{b1} \sim \sigma_{b3}$	1	τ_6	0.25
b	0.01	$\sigma_{\varepsilon 1} \sim \sigma_{\varepsilon 3}$	5		

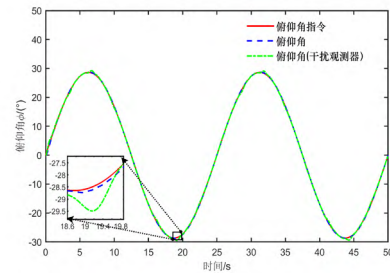
表 3 干扰观测器控制器参数

Table2 Disturbance observer controller parameters

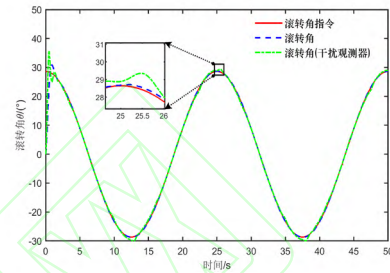
变量	数值	变量	数值	变量	数值
$c_1 \sim c_2$	5	c_{11}	0.3	k_{b9}	0.002
c_3	3	c_{12}	0.6	k_{b11}	0.005
c_4	1.2	$l_1 \sim l_6$	1.005	$-k_{b1}$	-0.0005
$c_5 \sim c_6$	0.8	$\tau_1 \sim \tau_2$	1.9	$-k_{b3}$	-0.015
c_7	0.3	k_{b1}	0.0005	$-k_{b5}$	-0.0003
c_8	25	k_{b3}	0.015	$-k_{b7}$	-0.06
c_9	0.001	k_{b5}	0.0003	$-k_{b9}$	-0.002
c_{10}	0.51	k_{b7}	0.06	$-k_{b11}$	-0.005

仿真结果如图 2-图 4 所示。图 2 为 QUAV 姿态指令跟踪控制效果。图 3 为姿态跟踪误差。图 4 为耦合干扰估计效果。由图 2 可以看出存在未知耦合干扰情况下，两种控制算法皆可做到对控制指令的跟踪。从仿真结果来看，多层逼近自适应神经网络动态面控制在稳定跟随过程中很少受到外界干扰的影响偏离控制指令，可实现稳定跟踪，而干扰观测器反步控制在跟随过程中受到

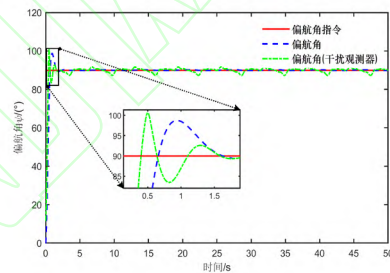
外界干扰产生波动，跟踪效果相对较差。



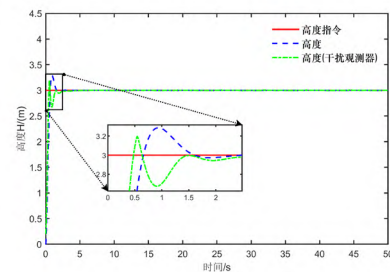
(a) 俯仰角姿态响应



(b) 滚转角姿态响应



(c) 偏航角姿态响应



(d) 高度响应

图 2 姿态指令跟踪曲线

Fig. 2 Attitude command tracking curve

图 4 显示两种控制算法对外界干扰的估计，由图可以得出常规干扰观测器只能对乘性耦合干扰进行大致估计，而多层逼近自适应神经网络可以很好的拟合出乘性耦合干扰曲线。对干扰估计的准确性决定了指令跟踪效果，在图 3 中由于多层逼近自适应神经网络对干扰的精准估计，跟踪误差基本不被干扰影响，而干扰观测器的粗略估计导致跟踪误差随干扰产生波动。

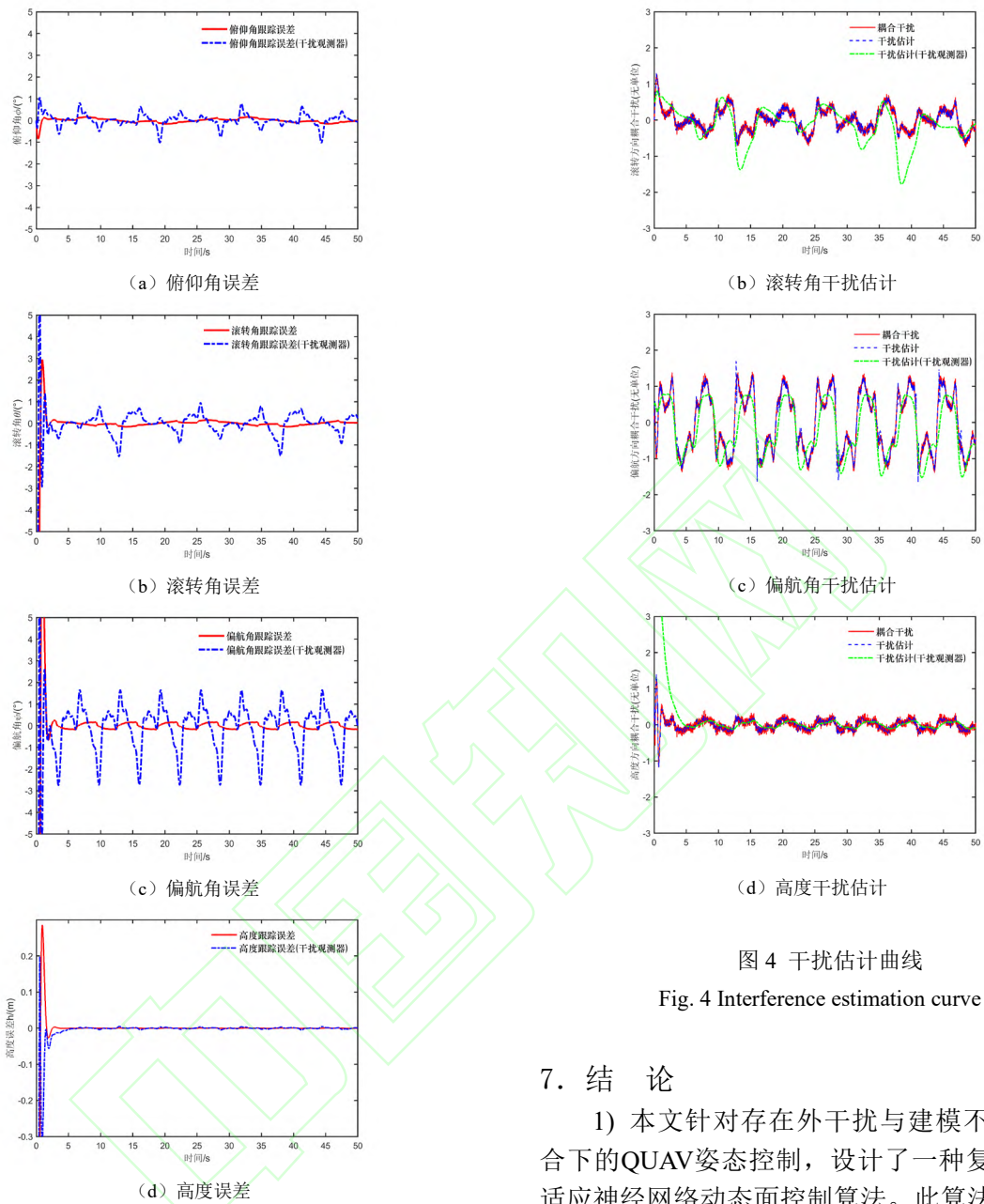


图3 姿态跟踪误差曲线

Fig.3 Attitude tracking error curve

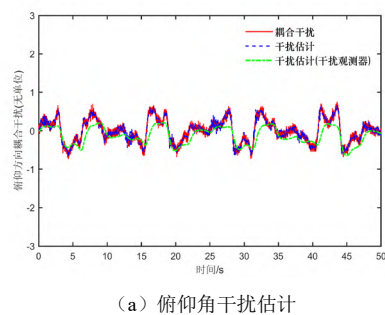


图4 干扰估计曲线

Fig.4 Interference estimation curve

7. 结 论

1) 本文针对存在外干扰与建模不确定强耦合下的QUAV姿态控制,设计了一种复合逼近自适应神经网络动态面控制算法。此算法创新性结合自适应神经网络与傅里叶展开方法处理未知乘性耦合,通过构造Lyapunov函数证明受控系统稳定性。

2)仿真实验结果表明,所提出的姿态控制算法能实现在外干扰与建模不确定项存在未知强耦合情况下的姿态控制,且稳态性能和瞬态性能相比于不考虑此种耦合的情况有明显提高。

参 考 文 献

[1] 王晓银,张旭,李稼祥. 四旋翼无人机控制系统设计

- [J]. 微型电脑应用, 2022, 38(01): 20-22.
- WANG X Y, ZHANG X, LI J X. Design of Four-rotor UAV Control System[J]. Microcomputer Applications, 2022, 38(01): 20-22 (in Chinese).
- [2] 刚桂虎, 赵显. 小型旋翼无人机在未来城市军事行动中潜力评估[J]. 国防科技, 2017, 38(02): 33-37.
- GANG G H, ZHAO X. Evaluation on Potential of Small Rotor UAV in Future Urban Military Operation[J]. National Defense Technology, 2017, 38(02): 33-37 (in Chinese).
- [3] 梁璐莉, 吕文红, 葛家丽等. 无人机物流发展综述[J]. 物流技术, 2018, 37(12): 41-45.
- LIANG L L, LV W H, GE J L et al. Overview of Development of UAV Logistics[J]. Logistics Technology, 2018, 37(12): 41-45 (in Chinese).
- [4] 王振华, 黄宵宁, 梁焜等. 基于四旋翼无人机的输电线路巡检系统研究[J]. 中国电力, 2012, 45(10): 59-62.
- WANG Z H, HUANG X N, LIANG K et al. Study on the Transmission Line Inspection System Based on Quadrotor UAVs[J]. Electric Power, 2012, 45(10): 59-62 (in Chinese).
- [5] 王培, 李杨, 崔根等. 多旋翼无人机: 新设计、新应用及新发展[J]. 人工智能, 2021, (04): 78-91.
- WANG P, LI Y, CUI G et al. Multi-rotor UAVs: New Designs, Applications and Developments[J]. AI-View, 2021, (04): 78-91 (in Chinese).
- [6] 甄红涛, 齐晓慧, 夏明旗等. 四旋翼无人机鲁棒自适应姿态控制[J]. 控制工程, 2013, 20(05): 915-919.
- ZHEN H T, QI X H, XIA M Q et al. Quadrotor UAV Robust Adaptive Attitude Control[J]. Control Engineering of China, 2013, 20(05): 915-919 (in Chinese).
- [7] 王成, 杨杰, 姚辉等. 四旋翼无人机飞行控制算法综述[J]. 电光与控制, 2018, 25(12): 53-58.
- WANG C, YANG J, YAO H et al. An Overview of Flight Control Algorithms for Quadrotors[J]. Electronics Optics and Control, 2018, 25(12): 53-58 (in Chinese).
- [8] 高晗, 颜世成. 高海拔环境下四旋翼无人机飞行姿态控制技术研究[J]. 电子设计工程, 2021, 29(15): 17-20+26.
- GAO H, YAN S C. Research on Flight Attitude Control Technology of Quadrotor UAV in High Altitude Environment[J]. Electronic Design Engineering, 2021, 29(15): 17-20+26 (in Chinese).
- [9] 汪震东, 张艳. 四旋翼无人机预测-PID复合控制研究[J]. 控制工程, 2021, 28(07): 1390-1397.
- WANG Z D, ZHANG Y. Research on Prediction-PID Compound Control of Quadrotor UAV[J]. Control Engineering of China, 2021, 28(07): 1390-1397 (in Chinese).
- [10] 陈炜峰, 朱海飞, 王伟等. 基于线性二次高斯的四旋翼飞行器姿态控制[J]. 控制工程, 2014, 21(01): 120-124.
- CHEN W F, ZHU H F, WANG W et al. Attitude Control for Quad-Rotor Based on LQG[J]. Control Engineering of China, 2014, 21(01): 120-124 (in Chinese).
- [11] ABHIJIT D, FRANK L, KAMESH S. Backstepping Approach for Controlling a Quadrotor Using Lagrange Form Dynamics[J]. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 2009, 56(1-2): 127-151.
- [12] 沈昕格, 金海, 郭亮. 基于反步法的四旋翼无人机自适应控制研究[J]. 电子科技, 2022, 35(03): 32-37.
- SHEN X G, JIN H, GUO L. Research on Adaptive Backstepping Control of Quadrotor UAV[J]. Electronic Science and Technology, 2022, 35(03): 32-37 (in Chinese).
- [13] 韩业壮, 华容. 四旋翼飞行器的RBF网络自适应滑模控制[J]. 电光与控制, 2017, 24(11): 22-27.
- HAN Y Z, HUA R. RBF Neural Network Adaptive Sliding Mode Control for Quad-rotor Aerial Vehicle[J]. Electronics Optics & Control, 2017, 24(11): 22-27 (in Chinese).
- [14] 王雪娆, 孙长银, 林晓波等. 基于神经网络的无人机姿态自适应控制仿真[J]. 计算机仿真, 2020, 37(03): 37-41+88.
- WANG X R, SUN C Y, LIN X B et al. Simulation Study on Adaptive Attitude Control for a Quadrotor Based on Neural Network[J]. Computer Simulation, 2020, 37(03): 37-41+88 (in Chinese).
- [15] 刘慧博, 彭亮, 赵旭. 四旋翼飞行器姿态控制方法研究[J]. 自动化应用, 2020, (12): 4-7.
- LIU H B, PENG L, ZHAO X. Research on Attitude Control Technology of Quadrotor UAV in High Altitude Environment[J]. Electronic Design Engineering, 2021, 29(15): 17-20+26 (in Chinese).

- e Control Methods of Quadrotor Aircraft[J]. Automation Application, 2020, (12): 4-7 (in Chinese).
- [16] 石嘉, 裴忠才, 唐志勇等. 改进型自抗扰四旋翼无人机控制系统设计与实现[J]. 北京航空航天大学学报, 2021, 47(09): 1823-1831.
- SHI J, PEI Z C, TANG Z Y et al. Design and Realization of an Improved Active Disturbance Rejection on Quadrotor UAV Control System[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2021, 47(09): 1823-1831 (in Chinese).
- [17] 甄红涛, 齐晓慧, 李杰等. 四旋翼无人机L1自适应块控反步姿态控制器设计[J]. 控制与决策, 2014, 29(06): 1076-1082.
- ZHEN H T, QI X H, LI J et al. Quadrotor UAV L₁ Adaptive Block Backstepping Attitude Controller [J]. Control and Decision, 2014, 29(06): 1076-1082 (in Chinese).
- [18] 刘荣华, 刘树光, 王欢等. 无人机动态面自适应容错路径跟踪控制[J]. 飞行力学, 2021, 39(05): 49-55.
- LIU R H, LIU S G, WANG H et al. Fault Tolerant Path Following Control of UAV Based on Adaptive Dynamic Surface Control[J]. Flight Dynamics, 2021, 39(05): 49-55 (in Chinese).
- [19] 赵红超, 赵建忠. 基于滑模干扰观测器的无人机编队动态面控制[J]. 飞行力学, 2021, 39(04): 45-51.
- ZHAO H C, ZHAO J Z. Dynamic Surface Control of UAV Formation Based on Sliding Mode Disturbance Observer[J]. Flight Dynamics, 2021, 39(04): 45-51 (in Chinese).
- [20] 方旭, 刘金琨. 四旋翼无人机动态面控制[J]. 北京航空航天大学学报, 2016, 42(08): 1777-1784.
- FANG X, QIAN J K. Dynamic Surface Control for Quadrotor Unmanned Air Vehicle[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2016, 42(08): 1777-1784 (in Chinese).
- [21] 张勇, 陈增强, 张兴会等. 基于自抗扰的四旋翼无人机动态面姿态控制[J]. 吉林大学学报(工学版), 2019, 49(02): 562-569.
- ZHANG Y, CHEN Z Q, ZHANG X H et al. Dynamic Surface Attitude Control of Quad-rotor UAV Based on ADRC[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2019, 49(02): 562-569 (in Chinese).
- [22] 赵振华, 肖亮, 姜斌等. 基于扩张状态观测器的四旋翼无人机快速非奇异终端滑模轨迹跟踪控制[J]. 控制与决策, 2022, 37(9): 2201-2210.
- ZHAO Z H, XIAO L, JIANG B et al. Fast Nonsingular Terminal Sliding Mode Trajectory Tracking Control of a Quadrotor UAV Based on Extended State Observers [J]. Control and Decision, 2022, 37(9): 2201-2210 (in Chinese).
- [23] 赵振华, 肖亮, 曹东等. 基于滑模观测器的四旋翼无人机全回路解耦控制[J]. 南京理工大学学报, 2021, 45(3): 1005-9830.
- ZHAO Z H, XIAO L, CAO D et al. Full loop decoupling control based on sliding mode observers for quadrotor UAV [J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2021, 45(3): 1005-9830 (in Chinese).
- [24] 甘顺顺, 许宝杰, 黄小龙. 基于RBF神经网络的四旋翼无人机姿态控制[J]. 装备制造技术, 2021, (08): 28-35.
- GAN S S, XU B J, HUANG X L. Quadrotor UAV Attitude Control Based on RBF Neural Network [J]. Equipment Manufacturing Technology, 2021, (08): 28-35 (in Chinese).
- [25] SESHAGIRI S, KHALIL H K. Output Feedback Control of Nonlinear Systems Using RBF Neural Networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2000, 11(1): 69-79.
- [26] 孙瑶洁, 熊智, 李文龙等. 基于RBF神经网络的相对导航信息融合方法[J]. 航空计算技术, 2019, 49(06): 27-32.
- SUN Y J, XIONG Z, LI W L et al. Relative Navigation Information Fusion Method Based on RBF Neural Network[J]. Aeronautical Computing Technique, 2019, 49(06): 27-32 (in Chinese).
- [27] 唐志勇, 马福源, 裴忠才. 四旋翼的改进PSO-RBF神经网络自适应滑模控制[J/OL]. 北京航空航天大学学报, (2021-12-16) [2022-07-01]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0477>.
- TANG Z Y, MA F Y, PEI Z C. Improved PSO-RBF Neural Network Adaptive Sliding Mode Control for Quadrotor System[J/OL]. Journal of Beijing Univ

- ersity of Aeronautics and Astronautics, (2021-12-16) [2022-07-01]. <https://doi.org/10.13700/j.bh.1001-5965.2021.0477>.
- [28] 魏青铜, 陈谋, 吴庆宪. 输入饱和与姿态受限的四旋翼无人机反步姿态控制[J]. 控制理论与应用, 2015, 32(10): 1361-1369.
- WEI Q T, CHEN M, WU Q X. Backstepping-based Attitude Control for a Quadrotor UAV With Input Saturation and Attitude Constraints[J]. Control Theory & Applications, 2015, 32(10): 1361-1369 (in Chinese).
- [29] 张曙光. 基于神经网络的四旋翼无人机姿态跟踪控制[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2018: 10-13.
- ZHANG S G. Attitude Control of Quadrotor UAV Based on Neural Network[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2018: 10-13 (in Chinese).
- [30] CHEN M, XIONG S, WU Q. Tracking Flight Control of Quadrotor Based on Disturbance Observer[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: systems, 2021, 51(03): 1414-1423.
- [31] CHEN M, TAO G, JIANG B. Dynamic Surface Control Using Neural Networks for a Class of Uncertain Non-linear Systems With Input Saturation[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2015, 26(09): 2086-2097.
- [32] 刘锡良, 周颖. 风荷载的几种模拟方法[J]. 工业建筑, 2005, 35(5):4.
- LIU X L, ZHOU Y. Numerical Simulation Methods of Wind Load [J]. Industrial Construction, 2005, 35(5):4 (in Chinese).
- [33] JOERN R, JANOSCH N, THOMAS S, et al. Extending Kalibr: Calibrating the Extrinsic of Multiple IMUs and of Individual Axes[C]. Stockholm, Sweden: 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2016.
- [34] 王芳, 高雅丽, 张政等. 输出误差约束下四旋翼无人机预定性能反步控制[J]. 控制与决策, 2021, 36(05):1059-1068.
- WANG F, GAO Y L, ZHANG Z et al. Prescribed Performance Backstepping Control for Quadrotor UAV With Output Error Constraint[J]. Control and Decision, 2021, 36(05): 1059-1068 (in Chinese).

Robust Adaptive Control of Quadrotor Attitude Under Uncertain Strong Coupling

LIU Chenyang¹, WU Dawei^{1,*}, GUO Yize¹, LV Xinsai¹, ZHOU Jiani¹, SHAO Shuyi²

1. School of Energy and Electrical Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China

2. College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China

Abstract: A dynamic surface control algorithm based on the adaptive neural network is proposed for the attitude motion of the quadrotor aircraft with external disturbances and system. Firstly, the dynamic model of the quadrotor UAV is transformed into a strict feedback form with strong coupling uncertainties. Secondly, a new approximation technique based on the neural network and Fourier expansion techniques is proposed to compensate the strong coupling uncertainty in the flight control. Combined with the above approximation technique and dynamic surface technique, an improved robust adaptive flight control law is proposed, and the Lyapunov function is constructed to analyze its effectiveness. Finally, the simulation results verify the effectiveness of the proposed control strategy.

Keywords: Quadrotor UAV; attitude control; neural network; dynamic surface control; adaptive control

Received: 2022-06-17; Revised: 2022-08-26

Foundation item: National Natural Science Foundation of China (62103135) ; Fundamental Research Funds for the Central Universities (B210202068)

*Corresponding author. E-mail: wudaweiwk1@126.com