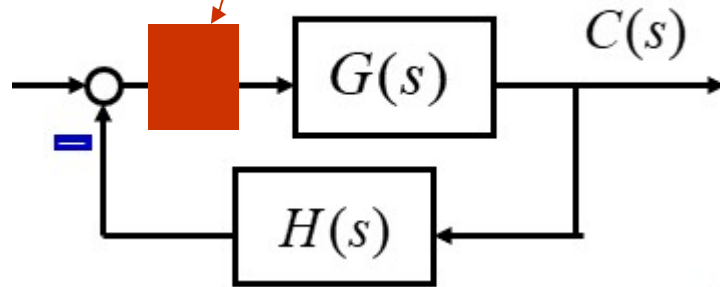


串联校正=控制器设计

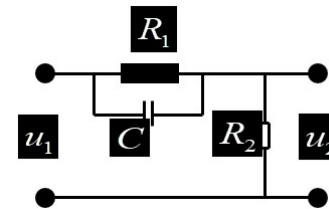
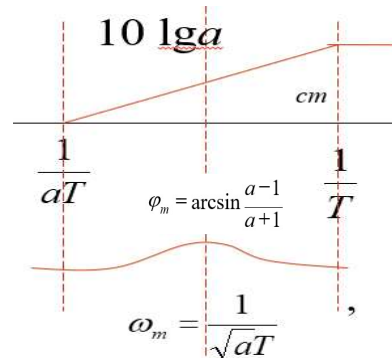


1)

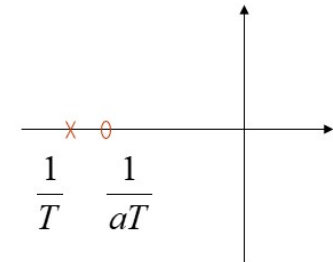
$$k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \tau s \right)$$

2)

$$\frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

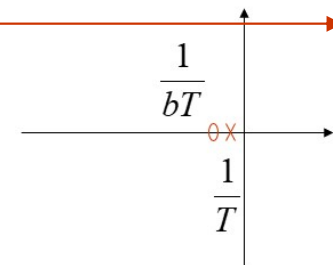
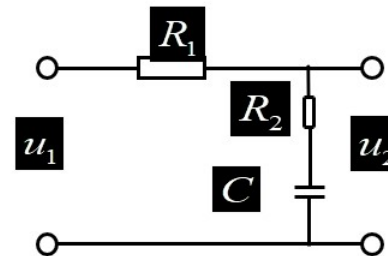
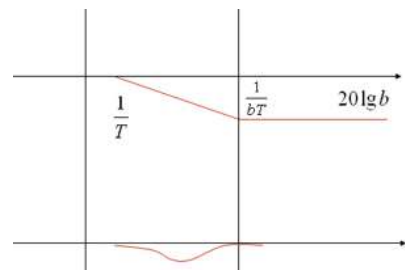


$$\frac{1}{a} \frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$



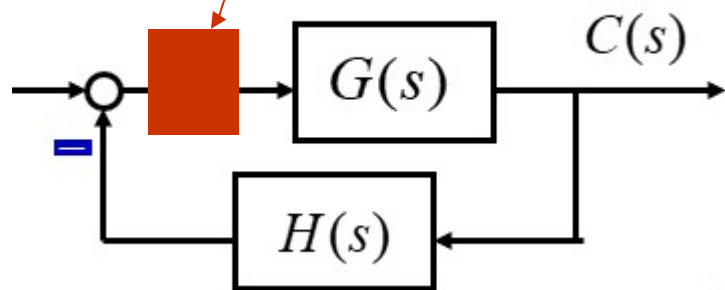
3)

$$\frac{1 + bTs}{1 + Ts}$$



$$\varphi_c(\omega_c'') = \arctg [0.1(b-1)]$$

串联校正=控制器设计



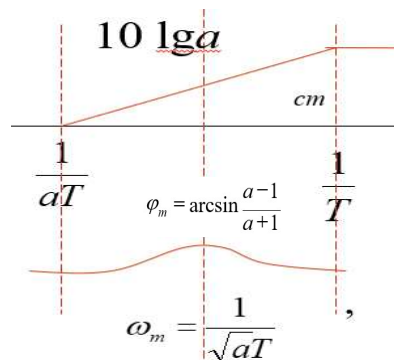
1)

$$k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \tau s \right)$$

滞后—超前校正环节

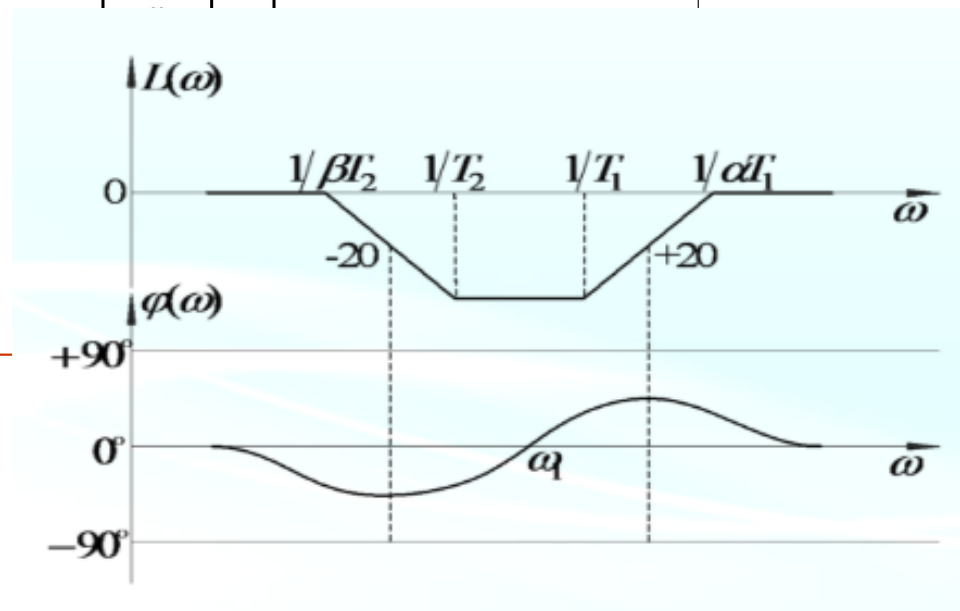
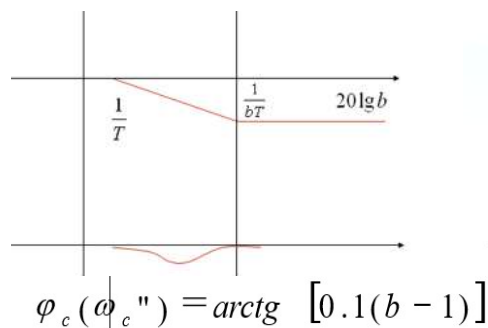
2)

$$\frac{1 + aTs}{1 + Ts}$$

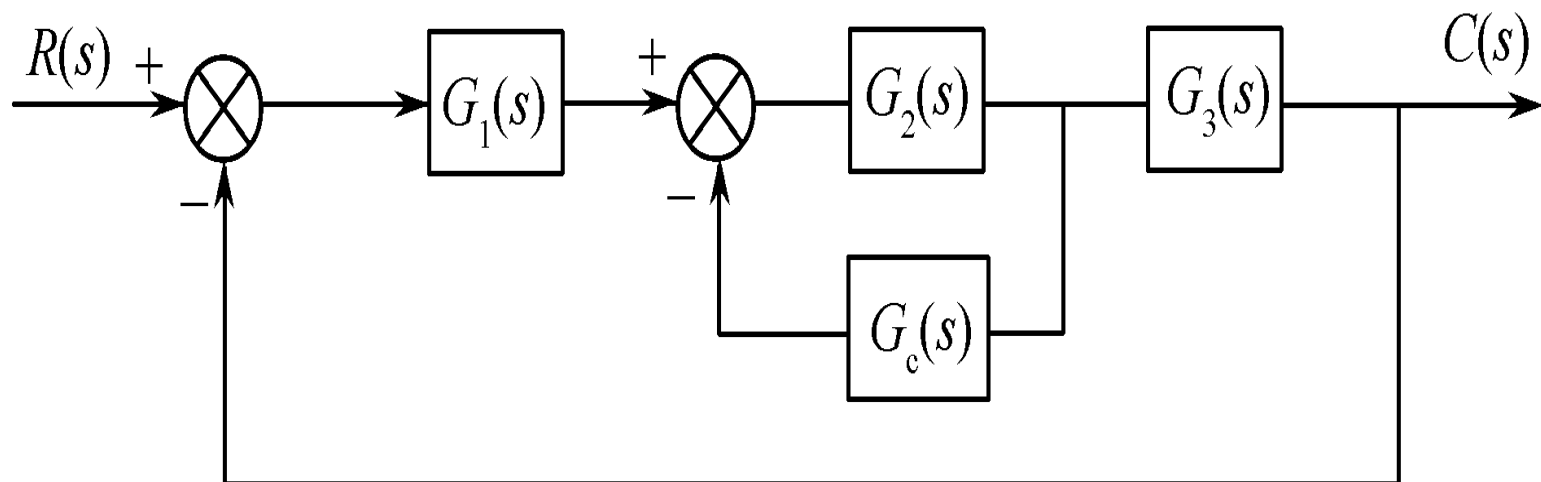


3)

$$\frac{1 + bTs}{1 + Ts}$$

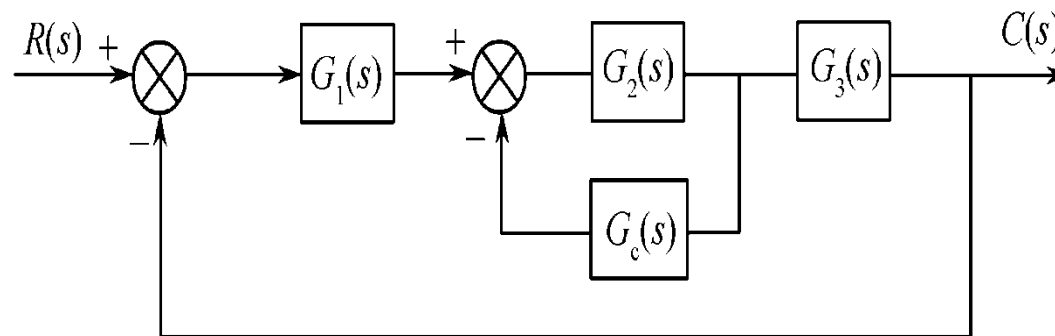


六、反馈校正



反馈校正系统方框图

6.6.3 反馈校正的设计



$$G(s) = G_1(s)G_2(s)G_3(s) \\ = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)}{1 + G_2(s)G_c(s)}$$

$$|G_2(j\omega)G_c(j\omega)| \gg 1$$

$$G(j\omega) \approx \frac{G_1(j\omega)G_2(j\omega)G_3(j\omega)}{1 + G_2(j\omega)G_c(j\omega)} = \frac{G_1(j\omega)G_3(j\omega)}{G_c(j\omega)}$$

$G_2(j\omega)$ 部分的特性几乎被反馈校正环节的特性取代

第七章 非线性控制系统分析

7.1 非线性^(nonlinear)控制系统概述

7.2 相平面法

7.3 描述函数法

§ 7 非线性控制系统分析

§ 7.1 概述

§ 7.1.1 非线性现象的普遍性

非线性是宇宙间的普遍规律

线性模型是实际系统在特定条件下的局部近似描述

§ 7.1.2 非线性系统运动的特殊性

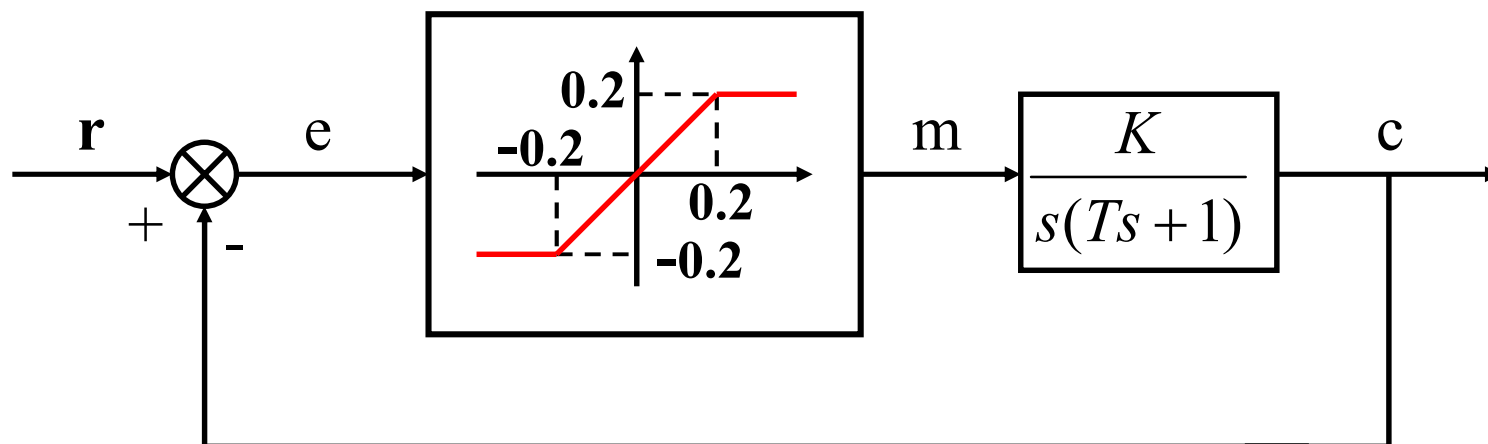
非线性系统的运动形式多样，种类繁多

- (1) 不满足叠加原理 — 线性系统理论原则上不能运用
- (2) 稳定性问题 — 不仅与自身结构参数，且与输入，初条件有关，平衡点可能不唯一
- (3) 自振运动 — 非线性系统特有的运动形式
- (4) 频率响应的复杂性 — 跳频响应，倍/分频响应，组合振荡 (混沌)

§ 7.1.2 非线性系统运动的特殊性

非线性系统的运动形式多样，种类繁多

(1) 不满足叠加原理 —— 线性系统理论原则上不能运用



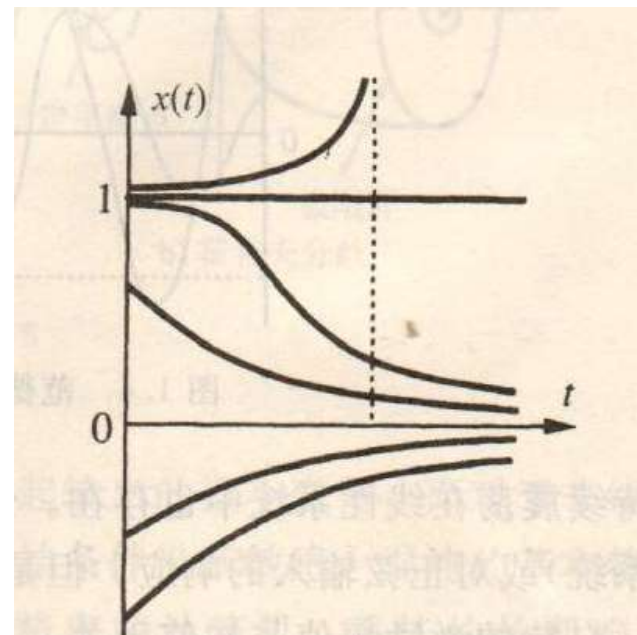
§ 7.1.2 非线性系统运动的特殊性

非线性系统的运动形式多样，种类繁多

- (2) 稳定性问题与初值有关 — 不仅与自身结构参数，且与输入，初条件有关，平衡点可能不唯一

$$\dot{x} = -x + x^2$$

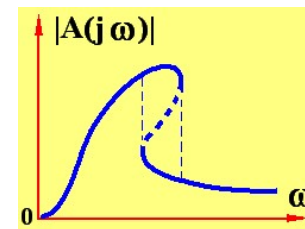
$$x(t) = \frac{x_0 e^{-t}}{1 - x_0 + x_0 e^{-t}}$$



§ 7.1.3 非线性系统运动的特殊性

(3) 自振运动

— 非线性系统特有的运动形式



非线性系统: (Vander Pol方程)

$$\ddot{x} + 2\rho(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0 \quad \rho > 0$$

当 $|x| < 1$ 时, 系统有负阻尼, 发散, $|x| \uparrow$;

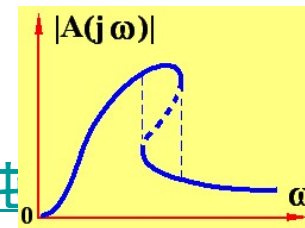
当 $|x| > 1$ 时, 系统有正阻尼, 收敛, $|x| \downarrow$;

当 $|x| = 1$ 时, 系统为零阻尼, 系统呈等幅振荡。

自振运动

§ 7.1.3 非线性系统运动的特殊性

(4) 频率响应的复杂性 — 跳频响应, 倍/分频响应, 组合振荡 (混沌)



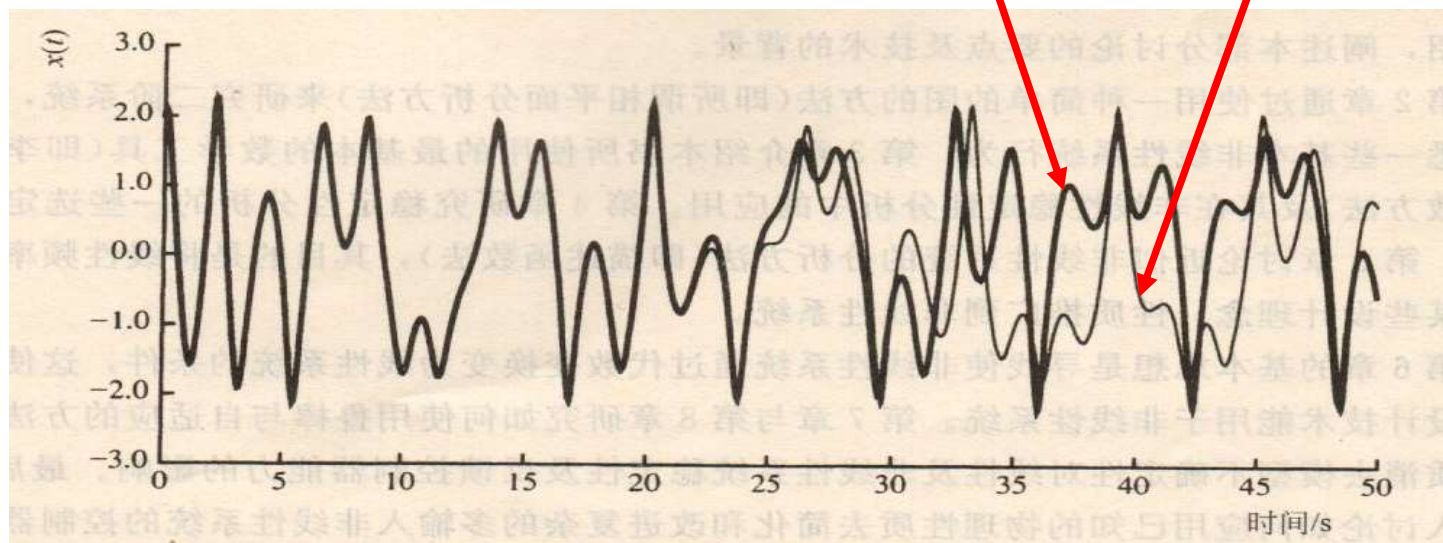
- 跳频响应, 倍/分频响应

$$\sin t \rightarrow \begin{array}{c} M \\ \hline 0 \\ \hline -M \end{array}$$

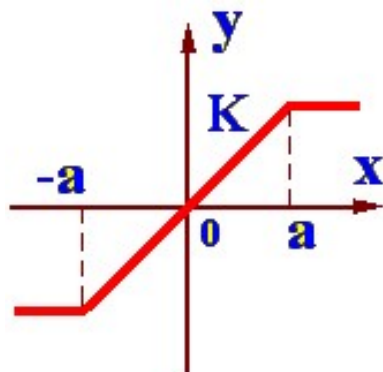
- 混沌

$$\ddot{x} + 0.1\dot{x} + x^5 = 6\sin t$$

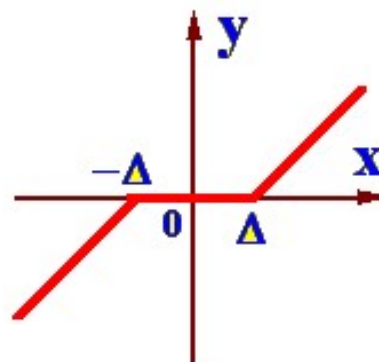
$$\begin{cases} x(0) = 2 \\ \dot{x}(0) = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x(0) = 2.01 \\ \dot{x}(0) = 3.01 \end{cases}$$



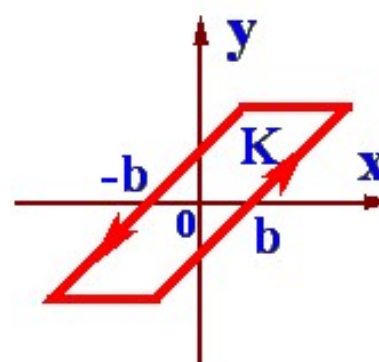
§ 7.1.3 控制系统中的典型非线性特性



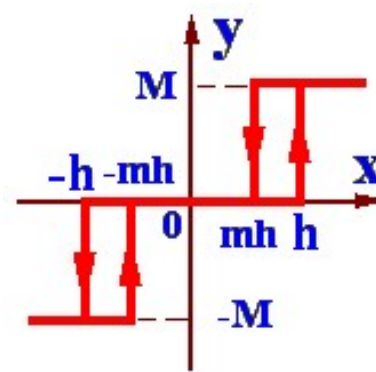
饱和



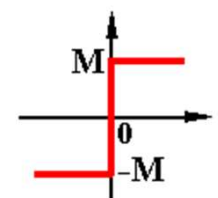
死区(不灵敏区)



间隙



继电特性



理想继电器特性

§ 7.1.4 非线性控制系统的分析方法

- (1) 小扰动线性化
- (2) 非线性系统研究方法
 - 相平面法
 - 描述函数法
 - 李雅普洛夫方法
 - 反馈线性化法
 - 微分几何方法
 - ...
- (3) 仿真方法
 - 全数字仿真
 - 半实物仿真

§ 7.2 相平面法

§ 7.2.1 相平面的基本概念

相平面法是庞加莱 (Poincare. H) 在1885年首先提出来的, 是求解一阶和二阶线性或非线性系统的一种图解法

相平面:

由系统某变量及其导数 (如 c , \dot{c}) 构成的用以描述系统状态的平面。

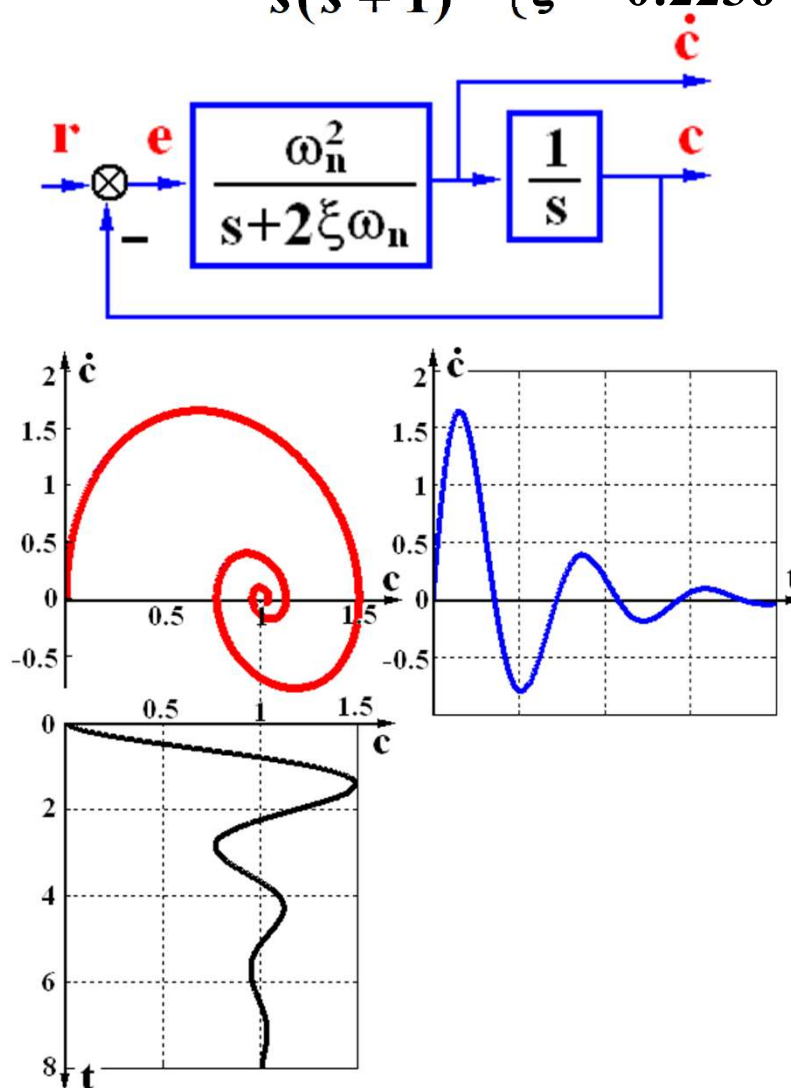
相轨迹:

系统变量及其导数随时间变化在相平面上描绘出来的轨迹。

相轨迹图: 相平面 + 相轨迹簇

例1 单位反馈系统 $r(t) = 1(t)$

$$G(s) = \frac{5}{s(s+1)} \quad \begin{cases} \omega_n = 2.236 \\ \xi = 0.2236 \end{cases}$$



§ 7.2.2 相轨迹的性质

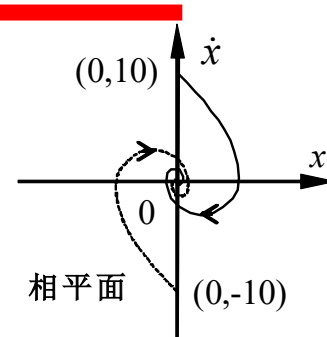
设非线性系统方程为：

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = 0$$

$$\ddot{x} = -f(x, \dot{x}) \quad \Rightarrow \quad \ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{d\dot{x}}{dx} \frac{dx}{dt} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = -f(x, \dot{x})$$

(1) 相轨迹的斜率

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{-f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$



(2) 相轨迹的奇点 (平衡点) 相轨迹上斜率不确定的点

$$\Rightarrow \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \dot{x} = 0 \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{-f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \frac{0}{0}$$

对于线性定常系统，
平衡点是唯一的，非线性不然

(3) 相轨迹的运动方向

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{上半平面: } \dot{x} > 0 & \text{— 向右移动} \\ \text{下半平面: } \dot{x} < 0 & \text{— 向左移动} \end{array} \right\}$$

顺时针运动

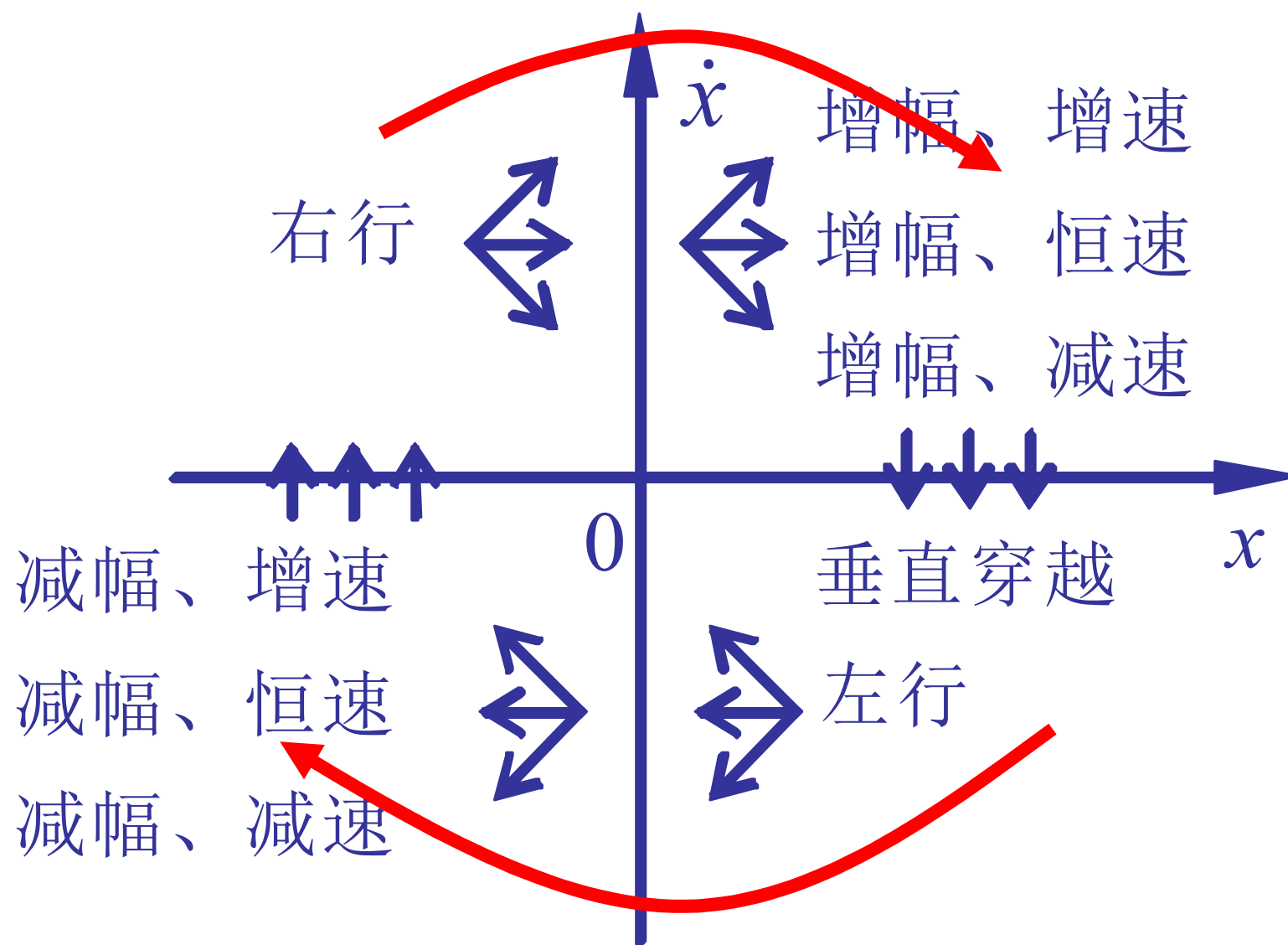
(4) 相轨迹通过横轴的方向

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{-f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x, \dot{x}) \neq 0 \\ \dot{x} = 0 \end{array} \right.$$

相轨迹以90° 穿越 x 轴

相轨迹的运动方向



相轨迹的绘制方法：1) 解析法

2) 等倾线法

系统方程 $\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = 0$ $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dx} \frac{dx}{dt} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = -f(x, \dot{x})$

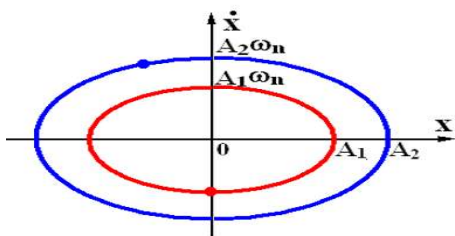
$$\frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{-f(x, \dot{x})}{\dot{x}}$$

解析法

$$\ddot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{-\omega_n^2 x}{\dot{x}} \quad \text{变量可分离}$$

$$\frac{1}{2} \dot{x}^2 = \frac{-\omega_n^2}{2} \cdot x^2 + C$$



等倾线法

$$\ddot{x} + \dot{x} + x = 0$$

变量不可分离

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{-(\dot{x} + x)}{\dot{x}}$$

$$\alpha = \frac{-(x + \dot{x})}{\dot{x}}$$



§ 7.2.3 相轨迹的绘制方法 —— 等倾斜线法

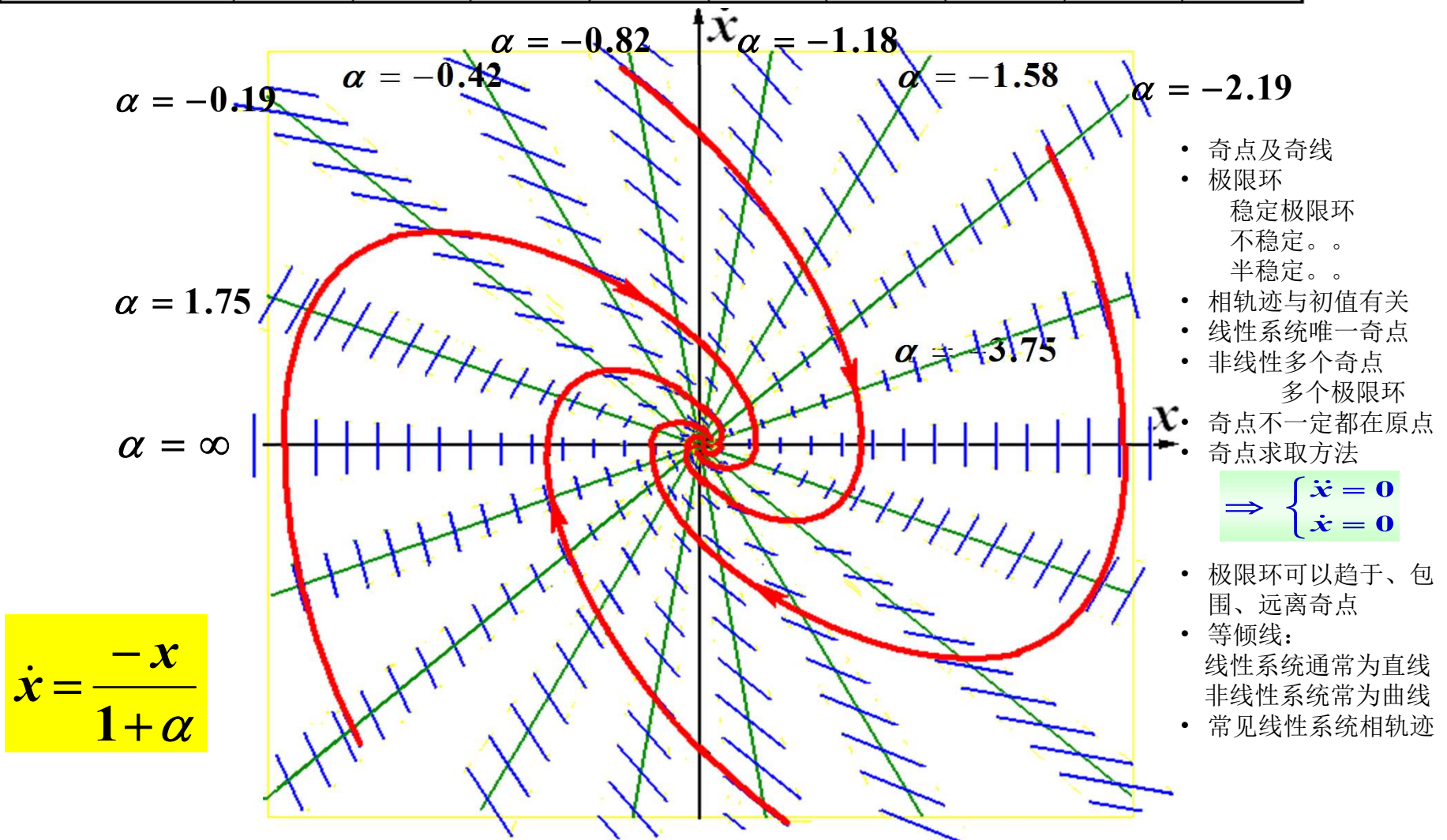
例3 系统方程 $\ddot{x} + \dot{x} + x = 0$, 用等倾斜线法绘制系统相轨迹图。

解
$$\ddot{x} = \dot{x} \frac{d\dot{x}}{dx} = -(x + \dot{x}) \quad \alpha = \frac{-(x + \dot{x})}{\dot{x}}$$

等倾斜线方程
$$\dot{x} = \frac{-x}{1 + \alpha} \quad (1 + \alpha)\dot{x} = -x$$

α	-3.75	-2.19	-1.58	-1.18	-0.82	-0.42	0.19	1.75	∞
$-1/(1 + \alpha)$	0.36	0.84	1.73	5.67	-5.76	-1.73	-0.84	-0.36	0.00
$\arctan\left(\frac{-1}{1 + \alpha}\right)$	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°

α	-3.75	-2.19	-1.58	-1.18	-0.82	-0.42	0.19	1.75	∞
$-1/(1+\alpha)$	0.36	0.84	1.73	5.67	-5.76	-1.73	-0.84	-0.36	0.00
$\arctan(\frac{-1}{1+\alpha})$	20°	40°	60°	80°	100°	120°	140°	160°	180°



注意：奇点与极限环

$$\ddot{x} + f(x, \dot{x}) = 0$$

$$\alpha = \frac{d\dot{x}}{dx} = \frac{-f(x, \dot{x})}{\dot{x}} = \frac{0}{0} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \dot{x} = 0 \end{cases}$$

一、奇点

1) 奇点是相平面中斜率不确定的点，即有多条相轨迹以不同的斜率通过或逼近该点。

2) 奇点求法：奇点同时满足：

$$\left. \begin{array}{l} \dot{x} = 0 \\ \ddot{x} = f(x, \dot{x}) = 0 \end{array} \right\} \rightarrow \text{奇点的求法}$$

由于 $\dot{x} = 0$ ，则： $\ddot{x} = 0$ ， $x = \text{const}$

对于线性定常系统，平衡点是唯一的，非线性不然

3) 奇点是平衡点，奇点及临近的相轨迹反映了系统的稳定性。

相轨迹在奇点邻域的运动可以分为

1. 趋向于奇点
2. 远离奇点
3. 包围奇点



二、极限环

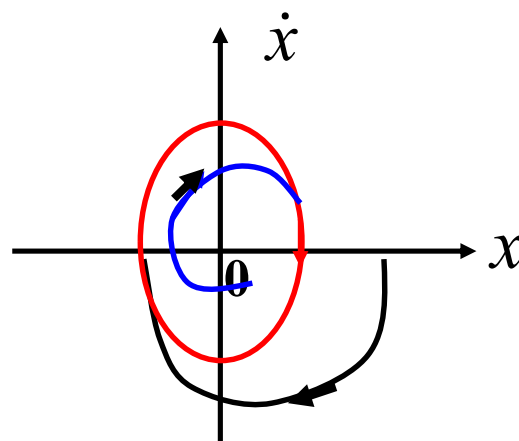
- 1) 将相平面划分为具有不同运动特点的多个区域的特殊相轨迹，称为**奇线**。
- 2) 在相平面图中,极限环是孤立的封闭轨迹——**极限环**。
- 3) **极限环**对应于非线性系统特有的自振荡现象,它描述了自振荡的振幅和频率。

极限环可分为：

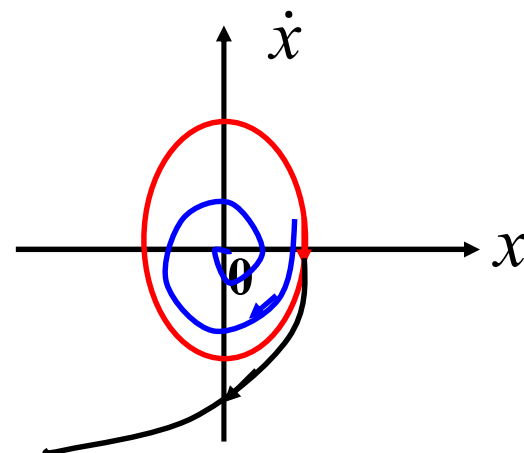
{	稳定极限环
	不稳定极限环
	半稳定极限环



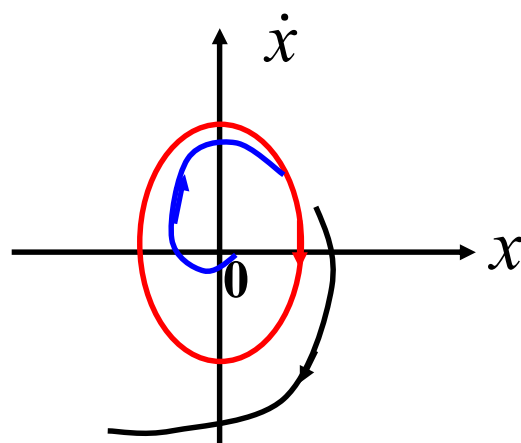
极限环



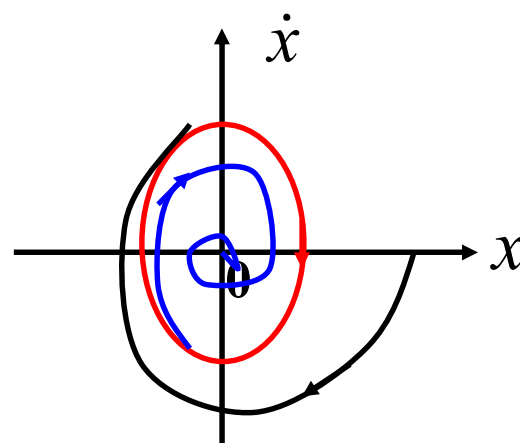
稳定极限环



不稳定极限环



半稳定的极限环



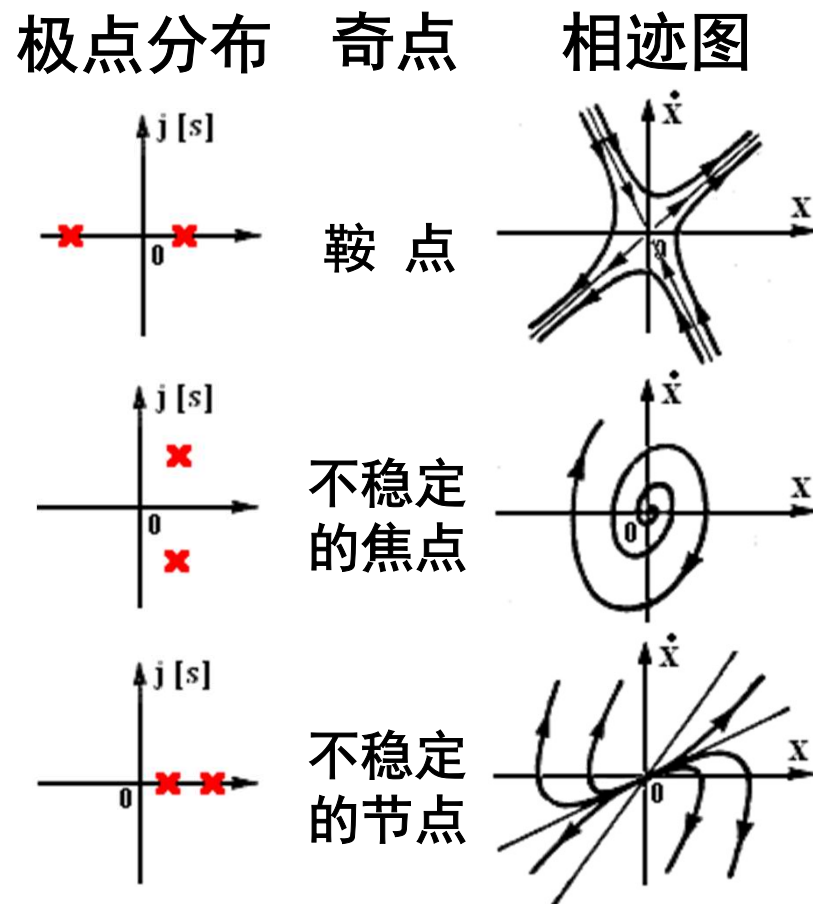
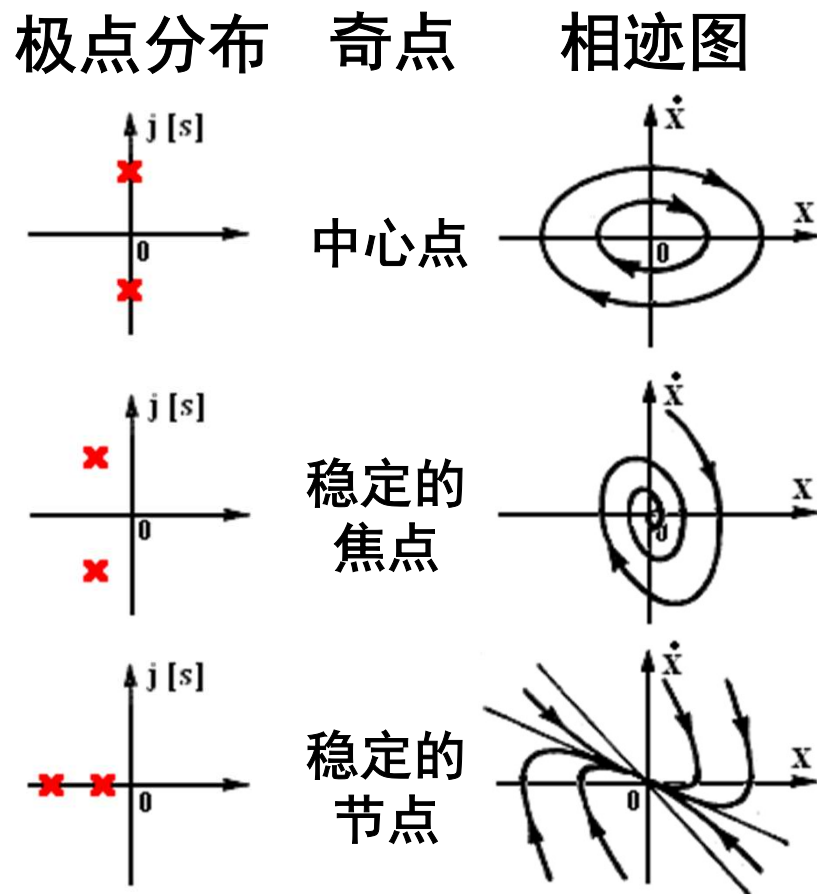
半稳定的极限环



§ 7.2.4 二阶线性系统的相轨迹与特征根关系

$$\ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + \omega_n^2 x = 0$$

对于线性定常系统，平衡点是唯一的



§ 7.2.5 二阶非线性系统的相平面分析

非线性系统可以分为：非本质非线性和本质非线性

非本质非线性：

$$\ddot{x} + (3\dot{x} - 0.5)\dot{x} + x + x^2 = 0$$

求出奇点，分别在奇点附近线性化并画出相平面图；

本质非线性：

$$\ddot{x} + x + \text{sign } \dot{x} = 0$$

用n条分界线（开关线，转换线）将相平面分成n个线性区域；分别画出相平面图



§ 7.2.5 非线性系统的相平面分析

(1) 非本质非线性系统的相平面分析

例 设系统方程为 $\ddot{x} + (3\dot{x} - 0.5)x + x + x^2 = 0$

求系统的平衡点 x_e ，并判定平衡点附近相轨迹的性质。

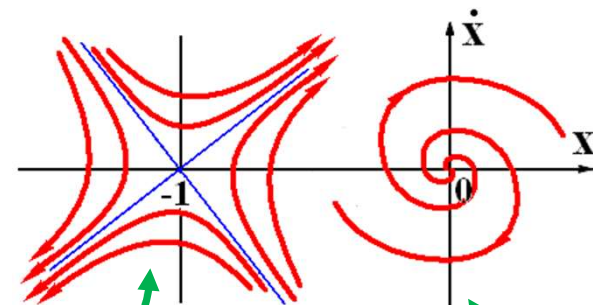
解 令 $\ddot{x} = \dot{x} = 0$

$$x + x^2 = x(1 + x) = 0 \quad \begin{cases} x_{e1} = 0 \\ x_{e2} = -1 \end{cases} \quad \begin{cases} x = \Delta x + x_{e1} = \Delta x \\ x = \Delta x + x_{e2} = \Delta x - 1 \end{cases}$$

线化 $\begin{cases} \Delta\ddot{x} - 0.5\Delta\dot{x} + \Delta x = 0 \\ \Delta\ddot{x} - 0.5\Delta\dot{x} + (\Delta x - 1) + (\Delta x - 1)^2 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \Delta\ddot{x} - 0.5\Delta\dot{x} + \Delta x = 0 \\ \Delta\ddot{x} - 0.5\Delta\dot{x} - \Delta x = 0 \end{cases}$$

特征方程 $\begin{cases} s^2 - 0.5s + 1 = 0 \\ s^2 - 0.5s - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} s = 0.25 \pm j0.97 \\ s = \begin{cases} 0.78 \\ -1.28 \end{cases} \end{cases}$



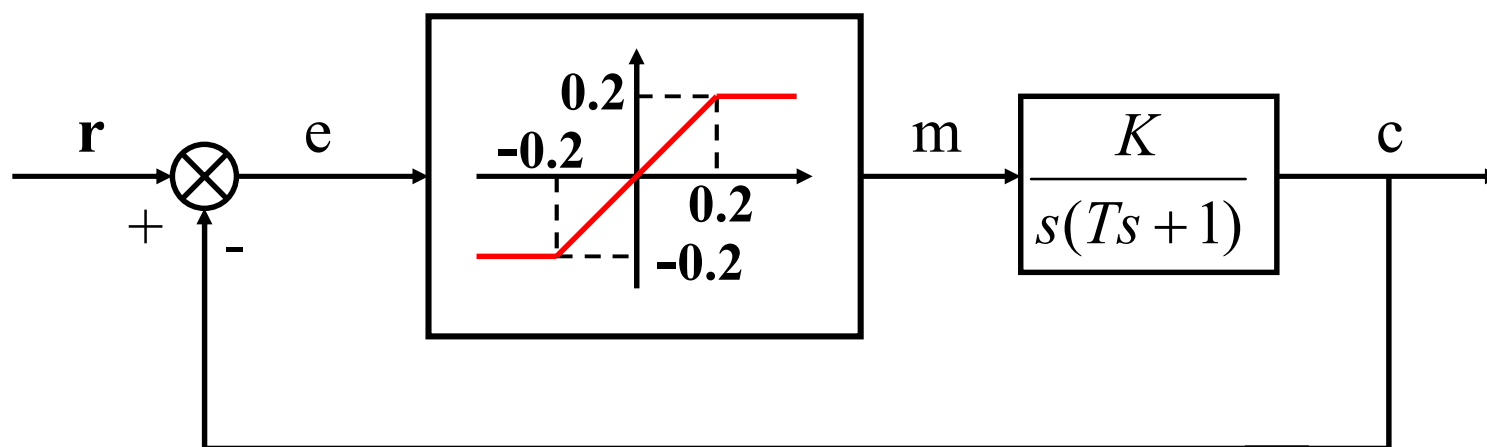
不稳定焦点

鞍点

(2) 本质非线性系统的相平面分析

例：非线性系统如下图所示。设系统开始处于静止状态，试用相平面分析法分析系统对阶跃输入：

$r(t) = R \cdot 1(t)$ 系统参数： $K=4$ $T=1$



具有饱和的非线性系统



解:

饱和特性:
$$\begin{cases} m = e & |e| \leq 0.2 & \text{I} \\ m = 0.2 & e > 0.2 & \text{II} \\ m = -0.2 & e < -0.2 & \text{III} \end{cases}$$

系统方程为: $T\ddot{e} + \dot{e} + Km = T\ddot{r} + \dot{r}$

代入参数: $\ddot{e} + \dot{e} + 4m = \ddot{r} + \dot{r}$

一.对阶跃输入的响应

$r(t) = R \cdot 1(t)$ 当 $t > 0$ 时, $\ddot{r} = \dot{r} = 0$

则方程为: $\ddot{e} + \dot{e} + 4m = 0$

以分界线 $e = \pm 0.2$ 将相平面分成 I, II, III 三个区域.



I区：方程为： $\ddot{e} + \dot{e} + 4e = 0$ 奇点为 $(0,0) \rightarrow$ 稳定焦点.

II区：方程为： $\ddot{e} + \dot{e} + 0.8 = 0$ 无奇点, 或者奇点在无穷远处 .

因而必定存在一条渐近线, 它既是等倾线, 又是相轨迹 .

$$\because \ddot{e} = \dot{e} \frac{d\dot{e}}{de} \quad \text{令} \quad \frac{d\dot{e}}{de} = \alpha \quad \text{方程变为:} \quad \dot{e}\alpha + \dot{e} + 0.8 = 0$$

$$\text{所以等倾线方程为:} \quad \dot{e} = \frac{-0.8}{1 + \alpha}$$

它是平行于 e 的直线, 其斜率为 0 .

$$\text{又相轨迹的斜率为} \quad \frac{d\dot{e}}{de} = \alpha \quad \text{则:} \quad \alpha = 0$$

$$\therefore \text{渐近线的方程为:} \quad \dot{e} = \frac{-0.8}{1 + 0} = -0.8$$

这就是说, 在 $e > 0.2$ 的 II 区内, 全部相轨迹都渐近于直线 $\dot{e} = -0.8$, 该直线相应的 $\alpha = 0$.



III区： 方程为： $\ddot{e} + \dot{e} - 0.8 = 0$ 与II区相同.

等倾线方程为： $\dot{e} = \frac{0.8}{1+\alpha}$ 即在 $e < -0.2$ 的III区内,全部

相轨迹都渐近于直线 $\dot{e} = 0.8$, 该直线相应的 $\alpha = 0$.

系统的相轨迹如

图所示：

在给定初始条件 $(R,0)$

下的一条相轨迹如图

中的红线所

示。

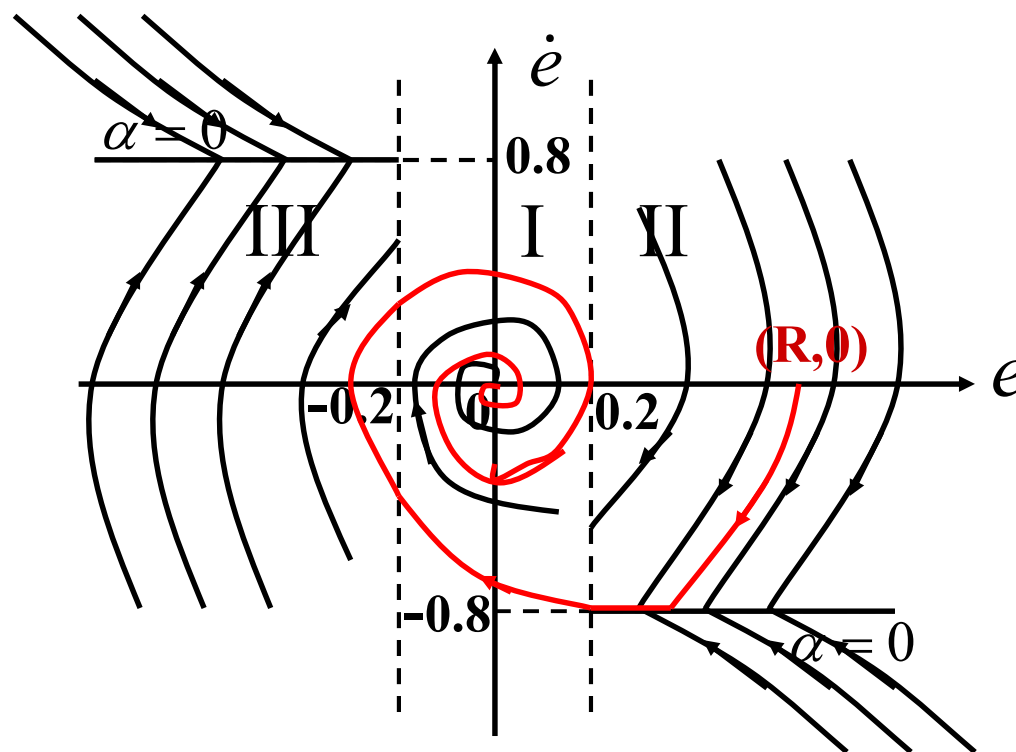


图8-58 阶跃输入时的相轨迹



§ 7.2.6 由相轨迹求时间解

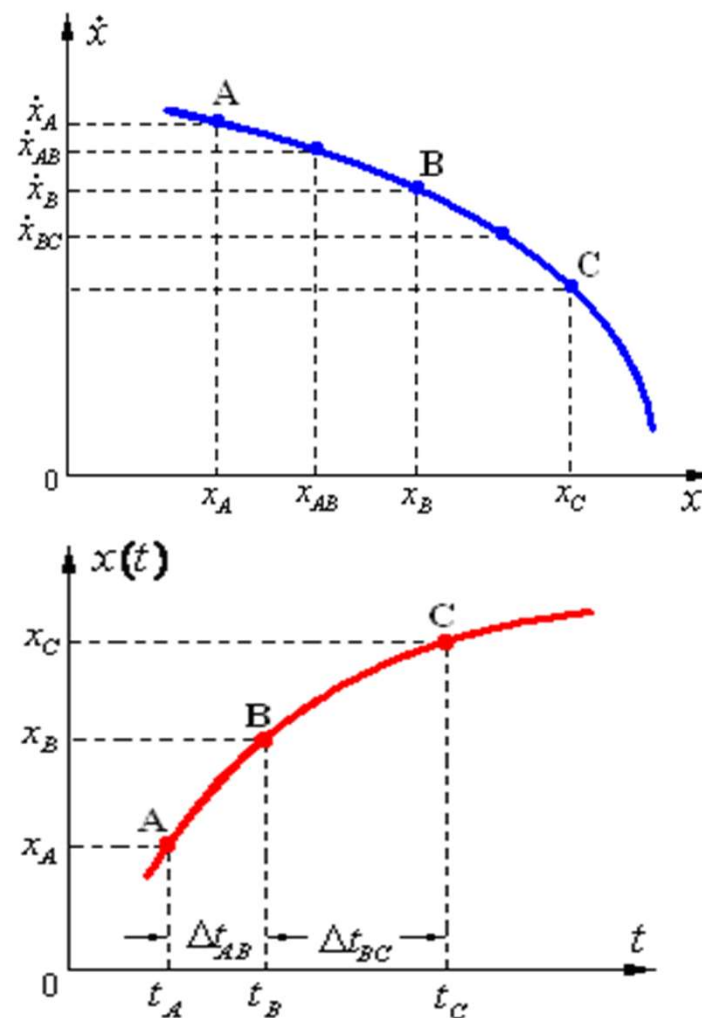
相轨迹A-B段的平均速度：

平均速度 $\dot{x}_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{\Delta t_{AB}}$

平均速度 $\dot{x}_{AB} = \frac{\dot{x}_A + \dot{x}_B}{2}$

相轨迹A-B段所用的时间：

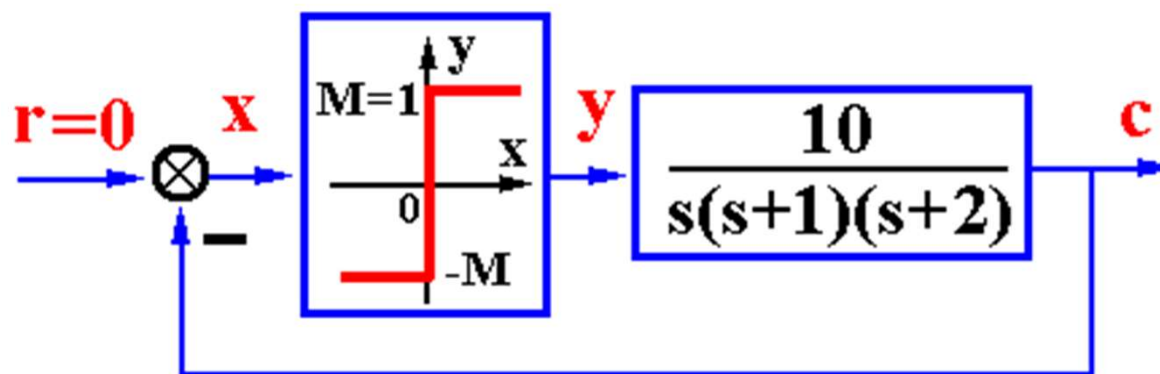
$$\Delta t_{AB} = \frac{2(x_B - x_A)}{\dot{x}_A + \dot{x}_B}$$



§ 7.3 描述函数法

线性系统

- 1) 线性定常系统在正弦信号作用下，系统的稳态输出将是与输入信号同频率的正弦信号，仅仅是幅值和相位变化。
- 2) 假如右半平面开环极点 $p=0$ ，线性定常系统稳定的充分必要条件是开环幅相曲线不包围临界点 $(-1, 0j)$



§ 7.3 描述函数法

§ 7.3.1 描述函数基本概念

(1) 周期函数 $y(t)$ 的富氏级数展开

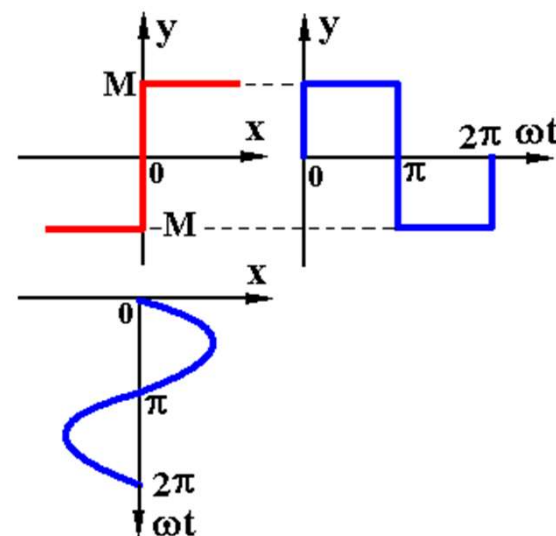
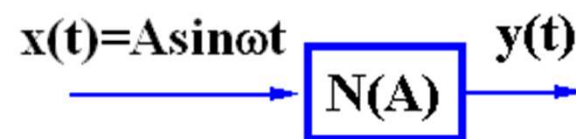
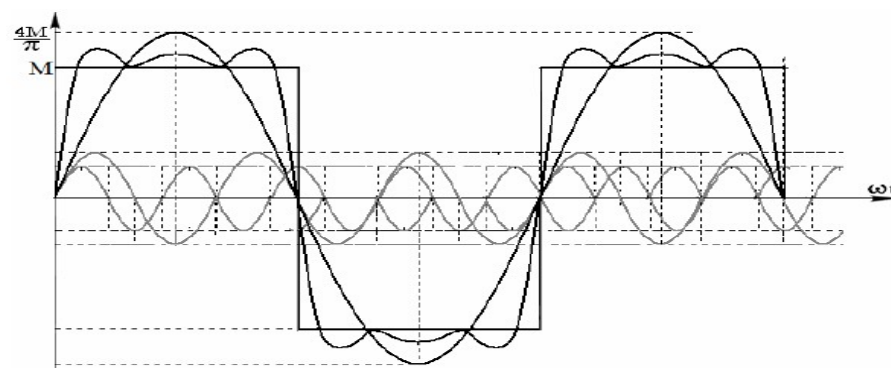
$$y(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t)$$

$$= A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

$$\begin{cases} A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos n\omega t d(\omega t) \\ B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin n\omega t d(\omega t) \end{cases} \quad \begin{cases} Y_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \\ \varphi_n = \arctan \frac{A_n}{B_n} \end{cases}$$

$$y_1(t) = A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t = Y_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$y(t) = \frac{4M}{\pi} \left[\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \dots \right]$$



$$y_1(t) = \frac{4M}{\pi} \sin \omega t$$

§ 7.3 描述函数法

(2) 描述函数定义

输入： $x(t) = A \sin \omega t$

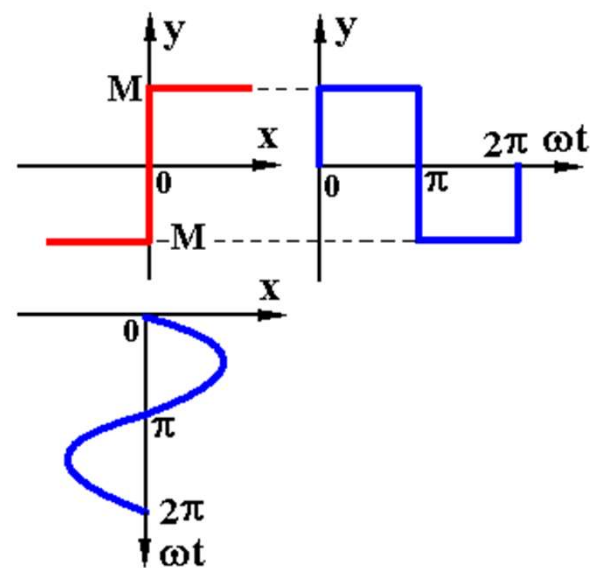
输出基波： $y_1(t) = Y_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$

描述函数 $N(A)$ 的定义：

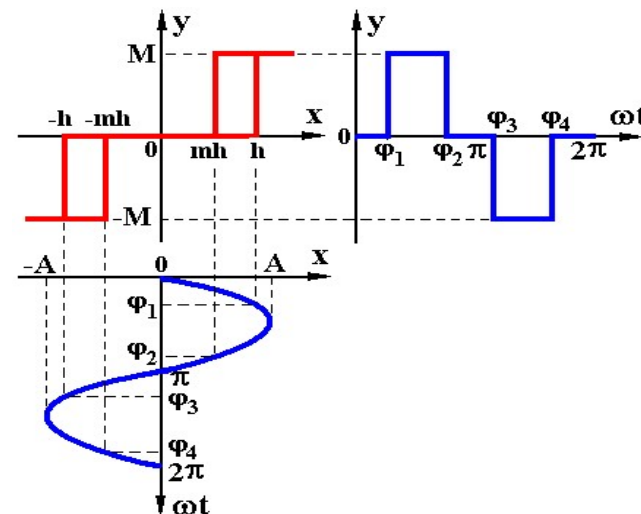
$$N(A) = \frac{Y_1}{A} \angle \varphi_1 = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{A} \angle (\arctan \frac{A_1}{B_1})$$

理想继电特性的描述函数：

$$N(A) = \frac{4M}{\pi A} \angle 0^\circ$$



一般继电特性的描述函数：



$$N(A) = \frac{2M}{\pi A} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{mh}{A}\right)^2} + \sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2} \right] + j \frac{2Mh}{\pi A^2} (m-1) \quad (A \geq h)$$

{	$h = 0$ 理想继电特性：		$N(A) = \frac{4M}{\pi A}$
	$m = 1$ 死区继电特性：		$N(A) = \frac{4M}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2}$
	$m = -1$ 纯滞环继电特性：		$N(A) = \frac{4M}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2} - j \frac{4Mh}{\pi A^2}$

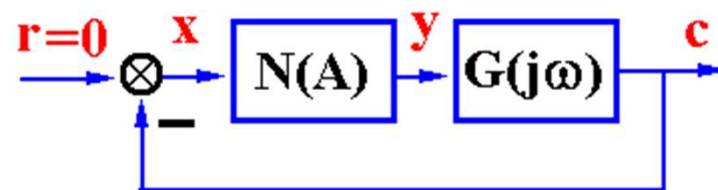
一般而言, 描述函数 $N(A)$ 是 A 的函数, 与频率 ω 无关

非线性环节为单/**非单**值函数时, $N(A)$ 是实/**复**数, 虚部为/**不为0**

§ 7.3.3 用描述函数法分析非线性系统

1 基本假设

- ① 结构上: $N(A)$, $G(j\omega)$ 串联
- ② $N(A)$ 奇对称, $y_1(t)$ 幅值占优
- ③ $G(j\omega)$ 低通滤波特性好



$$\Delta = 1 + N(A) \cdot G(j\omega) = 0$$

$$N(A) \cdot G(j\omega) = -1$$

$$G(j\omega) = \frac{-1}{N(A)}$$

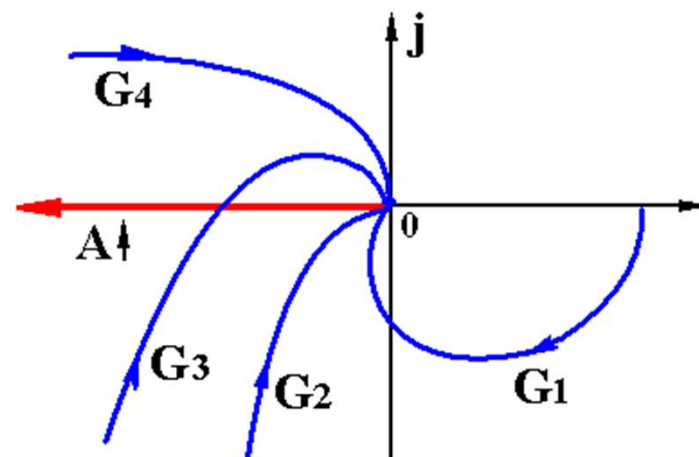
2 稳定性分析

$G(j\omega)$
 $\begin{cases} \text{不包围} \\ \text{包围} \\ \text{相交于} \end{cases} \frac{-1}{N(A)}$
 则系统
 $\begin{cases} \text{稳定} \\ \text{不稳定} \\ \text{可能自振} \end{cases}$

3 负倒描述函数 $\frac{-1}{N(A)}$ 的绘制及其特点

例1 理想继电特性的负倒描述函数

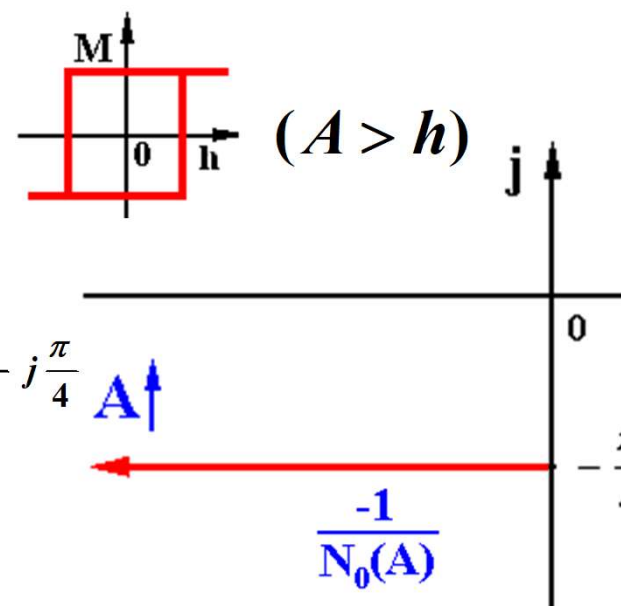
$$N(A) = \frac{4M}{\pi A} \quad \frac{-1}{N(A)} = -\frac{\pi A}{4M}$$



例2 纯滞环继电特性的负倒描述函数

$$N(A) = \frac{4M}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2} - j \frac{4Mh}{\pi A^2} = \frac{M}{h} \left[\frac{4h}{\pi A} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2} - j \frac{4h^2}{\pi A^2} \right]$$

$$\frac{-1}{N_0(A)} = \frac{-1}{\frac{4h}{\pi A} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2} - j \frac{h}{A} \right]} = \frac{-\pi A}{4h} \sqrt{1 - \left(\frac{h}{A}\right)^2} - j \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{4h} \sqrt{A^2 - h^2} - j \frac{\pi}{4}$$

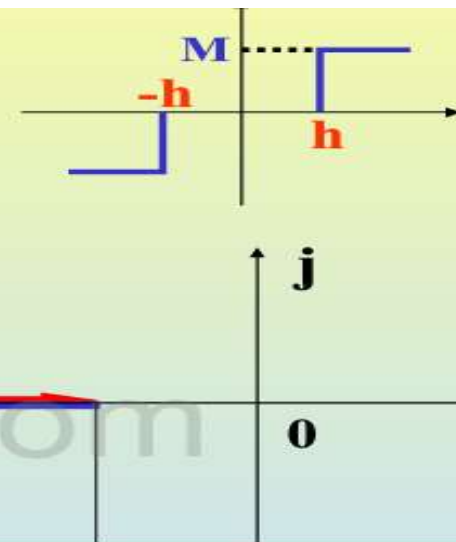


例3 死区继电器

$$N(A) = \frac{4M}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{h^2}{A^2}} \quad A \geq h$$

$$N(h) = 0 \text{ 起于 } -\infty$$

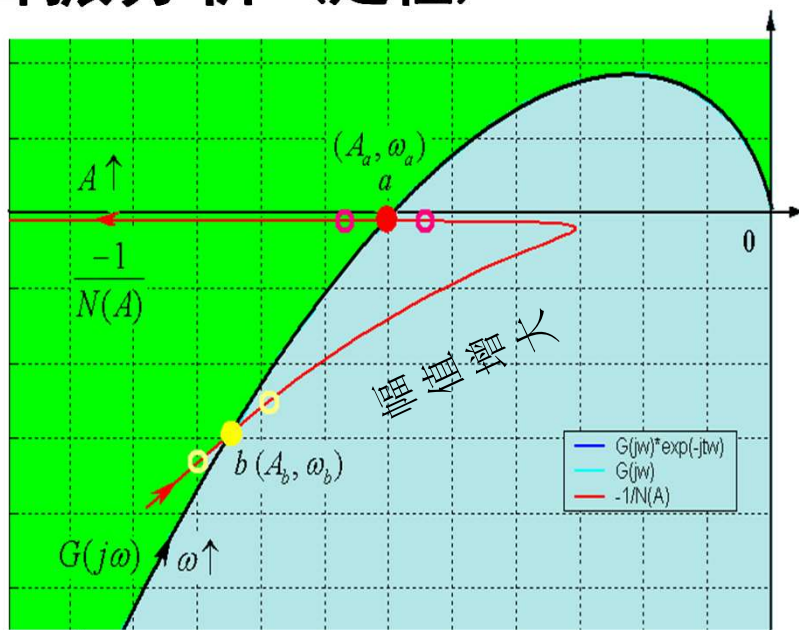
$$N(\infty) = 0 \text{ 终于 } -\infty$$



在 $-\frac{\pi h}{2M}$ 处回头

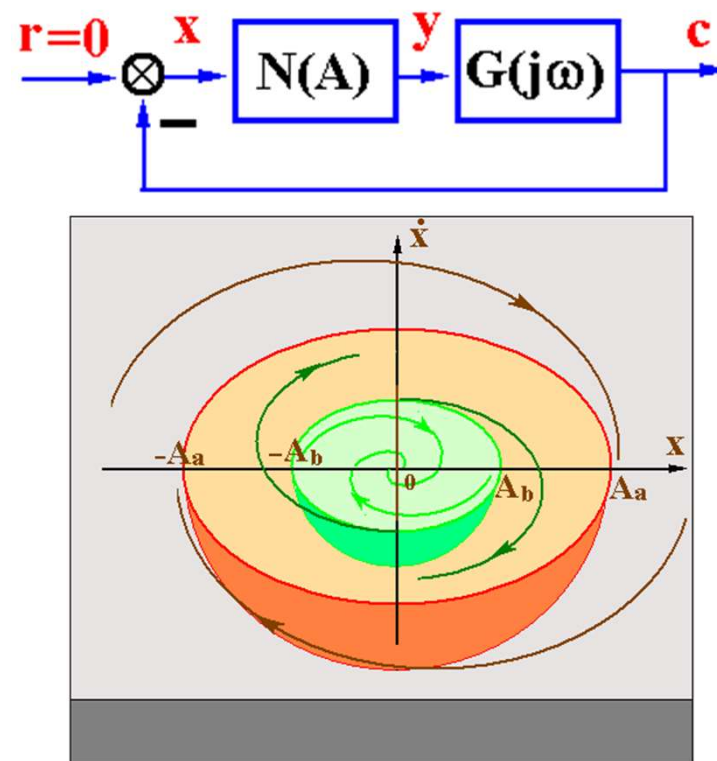
§ 7.3.3 用描述函数法分析非线性系统

4 自振分析 (定性)



$\frac{-1}{N(A)}$ $\xrightarrow{A \uparrow}$

{	穿入	不是自振点
	穿出 $G(j\omega)$ 的点	是自振点
	相切于	对应半稳定的周期运动



$$N(A)G(j\omega) = -1$$

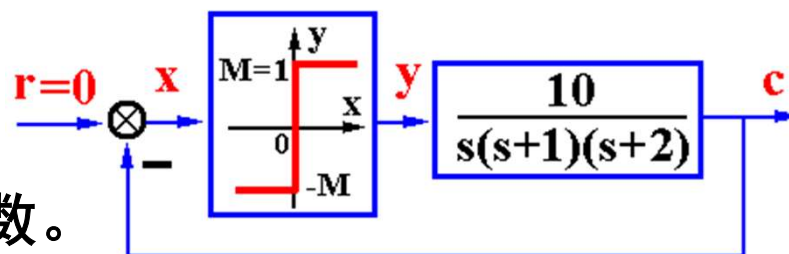
$$G(j\omega) = \frac{-1}{N(A)}$$

$$N(A) = \frac{4M}{\pi A}$$

§ 7.3.3 用描述函数法分析非线性系统

4 自振分析 (定量)

自振必要条件: $N(A) \cdot G(j\omega) = -1$



例1 分析系统的稳定性(M=1), 求自振参数。

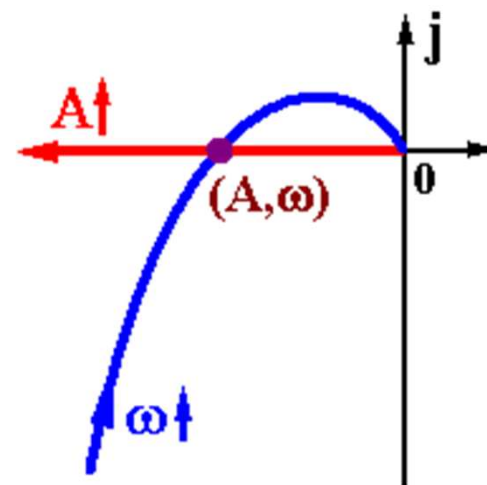
解 作图分析, 系统一定自振。

由自振条件: $N(A) \cdot G(j\omega) = -1$

$$\text{得: } \frac{4}{\pi A} \cdot \frac{10}{j\omega(1+j\omega)(2+j\omega)} = -1$$

$$\frac{40}{\pi A} = -j\omega(1+j\omega)(2+j\omega) = 3\omega^2 - j\omega(2-\omega^2)$$

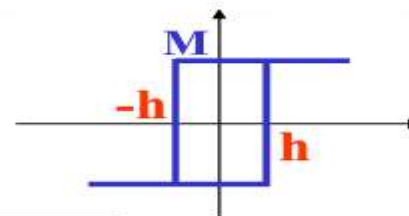
$$\text{比较实/虚部: } \begin{cases} \frac{40}{\pi A} = 3\omega^2 \\ \omega(2-\omega^2) = 0 \end{cases} \begin{cases} \omega = \sqrt{2} \\ A = \frac{40}{6\pi} = 2.122 \end{cases}$$



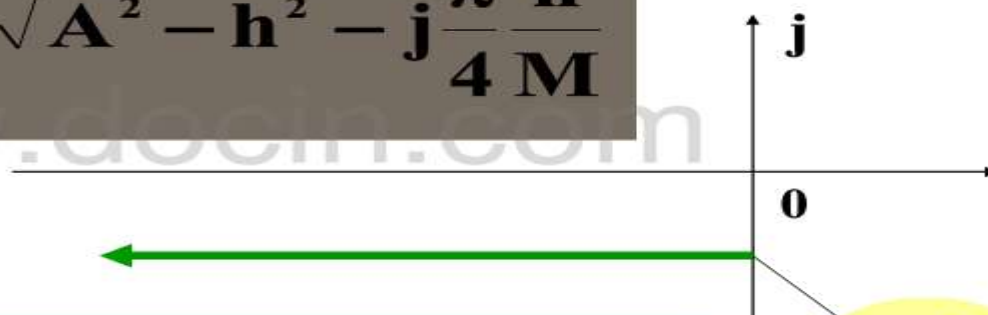
几种典型描述函数负导数曲线

1) 时滞继电器

$$N(A) = \frac{4M}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{h^2}{A^2}} - j \frac{4Mh}{\pi A^2}$$



$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{\pi}{4M} \sqrt{A^2 - h^2} - j \frac{\pi h}{4M}$$



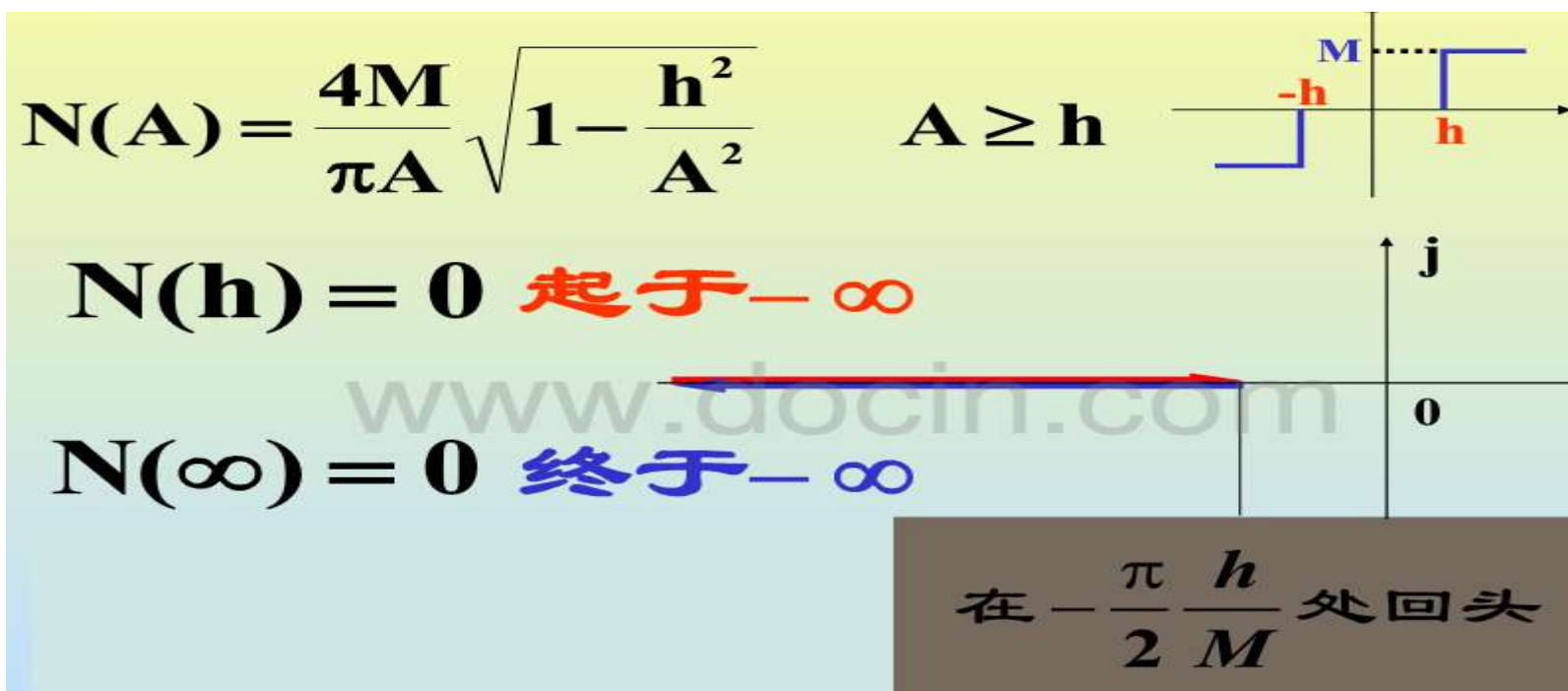
实部从0 $\rightarrow -\infty$, 虚部为常数

$$-\frac{\pi h}{4M}$$

2) $h=0$ 为理想继电器

几种典型描述函数负倒数曲线

3) 死区继电器



几种典型描述函数负导数曲线

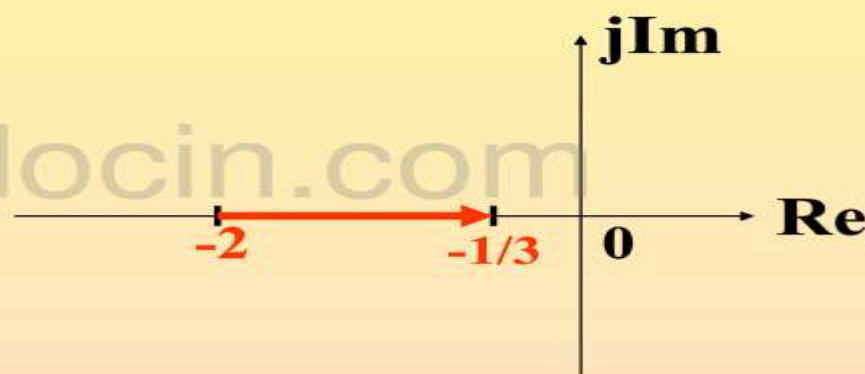
4) 一般表达式表示描述函数

$$N(A) = \frac{3A + 2}{A + 4}$$

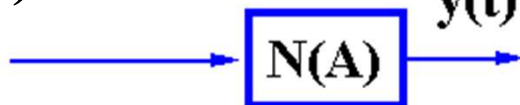
$$-\frac{1}{N(A)} = -\frac{A + 4}{3A + 2}$$

$$-\frac{1}{N(0)} = -2$$

$$-\frac{1}{N(\infty)} = -\frac{1}{3}$$



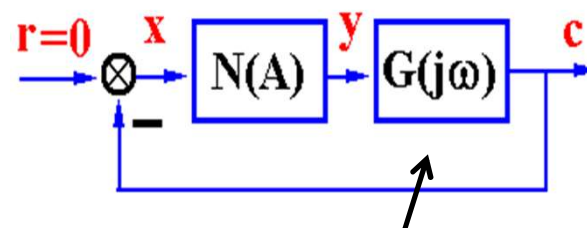
课程小结

1. 描述函数的概念、定义 $N(A) = \frac{Y_1}{A} \angle \varphi_1$ $x(t) = A \sin \omega t$ 

2. 描述函数分析方法

(1) 基本假设

- ① 结构上: $N(A)$, $G(j\omega)$ 串联
- ② $N(A)$ 奇对称, $y_1(t)$ 幅值占优
- ③ $G(j\omega)$ 低通滤波特性好



(2) 稳定性分析 $G(j\omega)$ $\begin{cases} \text{不包围} \\ \text{包围} \\ \text{相交于} \end{cases} \frac{-1}{N(A)}$ 则系统 $\begin{matrix} \text{稳定} \\ \text{不稳定} \\ \text{可能自振} \end{matrix}$

(3) 自振分析 $\frac{-1}{N(A)} \xrightarrow{A \uparrow}$ $\begin{cases} \text{穿入} \\ \text{穿出} \\ \text{相切于} \end{cases} G(j\omega)$ 的点 $\begin{matrix} \text{不是自振点} \\ \text{是自振点} \\ \text{对应半稳定的} \\ \text{周期运动} \end{matrix}$

最小相位

定性分析

$$\frac{-1}{N(A)}, G(j\omega)$$

定量计算

$$N(A)G(j\omega) = -1$$