

# 第六节课习题

高翔

2019年11月

## 1 习题说明

- 第  $i$  节课习题所有材料打包在  $Li.zip$  中,  $\forall i = 1 \dots 8$ 。
- 习题分为若干种: **计算类**习题, 需要读者编程计算一个实际问题, 我们会附有参考答案以供自测。**操作类**习题, 会指导读者做一个具体的实验, 给出中间步骤截图或结果。**简述类**习题则提供阅读材料, 需要读者阅读材料后, 回答若干问题。
- 每个习题会有一些的分值。每次习题分值加和为 10 分。你需要获得 8 分以上才能得到“通过”的评价。带 \* 的习题为附加题, 会在总分之外再提供一定的分值, 所以总和可能超过 10 分。换句话说, 你也可以选择一道附加题, 跳过一道正常题。
- 每道习题的给分由助教评判, 简述类习题可能存在一定开放性, 所以评分也存在主观因素。
- 请利用深蓝学院系统提交习题。每次习题我们会记通过与否。提交形式为 word 或 pdf 格式报告, 如有编程习题请提交可编译的源码。
- 为方便读者, 我通常会准备一些阅读材料, 放在 books/或 papers/目录下。请读者按个人需求使用这些材料。它们多数是从网络下载的, 如果侵犯到你的权利, 请及时告诉我。
- 每个习题会标注大致用时, 但视同学个人水平可能会有出入。
- 习题的完成情况会影响你对本课程内容的掌握程度, 请认真、独立完成。习题总得分较高的同学将获得推荐资格。

## 2 LK 光流 (5 分, 约 3 小时)

### 2.1 光流文献综述 (1 分)

我们课上演示了 Lucas-Kanade 稀疏光流, 用 OpenCV 函数实现了光流法追踪特征点。实际上, 光流法有很长时间的研究历史, 直到现在人们还在尝试用 Deep learning 等方法对光流进行改进 [1, 2]。本题将指导你完成基于 Gauss-Newton 的金字塔光流法。首先, 请阅读文献 [3] (paper 目录下提供了 pdf), 回答下列问题。

问题:

1. 按此文的分类, 光流法可分为哪几类?
2. 在 compositional 中, 为什么有时候需要做原始图像的 wrap? 该 wrap 有何物理意义?
3. forward 和 inverse 有何差别?

### 2.2 forward-additive Gauss-Newton 光流的实现 (1 分)

接下来我们来实现最简单的光流, 即上文所说的 forward-additive。我们先考虑单层图像的 LK 光流, 然后再推广至金字塔图像。按照教材的习惯, 我们把光流法建模成一个非线性优化问题, 再使用 Gauss-Newton 法迭代求解。设有图像 1.png, 2.png, 我们在 1.png 中提取了 GFTT 角点 [4]<sup>1</sup>, 然后希望在 2.png 中追踪这些关键点。设两个图分别为  $I_1, I_2$ , 第一张图中提取的点集为  $\mathbf{P} = \{\mathbf{p}_i\}$ , 其中  $\mathbf{p}_i = [x_i, y_i]^T$  为像素坐标值。考虑第  $i$  个点, 我们希望计算  $\Delta x_i, \Delta y_i$ , 满足:

$$\min_{\Delta x_i, \Delta y_i} \sum_W \|I_1(x_i, y_i) - I_2(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i)\|_2^2. \quad (1)$$

即最小化二者灰度差的平方, 其中  $\sum_W$  表示我们在某个窗口 (Window) 中求和 (而不是单个像素, 因为问题有两个未知量, 单个像素只有一个约束, 是欠定的)。实践中, 取此 window 为  $8 \times 8$  大小的小块, 即从  $x_i - 4$  取到  $x_i + 3$ ,  $y$  坐标亦然。显然, 这是一个 forward-additive 的光流, 而上述最小二乘问题可以用 Gauss-Newton 迭代求解。请回答下列问题, 并根据你的回答, 实现 code/optical\_flow.cpp 文件中的 OpticalFlowSingleLevel 函数。

1. 从最小二乘角度来看, 每个像素的误差怎么定义?
2. 误差相对于自变量的导数如何定义?

下面是有关实现过程中的一些提示:

1. 同上一次作业, 你仍然需要去除那些提在图像边界附近的点, 不然你的图像块可能越过边界。
2. 该函数称为单层的 光流, 下面我们要基于这个函数来实现多层的光流。在主函数中, 我们对两张图像分别测试单层光流、多层光流, 并与 OpenCV 结果进行对比。作为验证, 正向单层光流结果应该如图 1 所示, 它结果不是很好, 但大部分还是对的。
3. 在光流中, 关键点的坐标值通常是浮点数, 但图像数据都是以整数作为下标的。之前我们直接取了浮点数的整数部分, 即把小数部分归零。但是在光流中, 通常的优化值都在几个像素内变化, 所以我们还用浮点数的像素插值。函数 GetPixelValue 为你提供了一个双线性插值方法 (这也是常用的图像插值法之一), 你可以用它来获得浮点的像素值。

<sup>1</sup> 这是一种角点提取算法, 没有描述子。经常与光流配合使用, 但是计算量比 FAST 更大。

## 2.3 反向法（1 分）

在你实现了上述算法之后，就会发现，在迭代开始时，Gauss-Newton 的计算依赖于  $I_2$  在  $(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i)$  处的梯度信息。然而，角点提取算法仅保证了  $I_1(x_i, y_i)$  处是角点（可以认为角点存在明显梯度），但对于  $I_2$ ，我们并没有办法假设  $I_2$  在  $x_i, y_i$  处亦有梯度，从而 Gauss-Newton 并不一定成立。反向的光流法（inverse）则做了一个巧妙的技巧，即用  $I_1(x_i, y_i)$  处的梯度，替换掉原本要计算的  $I_2(x_i + \Delta x_i, y_i + \Delta y_i)$  的梯度。这样做的好处有：

- $I_1(x_i, y_i)$  是角点，梯度总有意义；
- $I_1(x_i, y_i)$  处的梯度不随迭代改变，所以只需计算一次，就可以在后续的迭代中一直使用，节省了大量计算时间。

我们为 OpticalFlowSingleLevel 函数添加一个 bool inverse 参数，指定要使用正常的算法还是反向的算法。请你根据上述说明，完成反向的 LK 光流法。

## 2.4 推广至金字塔（2 分）

通过实验，可以看出光流法通常只能估计几个像素内的误差。如果初始估计不够好，或者图像运动太大，光流法就无法得到有效的估计（不像特征点匹配那样）。但是，使用图像金字塔，可以让光流对图像运动不那么敏感。下面请你使用缩放倍率为 2，共四层的图像金字塔，实现 coarse-to-fine 的 LK 光流。函数在 OpticalFlowMultiLevel 中。

实现完成后，给出你的光流截图（正向、反向、金字塔正向、金字塔反向），可以和 OpenCV 作比较。然后回答下列问题：

1. 所谓 coarse-to-fine 是指怎样的过程？
2. 光流法中的金字塔用途和特征点法中的金字塔有何差别？

提示：你可以使用上面写的单层光流来帮助你实现多层光流。

## 2.5 讨论

现在你已经自己实现了光流，看到了基于金字塔的 LK 光流能够与 OpenCV 达到相似的效果（甚至更好）。根据光流的结果，你可以和上讲一样，计算对极几何来估计相机运动。下面针对本次实验结果，谈谈你对下面问题的看法：

- 我们优化两个图像块的灰度之差真的合理吗？哪些时候不够合理？你有解决办法吗？
- 图像块大小是否有明显差异？取 16x16 和 8x8 的图像块会让结果发生变化吗？
- 金字塔层数对结果有怎样的影响？缩放倍率呢？

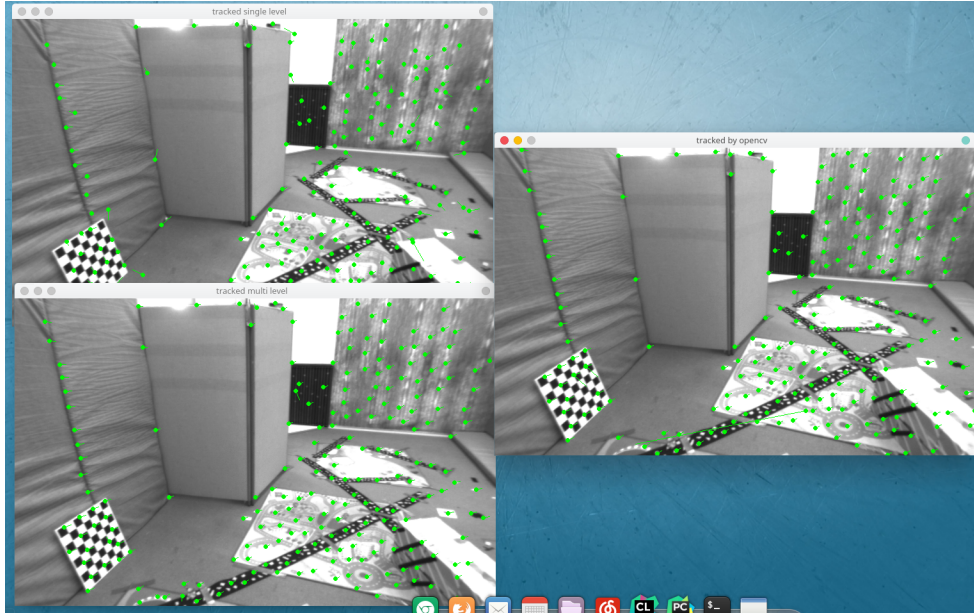


图 1: 光流结果示意图，多层光流结果应该和 OpenCV 光流类似。

### 3 直接法 (5 分, 约 2.5 小时)

#### 3.1 单层直接法 (3 分)

我们说直接法是光流的直观拓展。在光流中，我们估计的是每个像素的平移（在 additive 的情况下）。而在直接法当中，我们最小化光流误差，来估计相机的旋转和平移（以李代数的形式）。现在我们将使用和前一个习题非常相似的做法来实现直接法，请同学体现二者之间的紧密联系。

本习题中，你将使用 Kitti 数据集中的一些图像。给定 left.png 和 disparity.png，我们知道，通过这两个图可以得到 left.png 中任意一点的 3D 信息。现在，请你使用直接法，估计图像 000001.png 至 000005.png 的相机位姿。我们称 left.png 为**参考图像**（reference，简称 ref），称 000001.png - 000005.png 中任意一图**为当前图像**（current，简称 cur），如图2所示。设待估计的目标为  $\mathbf{T}_{\text{cur,ref}}$ ，那么在 ref 中取一组点  $\{\mathbf{p}_i\}$ ，位姿可以通过最小化下面的目标函数求解：

$$\mathbf{T}_{\text{cur,ref}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{W_i} \|I_{\text{ref}}(\pi(\mathbf{p}_i)) - I_{\text{cur}}(\pi(\mathbf{T}_{\text{cur,ref}} \mathbf{p}_i))\|_2^2, \quad (2)$$

其中  $N$  为点数， $\pi$  函数为针孔相机的投影函数  $\mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^2$ ， $W_i$  为第  $i$  个点周围的小窗口。同光流法，该问题可由 Gauss-Newton 函数求解。请回答下列问题，然后实现 code/direct\_method.cpp 中的 DirectPoseEstimationSingleLayer 函数。

1. 该问题中的误差项是什么？
2. 误差相对于自变量的雅可比维度是多少？如何求解？
3. 窗口可以取多大？是否可以取单个点？

下面是一些实现过程中的提示：

1. 这次我们在参考图像中随机取 1000 个点，而不是取角点。请思考为何不取角点，直接法也能工作。
2. 由于相机运动，参考图像中的点可能在投影之后，跑到后续图像的外部。所以最后的目标函数要对投影在内部的点求平均误差，而不是对所有点求平均。程序中我们以 good 标记出投影在内部的点。



图 2: 本题中待估计位姿的图像

3. 单层直接法的效果不会很好，但是你可以查看每次迭代的目标函数都会下降。

### 3.2 多层直接法（2 分）

下面，类似于光流，我们也可以把直接法以 coarse-to-fine 的过程，拓展至多层金字塔。多层金字塔的直接法允许图像在发生较大运动时仍能追踪到所有点。下面我们使用缩放倍率为 2 的四层金字塔，实现金字塔上的直接法。请实现 `DirectPoseEstimationMultiLayer` 函数，下面是一些提示：

1. 在缩放图像时，图像内参也需要跟着变化。那么，例如图像缩小一倍， $f_x, f_y, c_x, c_y$  应该如何变化？
2. 根据 coarse-to-fine 的过程，上一层图像的位姿估计结果可以作为下一层图像的初始条件。
3. 在调试期间，可以画出每个点在 ref 和 cur 上的投影，看看它们是否对应。若准确对应，则说明位姿估计是准确的。

作为验证，图像 000001 和 000005 的位姿平移部分应该接近<sup>2</sup>：

$$\begin{aligned} \mathbf{t}_1 &= [0.005876, -0.01024, -0.725]^T \\ \mathbf{t}_5 &= [0.0394, -0.0592, -3.9907]^T \end{aligned} \quad (3)$$

可以看出车辆基本是笔直向前开的。

<sup>2</sup> 根据各人实现不同，此题结果可能有所差异，但不应该大于 0.5 米。

### 3.3 \* 延伸讨论

现在你已经实现了金字塔上的 Gauss-Newton 直接法。你可以调整实验当中的一些参数，例如图像点数、每个点周围小块的大小等等。请思考下面问题：

1. 直接法是否可以类似光流，提出 inverse, compositional 的概念？它们有意义吗？
2. 请思考上面算法哪些地方可以缓存或加速？
3. 在上述过程中，我们实际假设了哪两个 patch 不变？
4. 为何可以随机取点？而不用取角点或线上的点？那些不是角点的地方，投影算对了吗？
5. 请总结直接法相对于特征点法的异同与优缺点。



## 4 \* 使用光流计算视差（2 分，约 1 小时）

请注意本题为附加题。

在上一题中我们已经实现了金字塔 LK 光流。光流有很多用途，它给出了两个图像中点的对应关系，所以我们可以用光流进行位姿估计，或者计算双目的视差。回忆第四节课的习题中，我们介绍了双目可以通过视差图得出点云，但那时直接给出了视差图，而没有进行视差图的计算。现在，给定图像 `left.png`, `right.png`，请你使用上题的结果，计算 `left.png` 中的 GFTT 点在 `right.png` 中的（水平）视差，然后与 `disparity.png` 进行比较。这样的结果是一个稀疏角点组成的点云。请计算每个角点的水平视差，然后对比视差图比较结果。

本程序不提供代码框架，请你根据之前习题完成此内容。

## Bibliography

- [1] A. Dosovitskiy, P. Fischer, E. Ilg, P. Hausser, C. Hazirbas, V. Golkov, P. van der Smagt, D. Cremers, and T. Brox, “FlowNet: Learning optical flow with convolutional networks,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision*, pp. 2758–2766, 2015.
- [2] E. Ilg, N. Mayer, T. Saikia, M. Keuper, A. Dosovitskiy, and T. Brox, “FlowNet 2.0: Evolution of optical flow estimation with deep networks,” *arXiv preprint arXiv:1612.01925*, 2016.
- [3] S. Baker and I. Matthews, “Lucas-kanade 20 years on: A unifying framework,” *International journal of computer vision*, vol. 56, no. 3, pp. 221–255, 2004.
- [4] J. Shi and C. Tomasi, “Good features to track,” in *Computer Vision and Pattern Recognition, 1994. Proceedings CVPR’94., 1994 IEEE Computer Society Conference on*, pp. 593–600, IEEE, 1994.