

# PROYECTO DERIVADOS AVANZADOS

FELIPE DURAN

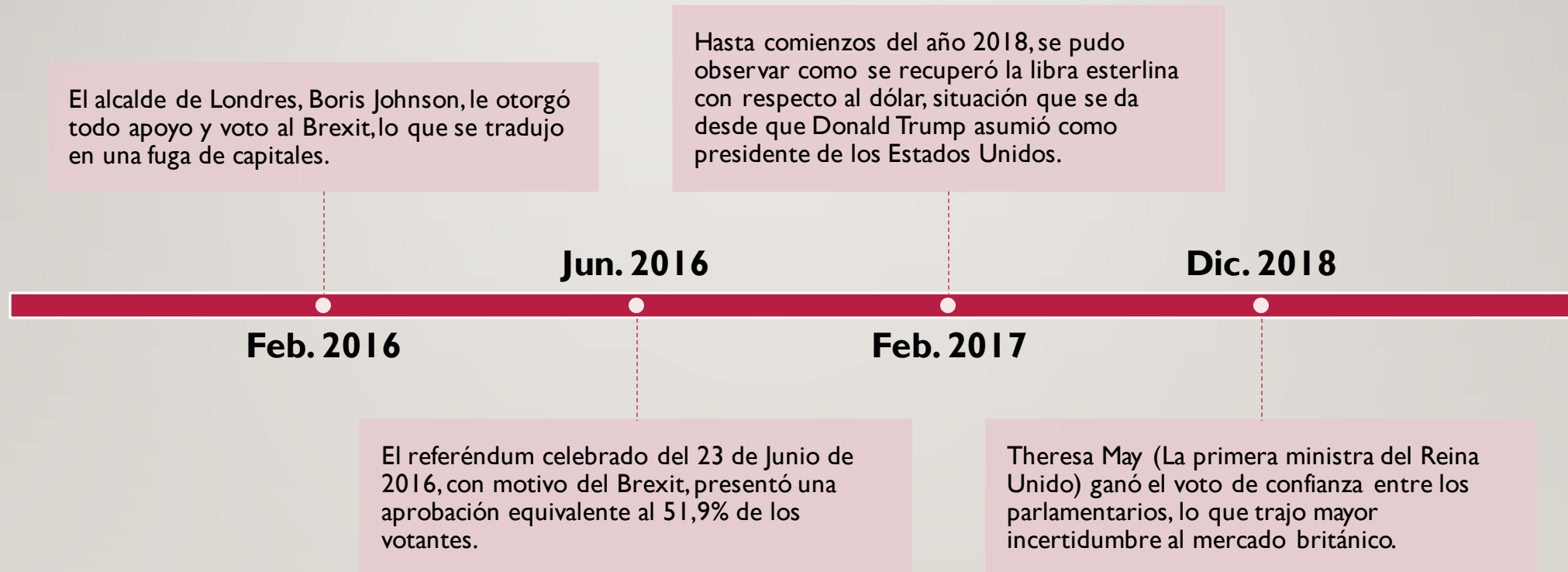
FELIPE GALDAMES



# DESCRIPCIÓN DE LA DATA

# CICLOS DENTRO DEL TIPO DE CAMBIO

---



## CICLOS DENTRO DEL TIPO DE CAMBIO

---



# DESCRIPCIÓN DE LA DATA

---

Media del  
1,3254.

Volatilidad  
de 0,0659.

Máximo  
de 1,4877.

Mínimo  
de 1,2047.

Cuenta de  
804.

# CALCULO DEL FORWARD PRICE

---

$$K^{ATMF} = S_0 \cdot \frac{e^{-q \cdot T}}{e^{-r \cdot T}}$$

$q$  = Tasa de descuento extranjera

$r$  = Tasa de descuento doméstica

$S_0$  = Precio spot

$T$  = Tiempo



## CALCULO DEL STRIKE PRICE

---

$$K = S_0 \cdot e^{(r-q) \cdot T} \cdot e^{\frac{\sigma^2 \cdot T}{2} - d_1 \cdot \sigma \cdot \sqrt{T}}$$

$$d_1 = \epsilon \cdot N^{-1} \left( \frac{\epsilon \cdot \Delta}{\alpha} \right)$$

$$\alpha = e^{-q \cdot T}$$

---

# METODOLOGÍAS

---



# METODOLOGÍA DE BLACK- SCHOLES

---

- BENCHMARKING USADO PARA COMPARAR  
LOS OTROS MÉTODOS.

$$V_0 = \epsilon \cdot S_0 \cdot e^{-qT} \cdot N(\epsilon \cdot d_1) - \epsilon \cdot K \cdot e^{-rT} \cdot N(\epsilon \cdot d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + (r - q) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} + \frac{\sigma \cdot \sqrt{T}}{2}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma \cdot \sqrt{T}$$

# METODOLOGÍA DE MONTE-CARLO

---

$$dS_t = (r - q) \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dW_t^Q$$

$$S_{t+1} = S_t \cdot e^{(r-q-\frac{\sigma^2}{2}) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \Delta W}$$



$$S_{t+1} = S_t \cdot e^{(r-q-\frac{\sigma^2}{2}) \cdot \Delta t + \sigma \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot Z}$$

# METODOLOGÍA DE MONTE-CARLO

---

$$V_t = V(S_t) = \text{Max}(S_t - K, 0)$$

$$Y_t = \frac{V_t}{e^{r \cdot t}}$$



$$\overline{V_0}(N) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N Y_i$$

# METODOLOGÍA DE HESTON

---

**Movimiento del Spot**

$$dS_t = \mu \cdot S_t \cdot dt + \sqrt{\nu_t} \cdot S_t \cdot dW_t^S$$

**Movimiento de la varianza instantánea**

$$d\nu_t = \Theta \cdot (\omega - \nu_t) \cdot dt + \xi \cdot \sqrt{\nu_t} \cdot dW_t^\nu$$

# METODOLOGÍA DE HESTON

---

**Movimiento del Spot**

$$dS_t = \mu \cdot S_t \cdot dt + \sqrt{\nu_t} \cdot S_t \cdot dW_t^S$$

**Movimiento de la varianza instantánea**

$$d\nu_t = \Theta \cdot (\omega - \nu_t) \cdot dt + \xi \cdot \sqrt{\nu_t} \cdot dW_t^\nu$$



# METODOLOGÍA DE HESTON

---

- Correlación procesos de Wiener



$$dW_t^S dW_t^\nu = \rho dt$$

### Precio del contrato

$$C_0 = S_0 e^{-qT} P_1 - K e^{-rT} P_2$$

### Probabilidades

$$P_j = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \int_{\phi=0}^{+\infty} \operatorname{Re} \left\{ \frac{e^{-i\phi \ln K} f_j(\phi | x_0, \nu_0, T)}{i\phi} \right\} d\phi$$

# METODOLOGÍA DE HESTON



# METODOLOGÍA DE HESTON

---

$$f_j(\phi \mid x_0, \nu_0, T) = \exp [C_j(\phi \mid T) + D_j(\phi \mid T)\nu_0 + i\phi x_0]$$

$$C_j(\phi \mid T) = i\phi(r - q)T + \frac{a}{\xi^2} \left[ (b_j - i\phi\rho\xi + d_j)T - 2 \ln \frac{1 - g_j e^{d_j T}}{1 - g} \right]$$

$$D_j(\phi \mid T) = \left[ \frac{b_j - i\phi\rho\epsilon + d_j}{\xi^2} \right] \left[ \frac{1 - e^{d_j T}}{1 - g e^{d_j T}} \right]$$

$$g(\phi) = \frac{b_j - i\phi\rho\xi + d_j}{b_j - i\phi\rho\epsilon - d_j}$$

$$d_j(\phi) = \sqrt{(i\phi\rho\xi - b_j)^2 - \xi^2 (2i\phi u_j - \phi^2)}$$

# METODOLOGÍA DE HESTON

---

$$u_1 = \frac{1}{2}$$

$$u_2 = -\frac{1}{2}$$

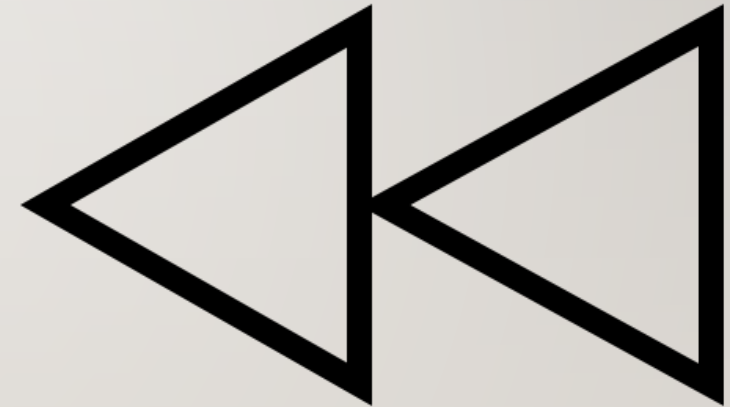
$$a = \theta\omega$$

$$b_1 = \theta + \psi - \rho\xi$$

$$b_2 = \theta + \psi$$

$$\psi = \theta (\omega^P - \omega^Q)$$

$$x_0 = \ln S_0$$



# METODOLOGÍA DE HESTON: PARÁMETROS

---

**$v$** : Varianza instantánea

**$\Theta$** : Reversión a la media

**$\omega$** : Varianza de equilibrio

**$\xi$** : Volatilidad de la varianza

**$\rho$** : Correlación



# MOTOR DE CÁLCULO

---

- **Money Market Account**
- **Forward Contract**
- **Opción Call Europea**



# MONEY MARKET ACCOUNT

---

**Deposito a plazo**

$$V_0 = e^{-rt}$$

**Payoff=1**



**Estandarización resultados**

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$



# MONEY MARKET ACCOUNT: RESULTADOS

---

	Monte-Carlo	Heston
Error	7.33e-15%	0%
Porcentaje dentro del intervalo de confianza	100%	100%

# MONEY MARKET ACCOUNT: PROBLEMÁTICA

---

## Simulaciones de Monte-Carlo

$$dS_t = (r - q) \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dW_t^Q$$



# MONEY MARKET ACCOUNT: PROBLEMÁTICA

---

## Simulaciones de Monte-Carlo

$$dS_t = (r - q) \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dW_t^Q$$

# FORWARD CONTRACT

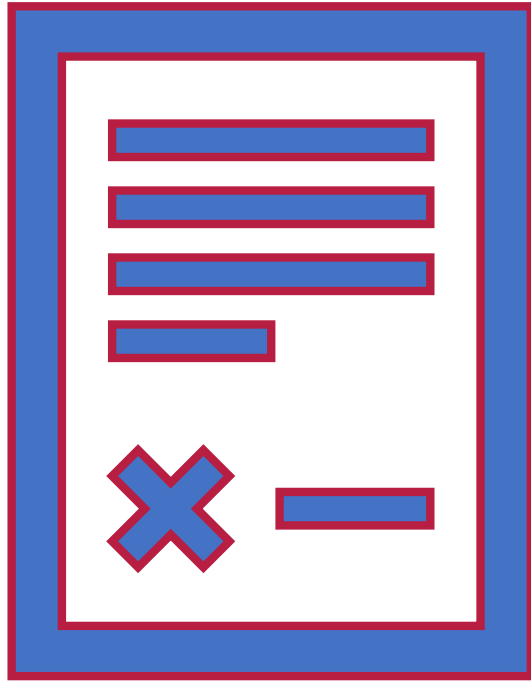
---

- *Pay off*

$$V(S_t) = \text{Max}(S_t - K, 0)$$

- Valor opción

$$V_o = e^{-r \cdot T} \cdot S - e^{-q \cdot T} \cdot K$$



# FORWARD CONTRACT: RESULTADOS

---

	Monte-Carlo	Heston
Error	0.082%	2.9181%
Porcentaje dentro del intervalo de confianza	99.95%	100%

# OPCIÓN CALL EUROPEA

---

**Volatilidades del 5%, 10%, 20% y 50%**

Modelo de Heston  
Simulaciones de Monte-Carlo

Modelo de Black-Scholes



# OPCIÓN CALL EUROPEA

---

Modelo de Heston

**$\nu$** : 0.01

**$\Theta$** : 0.015

**$\omega$** : 0.01

**$\xi$** : 0.25

**$\rho$** : 0.05



# OPCIÓN CALL EUROPEA: ERRORES

---

<b>Motor de calculo</b>	<b>Error</b>
<b>Simulaciones de Monte-Carlo</b>	<b>0.9295%</b>
<b>Modelo de Heston</b>	<b>0.83849%</b>

# MODELO DE HESTON: RANGO DE PARÁMETROS

---

Min  $\epsilon$

s.a

$$0 \leq \nu \leq 1$$

$$0 \leq \Theta \leq 100$$

$$0 \leq \omega \leq 1$$

$$0 \leq \xi \leq 0.5$$

$$-0.9 \leq \rho \leq 0.9$$

$$\nu: 0.01$$

$$\Theta: 0.015$$

$$\omega: 0.01$$

$$\xi: 0.25$$

$$\rho: 0.05$$



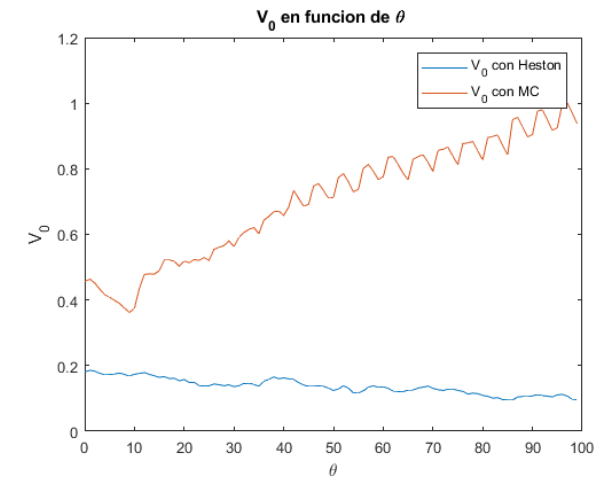
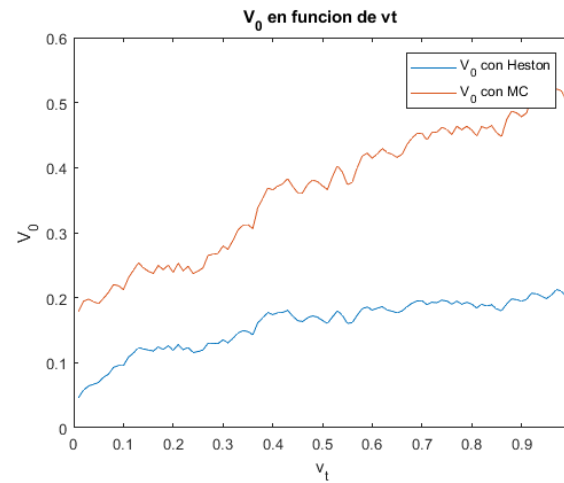
# MODELO DE HESTON: RANGO DE PARÁMETROS

---

Modelos	Error
Heston & Black-Scholes	135.39%
Monte-Carlo & Black-Scholes	473.37%
Heston & Monte-Carlo	58.94%

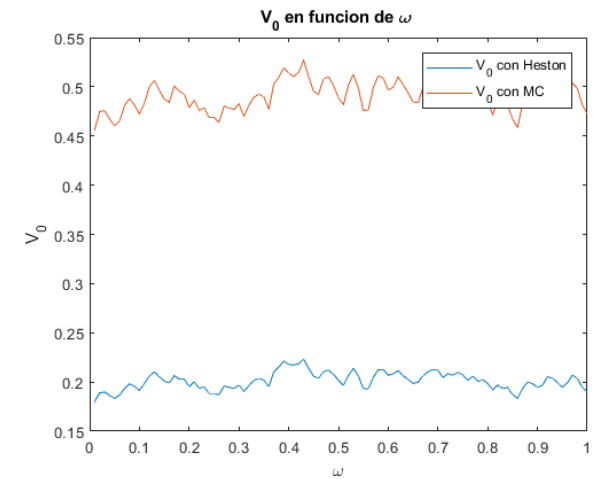
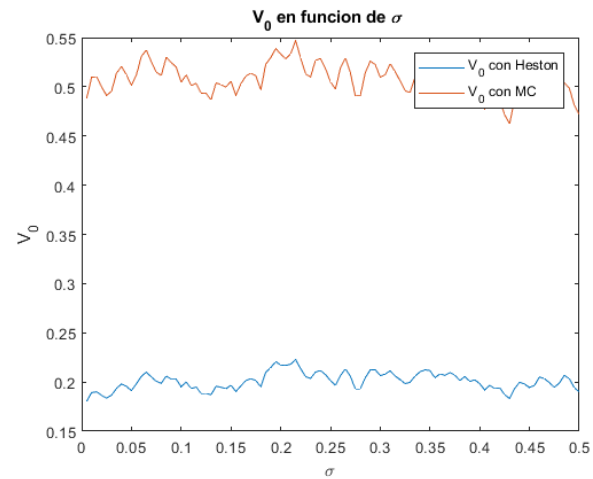
# MODELO DE HESTON: RANGO DE PARÁMETROS

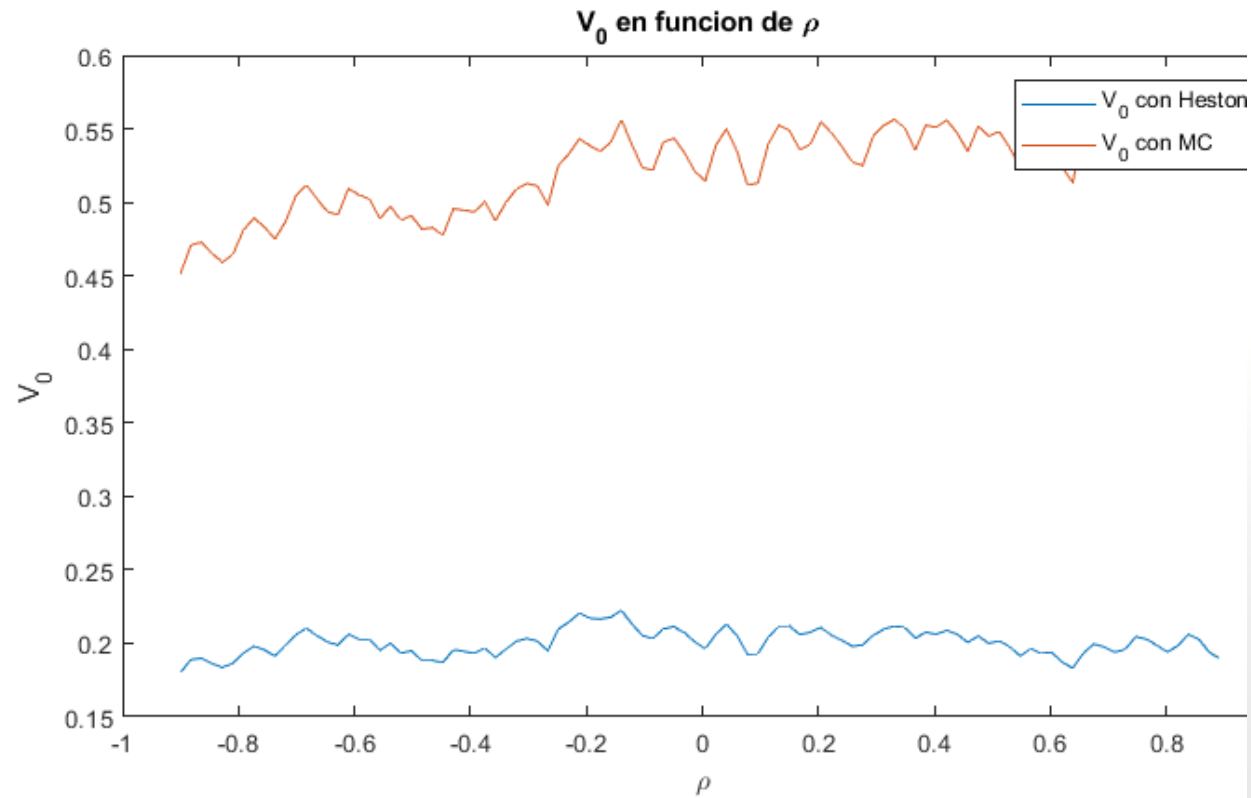
---



# MODELO DE HESTON: RANGO DE PARÁMETROS

---





# MODELO DE HESTON: RANGO DE PARÁMETROS

---

# VOLATILIDADES IMPLÍCITAS

Volatilidades del 5%, 10%, 20% y 50%

Precisión 10pb

**Greek Vega**

$$V'^{BS} = \frac{\partial V^{BS}}{\partial \sigma} = S_0 \cdot e^{-qT} \cdot n(d1) \cdot \sqrt{T}$$

**Algoritmo Newton-Raphson**

$$\sigma_{N+1} = \sigma_N + \frac{C_0 - V_0(\sigma_N)}{V'^{BS}(\sigma_N)}$$



# VOLATILIDADES IMPLÍCITAS

---

<b>Motor de calculo</b>	<b>Error</b>
<b>Simulaciones de Monte-Carlo</b>	<b>4.5148%</b>
<b>Modelo de Heston</b>	<b>1.4114%</b>

# VOLATILIDADES IMPLÍCITAS DEL MERCADO

---

Volatilidades del Mercado

Precisión 20pb

**Greek Vega**

$$V'^{BS} = \frac{\partial V^{BS}}{\partial \sigma} = S_0 \cdot e^{-qT} \cdot n(d1) \cdot \sqrt{T}$$

**Algoritmo Newton-Raphson**

$$\sigma_{N+1} = \sigma_N + \frac{C_0 - V_0(\sigma_N)}{V'^{BS}(\sigma_N)}$$



# VOLATILIDADES IMPLÍCITAS DEL MERCADO

---

Volatilidades del Mercado

Precisión 20pb

**Greek Vega**

$$V'^{BS} = \frac{\partial V^{BS}}{\partial \sigma} = S_0 \cdot e^{-qT} \cdot n(d1) \cdot \sqrt{T}$$

**Algoritmo Newton-Raphson**

$$\sigma_{N+1} = \sigma_N + \frac{C_0 - V_0(\sigma_N)}{V'^{BS}(\sigma_N)}$$

# VOLATILIDADES IMPLÍCITAS DEL MERCADO

---

<b>Motor de calculo</b>	<b>Tiempo computacional</b>	<b>Error</b>
<b>Simulaciones de Monte-Carlo</b>	<b>5611</b>	<b>20.6442%</b>
<b>Modelo de Heston</b>	<b>4575</b>	<b>29.8921%</b>

# CALIBRACIÓN DEL MODELO

---



## CALIBRACIÓN DEL MODELO: PARÁMETROS INICIALES Y REGRESIÓN LINEAL

---

$$\Delta V = B_0 + B_1 \cdot \sigma_{ATM}^2$$

$$B_1 = -\theta \cdot \Delta t$$

$$B_0 = \theta \cdot V_{\infty} \cdot \Delta t$$

## CALIBRACIÓN DEL MODELO: PARÁMETROS INICIALES Y REGRESIÓN LINEAL

---

$$\Delta V = B_0 + B_1 \cdot \sigma_{ATM}^2$$

$$B_1 = -\theta \cdot \Delta t$$

$$B_0 = \theta \cdot V_{\infty} \cdot \Delta t$$



# CALIBRACIÓN DEL MODELO: PARÁMETROS INICIALES Y REGRESIÓN LINEAL

---

**Valor de  $\xi$**

$$\xi = \psi^2 \cdot \Delta t \cdot v_t$$

$$\xi = (\omega \cdot \theta)^2 \cdot \Delta t \cdot v_t$$

**Valor de  $\rho$**

$$\Delta S = B_0 \cdot \Delta V$$



# CALIBRACIÓN DEL MODELO: PARÁMETROS INICIALES

---

Parámetros	Valor
$v$	$0.02882^2$
$\theta$	0.01
$\omega$	0.009691
$\xi$	$6.3086e-07$
$\rho$	-0.29678

CALIBRACIÓN DEL  
MODELO:  
FUNCIÓN DE ERROR  
PROMEDIO


---

$$\epsilon = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i,j} |\sigma_{ij}^{market} - \sigma_{ij}^{model}|$$

CALIBRACIÓN DEL  
MODELO:  
FUNCIÓN DE ERROR  
PORCENTUAL  
PROMEDIO

---

$$\epsilon\% = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i,j} \left| \frac{\sigma_{ij}^{model}}{\sigma_{ij}^{market}} - 1 \right|$$



# CALIBRACIÓN DEL MODELO: PRIMERA ITERACIÓN

# CALIBRACIÓN DEL MODELO: PRIMERA ITERACIÓN

---

Min  $\epsilon$

s.a

$$0 \leq \mathbf{v} \leq 1$$

$$0 \leq \Theta \leq 100$$

$$0 \leq \omega \leq 1$$

$$0 \leq \xi \leq 0.5$$

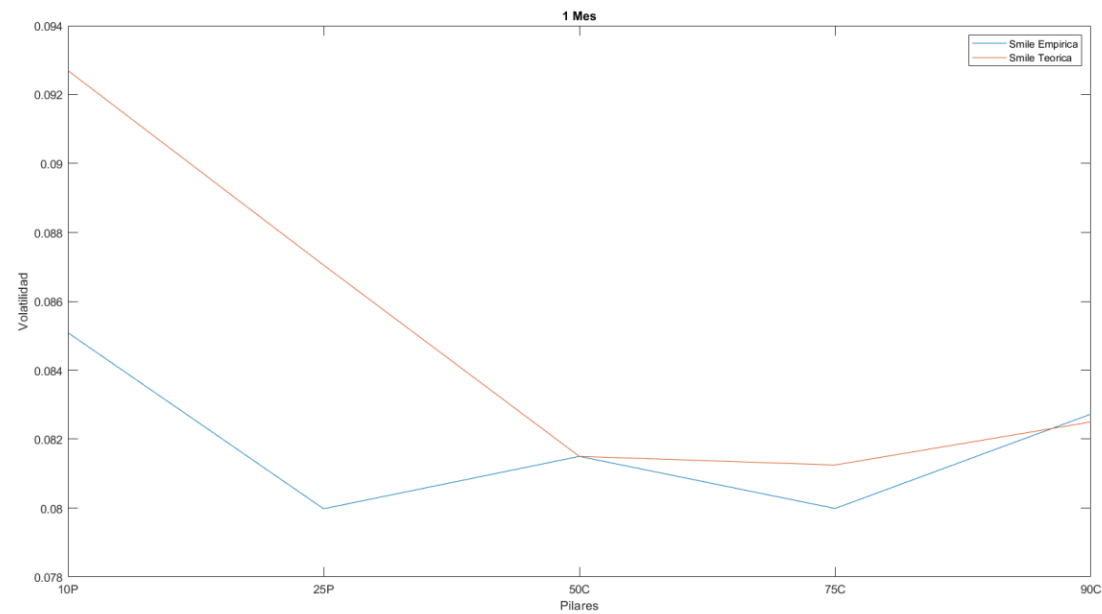
$$-0.9 \leq \rho \leq 0.9$$

# CALIBRACIÓN DEL MODELO: PRIMERA ITERACIÓN

---

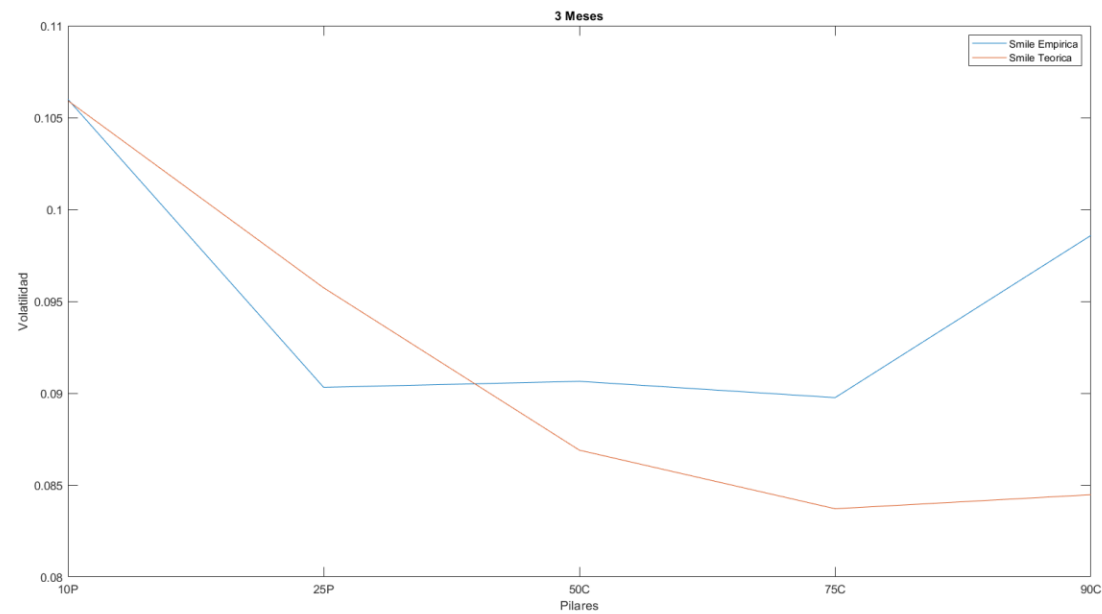
Parámetros	Valor
$\nu$	0.00097 <sup>2</sup>
$\theta$	0.6593
$\omega$	0.0243
$\xi$	0.2869
$\rho$	-0.0141





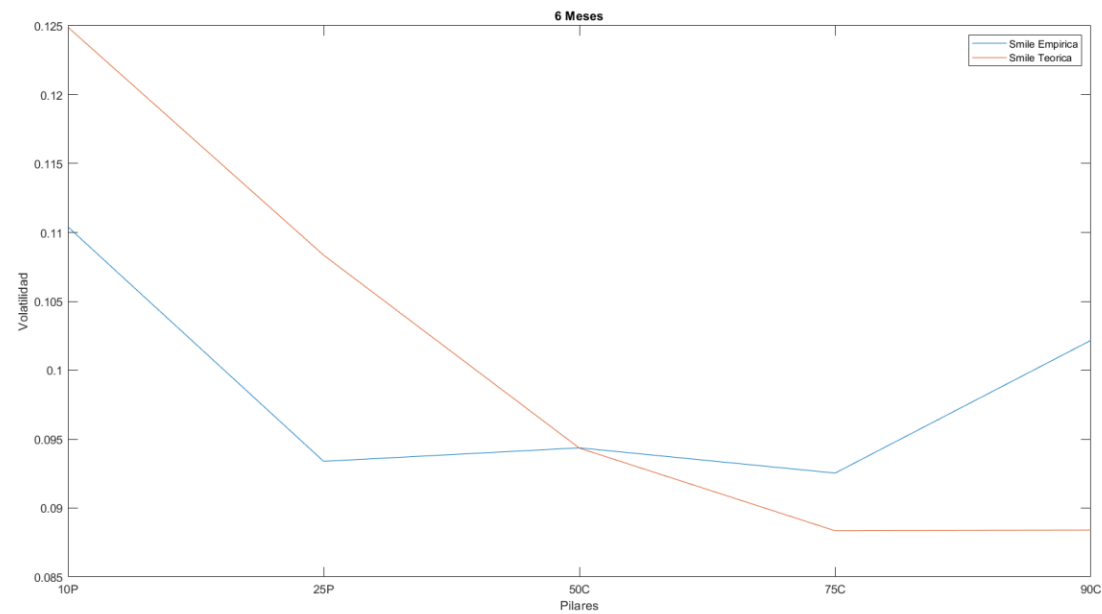
# CURVA SMILE: TENOR DE 1 MES

---



# CURVA SMILE: TENOR DE 3 MESES

---

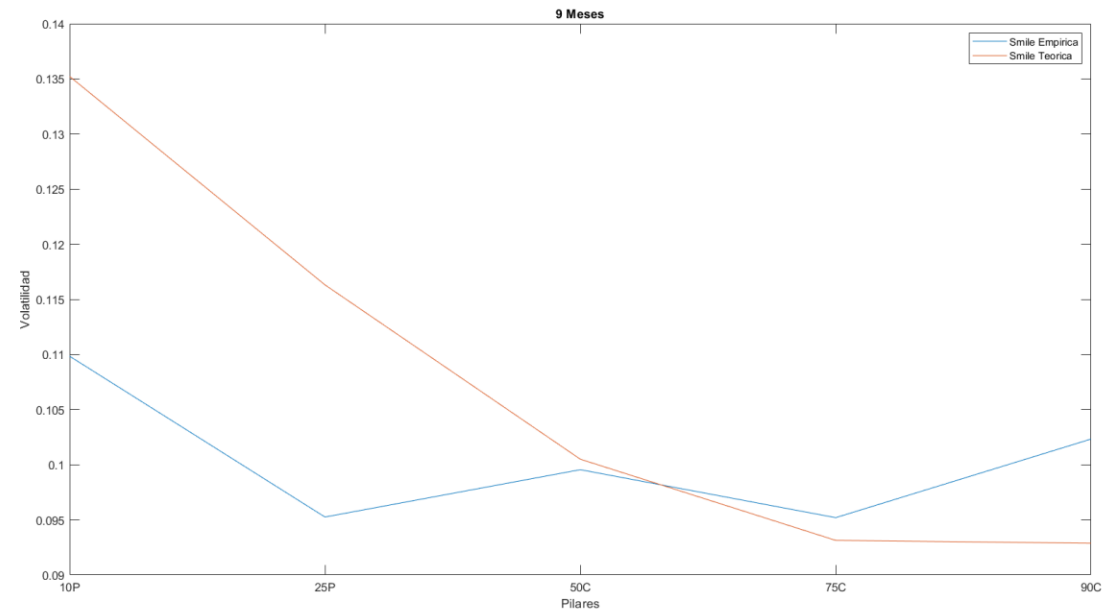


# CURVA SMILE: TENOR DE 6 MESES

---

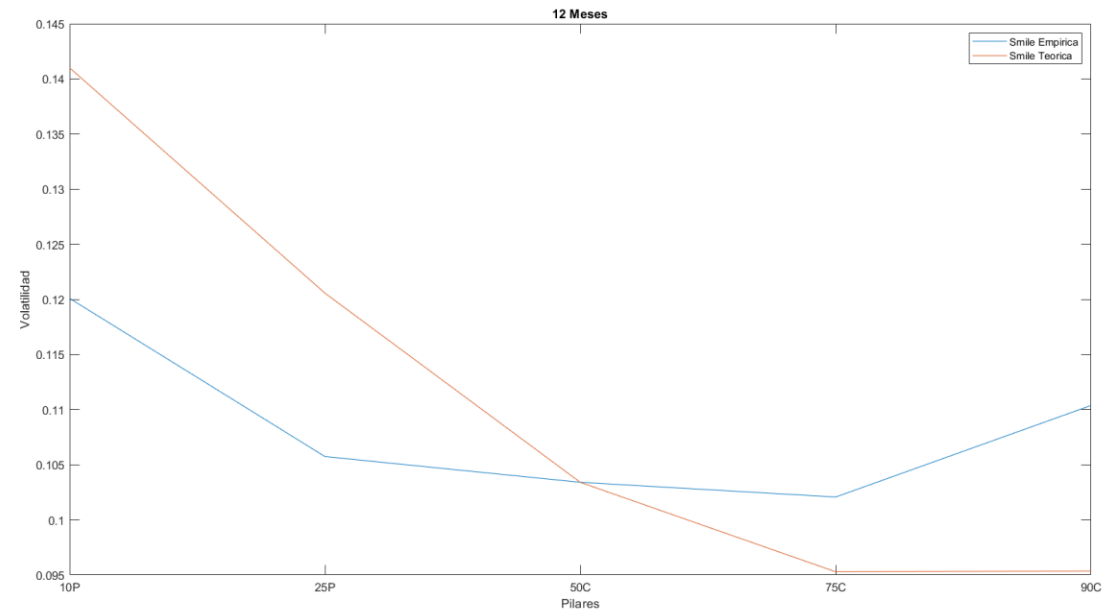
# CURVA SMILE: TENOR DE 9 MESES

---



# CURVA SMILE: TENOR DE 12 MESES

---





# CALIBRACIÓN DEL MODELO: ITERACIÓN COMPLETA



# CALIBRACIÓN DEL MODELO: RESULTADOS

---

**Error promedio**

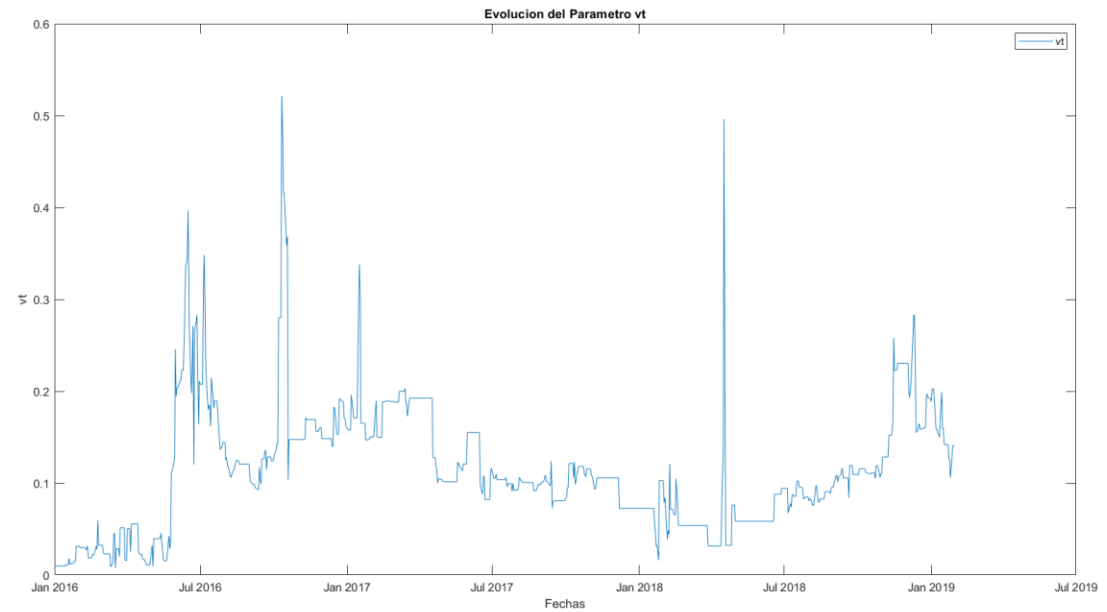
**0.01525**

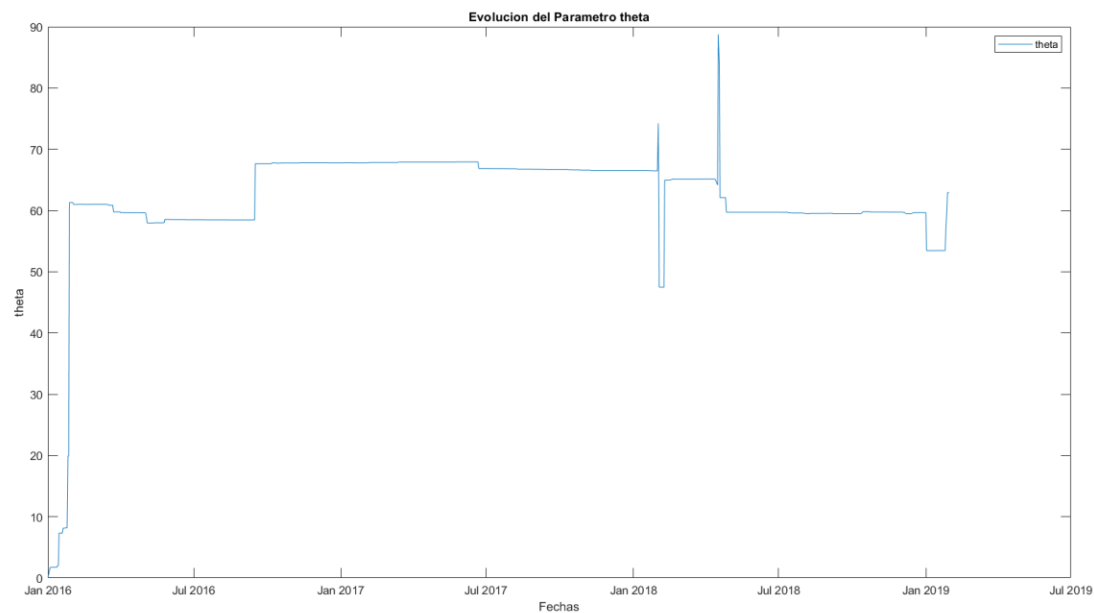
**Error promedio  
porcentual**

**14.7394%**

$\nu$ : VARIANZA  
INSTANTÁNEA

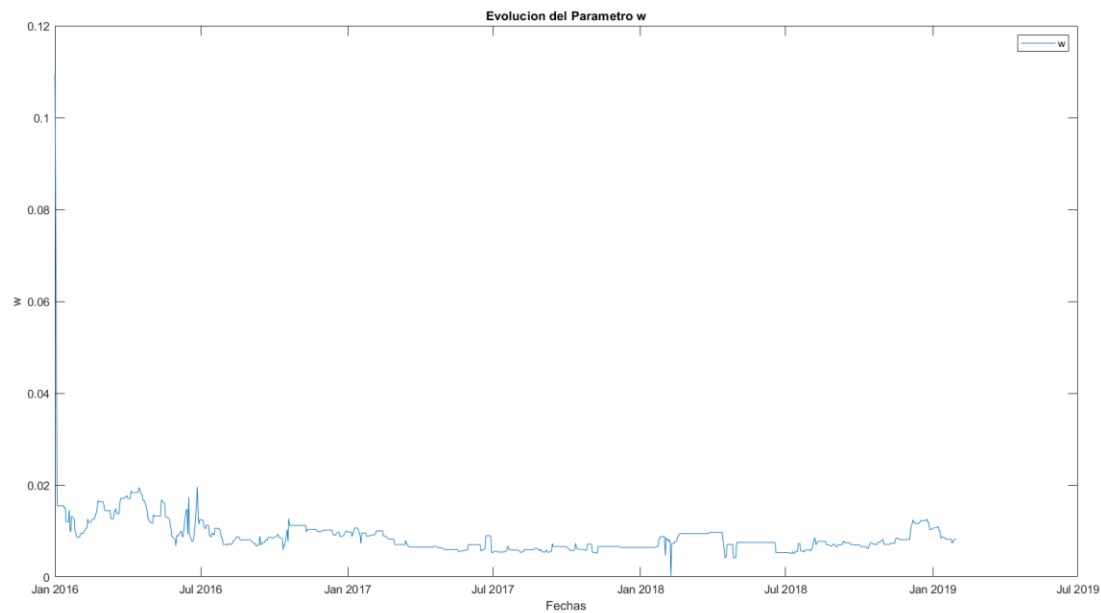
---





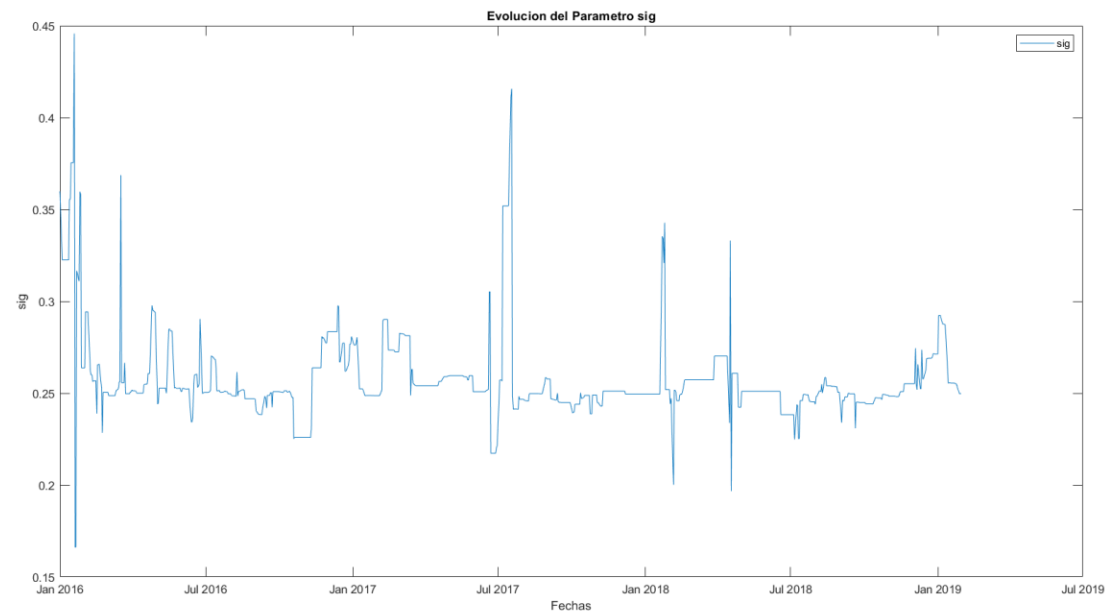
$\theta$ :  
REVERSIÓN  
A LA MEDIA

---



$\omega$ : VARIANZA  
DE  
EQUILIBRIO

---

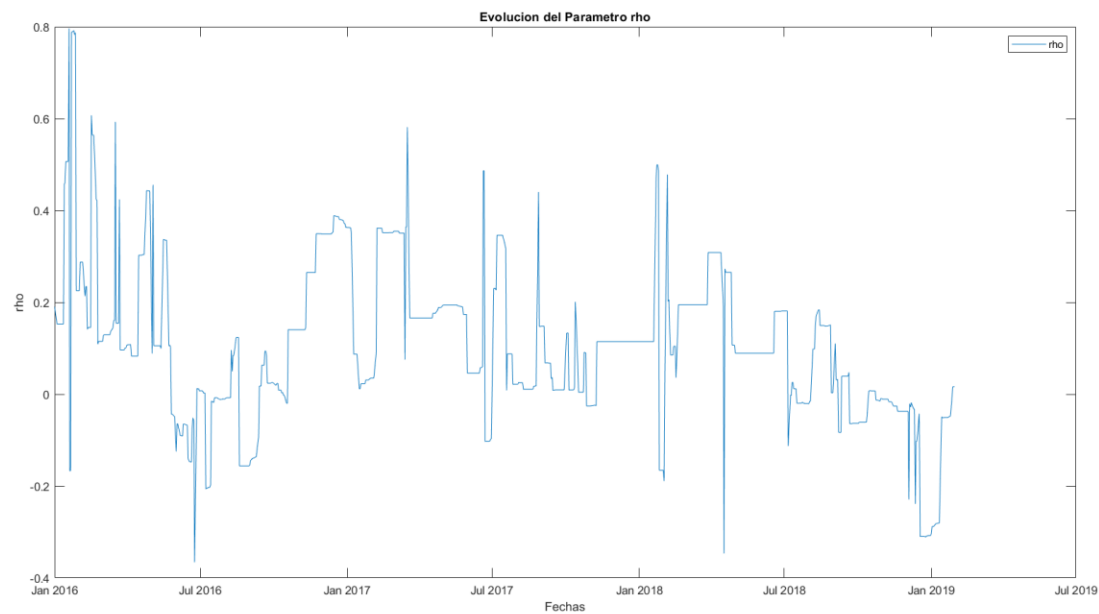


$\xi$ : VOLATILIDAD  
DE LA  
VARIANZA

---

# $\rho$ : CORRELACIÓN

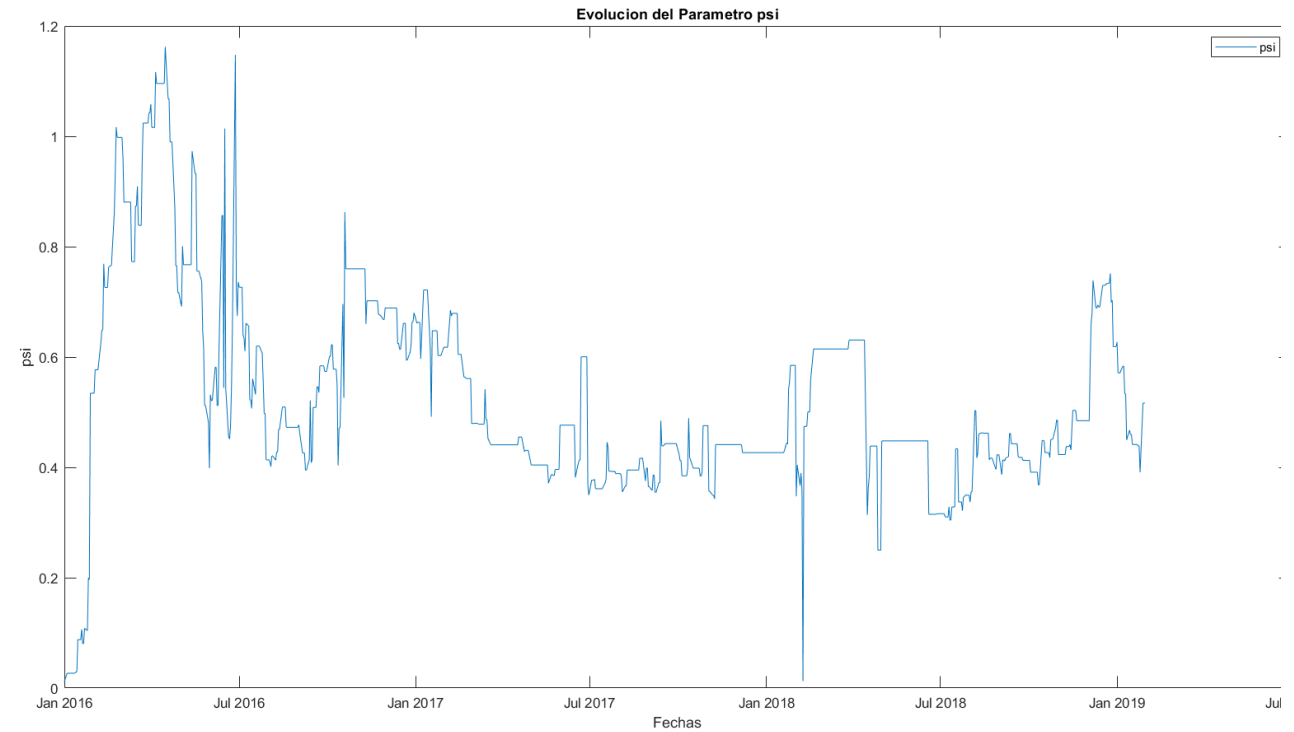
---





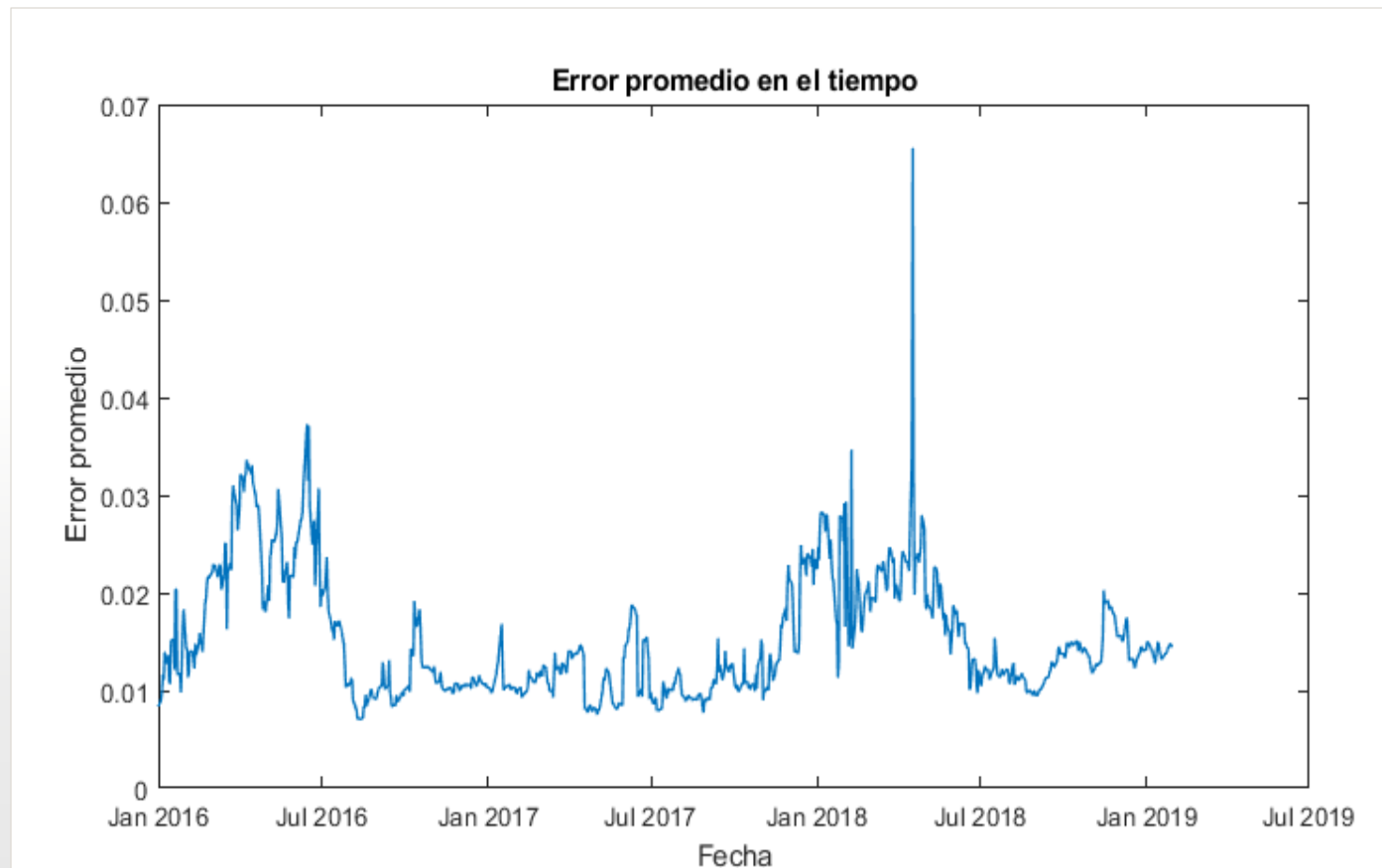
# $\psi$ : PRIMA DE RIESGO POR VOLATILIDAD

---



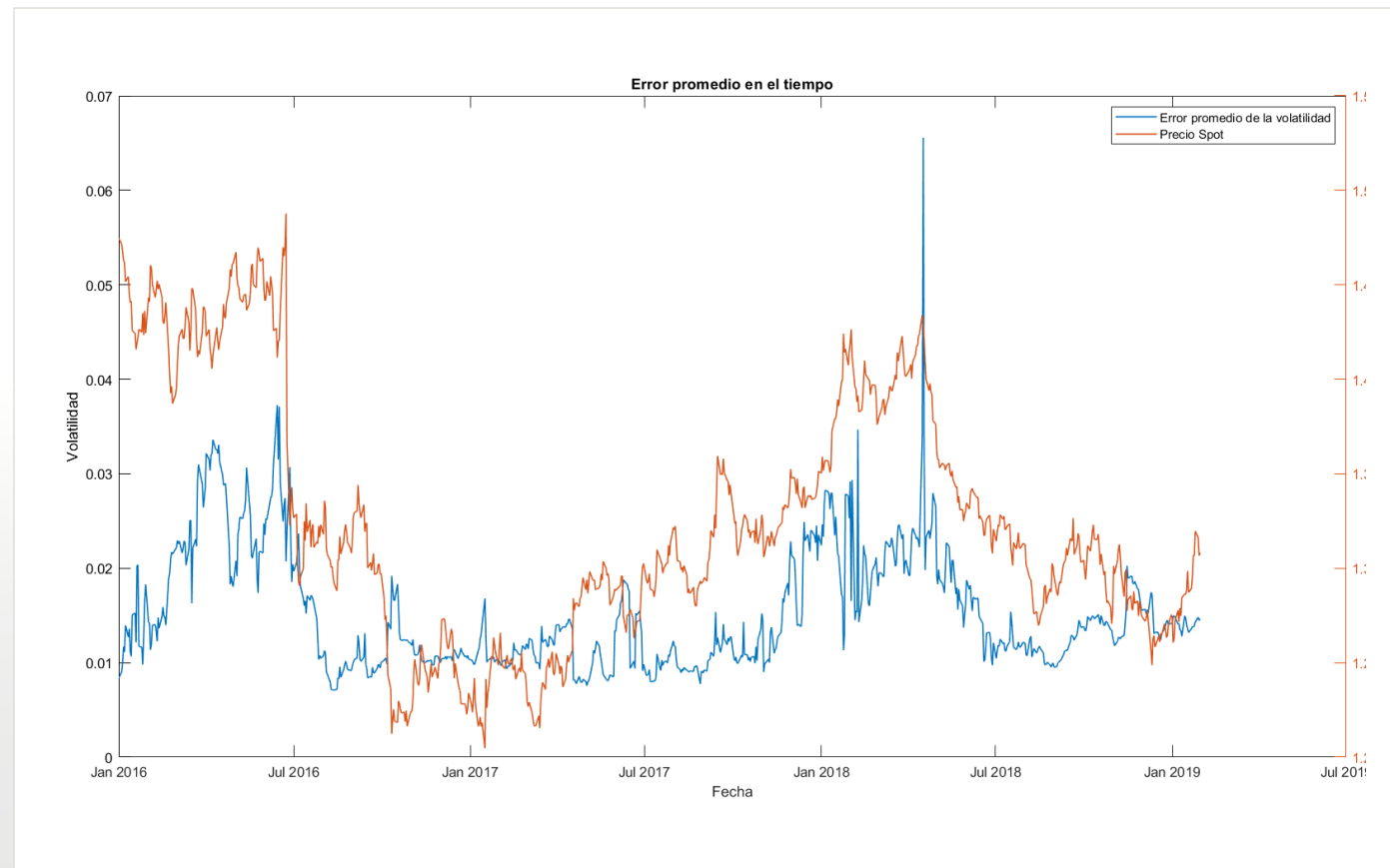
# EVOLUCIÓN DE LA VOLATILIDAD EN EL TIEMPO

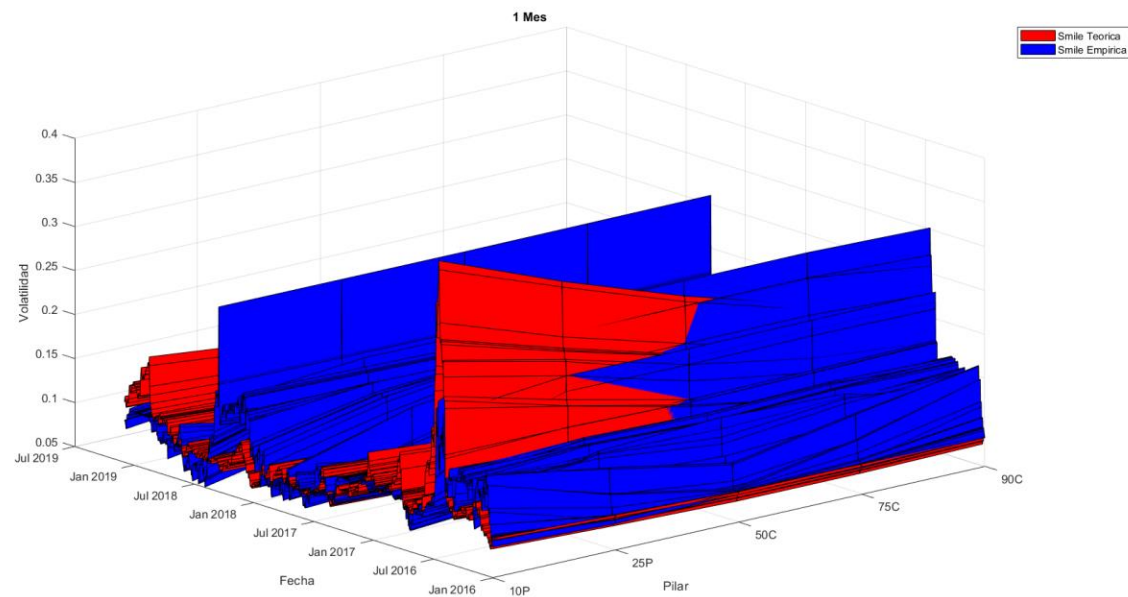
---



# EVOLUCIÓN DE LA VOLATILIDAD EN EL TIEMPO

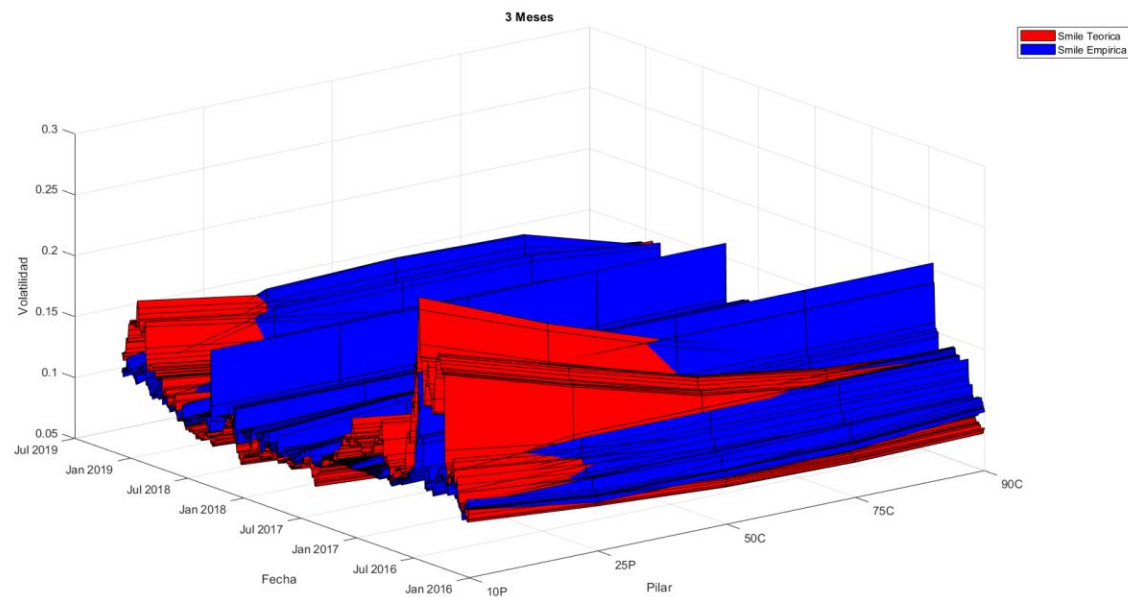
---





# CURVA SMILE EN EL TIEMPO: TENOR DE 1 MES

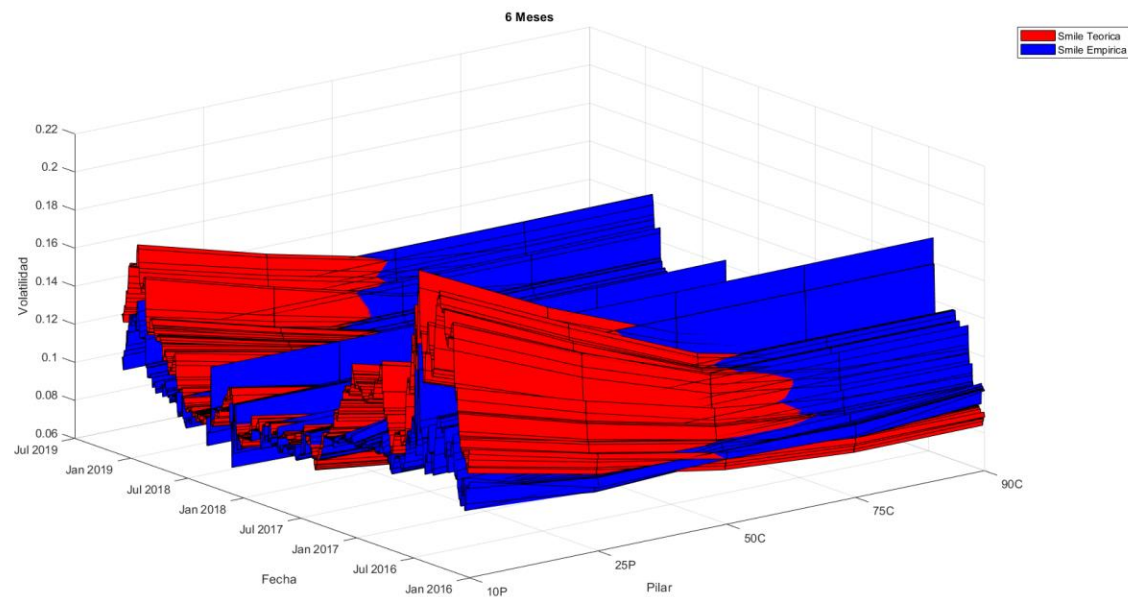
---



# CURVA SMILE EN EL TIEMPO: TENOR DE 3 MESES

---



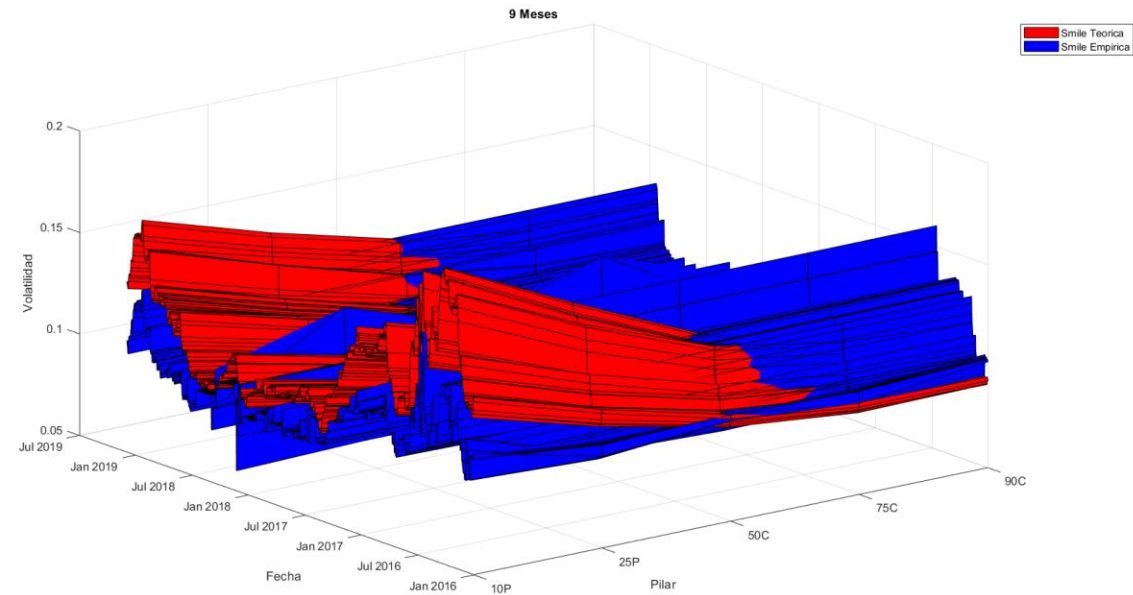


CURVA SMILE  
EN EL TIEMPO:  
TENOR DE 6  
MESES

---

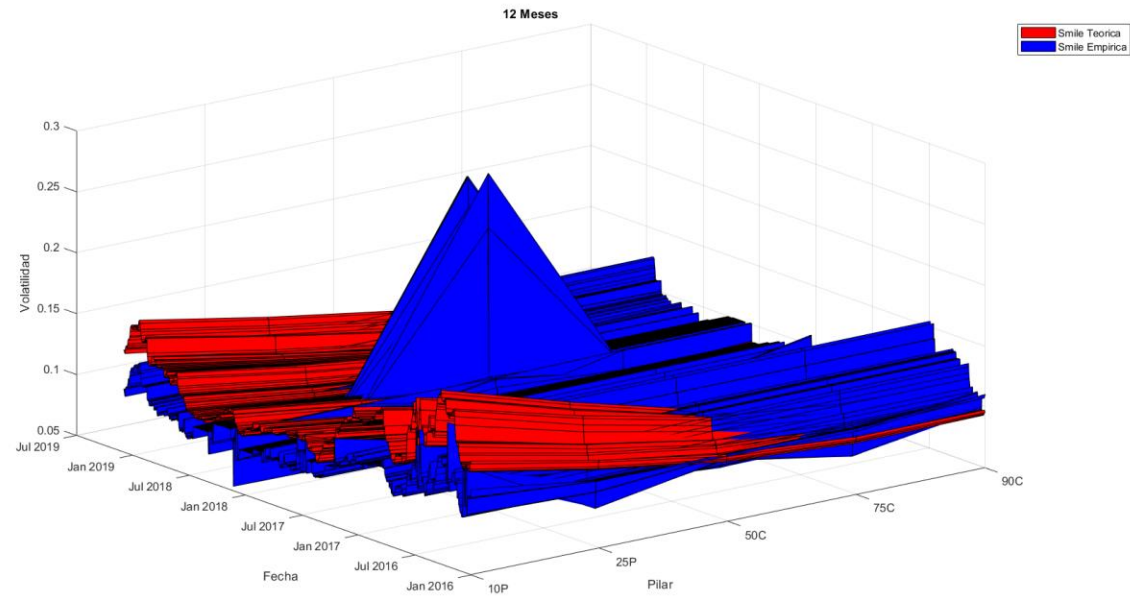
# CURVA SMILE EN EL TIEMPO: TENOR DE 9 MESES

---



# CURVA SMILE EN EL TIEMPO: TENOR DE 12 MESES

---



# ¡MUCHAS GRACIAS!

**FELIPE DURAN**

**FELIPE GALDAMES**