矩阵分析第四次作业

课件6 练习4

解：(a)

$$A(e_1,e_2,e_3)=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&-1&0\\1&0&7\end{pmatrix}=(e_1,e_2,e_3)\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&-1&0\\1&0&7\end{pmatrix}$$

故

$$[A]_{\mathcal{S}}=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&-1&0\\1&0&7\end{pmatrix}$$

(b) 因

$$A\mathcal{S}'=\begin{pmatrix}1&3&2\\0&-1&-1\\1&1&8\end{pmatrix}=\mathcal{S}'\begin{pmatrix}1&4&3\\-1&-2&-9\\1&1&8\end{pmatrix}$$

故

$$[A]_{\mathcal{S}'}=\begin{pmatrix}1&4&3\\-1&-2&-9\\1&1&8\end{pmatrix}$$

由于

$$\mathcal{S}'=I\mathcal{S}'$$

则基 $\mathcal{S}=I$ 到 基 $\mathcal{S}'$ 的过渡矩阵为 $\mathcal{S}'$，从而由定理可知 $Q=\mathcal{S}'$，即

$$Q=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

课件6 练习 7

解：(a) 任意取 $e_i\in\mathcal{X},i=1,2$，
$T(e_1)=(1,0,0,0)^T=e_1\in\mathcal{X},T(e_2)=(1,1,0,0)^T=e_1+e_2\in\mathcal{X}$，故$\mathcal{X}$ 是 T 的不变子空间。

(b) 由上一问知 $T(e_1)=e_1,T(e_2)=e_1+e_2$，故

$$[T_{/\mathcal{X}}]_{e_1,e_2}=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$$

(c) 因为 $\{e_1,e_2\}$ 是 T 的不变子空间，所以任何由 $\{e_1,e_2\}$ 扩展得到的基 $\mathcal{B}=\{e_1,e_2,\alpha,\beta\}$， T 在这组基下的矩阵表示 $[T]_{\mathcal{B}}$ 必然是一个准三角形矩阵

$$\begin{pmatrix}1&1&a_{13}&a_{14}\\0&1&a_{23}&a_{24}\\0&0&a_{33}&a_{34}\\0&0&a_{43}&a_{44}\end{pmatrix}$$